
1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

ZEITSCHRIFT
FÜR
INSTRUMENTENKUNDE.

Organ
für
Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben
unter Mitwirkung der
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt
von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **E. v. Hammer** in Stuttgart, **K. Haußmann** in Berlin, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **H. Krüss** in Hamburg, **H. Ludendorff** in Potsdam, **O. Lummer** in Breslau, **C. Pulfrich** in Jena, **C. Reichert** in Wien, **M. v. Rohr** in Jena, **H. Rubens** in Berlin, **W. Sartorius** in Göttingen, **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **A. Westphal** in Berlin.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

1. Heft: Januar.

Inhalt:

Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 120,— für den Jahrgang, M. 30,— für das Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Prof. Dr. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 3,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30 %	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch
Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen und Beilagen: Berlin Nr. 118935 Julius Springer, Anzeigenabteilung. Für alle übrigen Zahlungen Berlin Nr. 11100 Julius Springer.



Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **Januar 1922.** Erstes Heft.

Ein registrierendes Saitengalvanometer von großer Registriergeschwindigkeit.

Von

E. v. Angerer aus München.

Für akustische Untersuchungen stellte ich vor etwa sieben Jahren ein Saitengalvanometer mit Registriervorrichtung zusammen, das sich seither auch bei anderen Untersuchungen bestens bewährt hat[1]) und, da es verschiedene Vorzüge vor anderen ähnlichen Apparaten besitzt, im folgenden beschrieben werden soll.

Das Prinzip derartiger Apparate ist bekanntlich, daß ein Punkt des im Magnetfeld befindlichen, sehr dünnen Leiters, „der Saite", von rückwärts beleuchtet und stark vergrößert als Schatten auf einer Stelle eines langen Streifens von photographischem Papier, der im folgenden „Film" genannt werde, abgebildet wird. So-

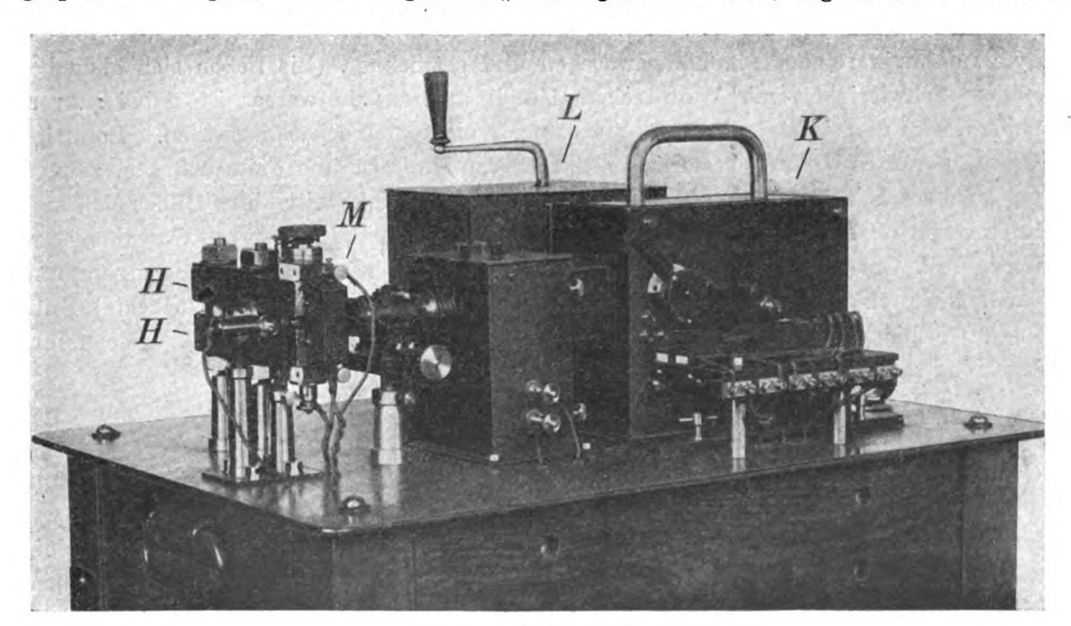


Fig. 1.

lange die Saite in Ruhe bleibt, zeichnet sie auf dem vorbeibewegten Streifen einen geraden, nach der Entwickelung weißen Strich; schlägt sie aus, so wird die weiße Linie durch zickzackförmige Stücke unterbrochen.

[1]) Vgl. R. Ladenburg, *Zeitschr. f. techn. Phys.* **1.** *S. 197. 1920;* E. v. Angerer, *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 97. 1921.*

Das Saitengalvanometer selbst und die eigentliche Registriervorrichtung, die „Kassette“, wurden ziemlich unverändert von der Firma Dr. M. Th. Edelmann & Sohn, München, übernommen, die später auch die Apparate fabrizierte und unseren Wünschen stets in liebenswürdigster Weise nachkam. Die endgültige konstruktive Durcharbeitung des Gerätes führte mein Mitarbeiter, Herr Dr. Karl Wolff, aus.

1. Das Saitengalvanometer. Fig. 1 zeigt das äußere Bild eines der älteren Apparate, Fig. 2 einen Schnitt durch die wichtigsten Teile desselben. Die Hufeisenmagnete $H_1 H_2$ des Saitengalvanometers sind durch kräftige Säulen stabil auf der Grundplatte befestigt, während der „Einsatz“, in dem sich die Saiten befinden, mit sanfter Reibung zwischen ihre Pole geschoben und so (etwa beim Versagen einer Saite) leicht ausgewechselt werden kann. Um zwei Ereignisse gleichzeitig registrieren zu können, erhielt der Einsatz an einem auf seiner Stirnseite angebrachten Schlitten eine zweite Saite, isoliert von der ersten, mit feinverstellbarer Spannschraube versehen, verschiebbar in der Strahlrichtung, so daß die zweite Saite in dieselbe Einstellebene wie die erste gebracht werden konnte.

Bekanntlich verwendet man für die Saiten fast ausschließlich feine Platindrähte von 2—5 μ Durchmesser, die aber für den vorliegenden Zweck verschiedene Nachteile besitzen: Sie sind zu wenig robust, für geringe Vergrößerung zu dünn, und vor allem zeigen sie störende Eigenschwingungen, schon wenn sie mäßig gespannt sind. Deshalb wurden hier als Saiten 0,25 mm breite Streifen aus der käuflichen Aluminiumfolie verwendet, die allgemein etwa 0,5 μ dick ist. Sie wurden hergestellt, indem ein Blatt Aluminiumfolie auf einer Glasplatte in möglichst wenig Paraffin eingebettet, auf der Teilmaschine in Streifen geschnitten und das Paraffin dann in Xylol gelöst wurde. Hierauf wurden die Streifen herausgezogen, in reinem Xylol, dann in reinem Alkohol gewaschen und getrocknet. Sie ließen sich ohne besondere Schwierigkeit mit Woodschem Metall anlöten; Lötwasser ist dabei zu vermeiden, da die Lötstellen sonst meist nach einigen Wochen isolierten. Derartige Saiten, deren Ablenkung natürlich senkrecht zu ihrer breiten Seite erfolgte, zeigten viel stärkere Luftdämpfung als Wollastondrähte und die Breite ihres Bildes ließ sich durch geringe Schrägstellung beliebig regulieren. Die Empfindlichkeit des Galvanometers betrug (am Ort des photographischen Papieres gemessen) 10^{-5} bis 10^{-6} Ampere/mm. Dabei hielt eine „gesunde“ (nicht durch Löcher oder Knicke geschwächte) Saite 50—90 Milliampere aus, also etwa das 5000fache des Stromes, bei dem sie 1 mm Ausschlag gab. Daher war ein Ersatz nur ganz selten nötig.

Die Mitte der beiden Saiten wurde durch eine kleine $3^1/_2$ V-Glühlampe mit geradem, horizontal gestelltem Faden und möglichst schlierenfrei geblasener Kugel (G, Fig. 2) beleuchtet, und zwar wurde der glühende Draht durch das Mikroskopobjektiv M_1 (Objektiv „C“ von Zeiss, später ein Zeisssches Spezialobjektiv) am Ort der Saiten B abgebildet. Auf der anderen Seite des Galvanometers befand sich ein zweites Mikroskopobjektiv M_2, das zugleich die Saiten und das Bild des Lampenfadens auf das Papier projizierte. Dadurch erzielte man eine so große Flächenhelligkeit, daß das Glühlämpchen bis zu Filmgeschwindigkeiten von 60 cm/sek ausreichte! Am Ort des (vertikal laufenden) Filmes erscheint also eine horizontale, von zwei schwarzen Stellen — den Schatten der beiden Saiten — unterbrochene Lichtlinie, die, wie üblich, durch Zylinderlinsen Z verschmälert wird. Es ist nun wesentlich, die Breite der Lichtlinie möglichst zu verringern, weil davon die Schärfe der Diagramme abhängt. Ich verwandte nach längeren Versuchen zwei in der Art eines Ramsdenschen Okulares kombinierte Zylinderlinsen von zusammen 10 mm Brennweite.

Eine Linse von nur 2 mm Brennweite bot keinen Vorteil. Die Linsen wurden verschoben, bis die von der Rückseite mit einem schwach vergrößernden Mikroskop auf einem mattierten Zelluloidstreifen beobachtete Lichtlinie möglichst schmal (0,05 mm) erschien. Dann waren die erhaltenen Diagramme so scharf, daß (im Gegensatz z. B. zu den normalen Bildern eines Oszillographen) unter der Lupe noch neue Details beobachtet werden konnten.

Die Kasette K enthielt das photographische Papier, das in Rollen (75 m lang, 3 cm breit) von der Firma Schaeuffelen-Heilbronn (in vorzüglicher Qualität) bezogen wurde; weiter einige Führungsachsen und zwei Gummiwalzen $W_1 W_2$. W_1 wurde durch das Laufwerk gedreht, ohne aber den Film mitzunehmen; erst wenn durch Umlegen eines Hebels W_2 gegengedrückt wurde, erfolgte der Transport des Filmes, und gleichzeitig öffnete sich ein Verschluß, der sonst die Belichtung verhinderte. Als Laufwerk L diente ein kräftiges Grammophonwerk, das sich durch gleichmäßigen Gang auszeichnete. Für besondere Versuche, bei denen es auf höchste Konstanz der Filmgeschwindigkeit ankam, bei denen aber der Einzelversuch höchstens 0,1 Sekunde dauerte, wurde mit gutem Erfolg ein kleines, schweres Schwungrad angewandt, das, zunächst mittels großer Übersetzung von Hand angetrieben, beim Einschalten den Film fortbewegte. Diese „Kreiselwerke“ baute die Firma H. Wetzer in Pfronten.

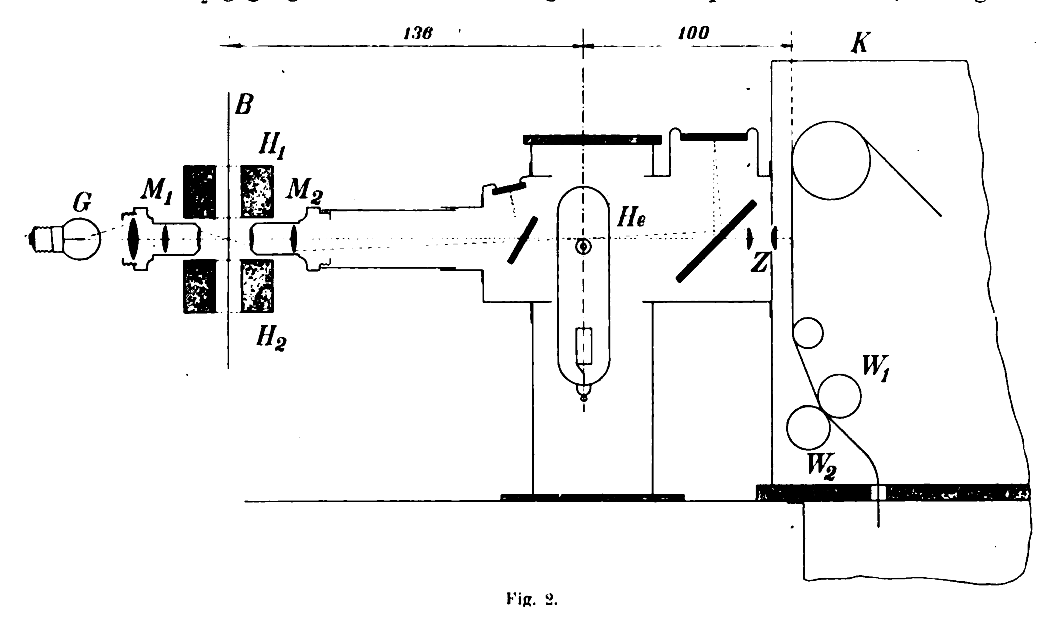


Fig. 2.

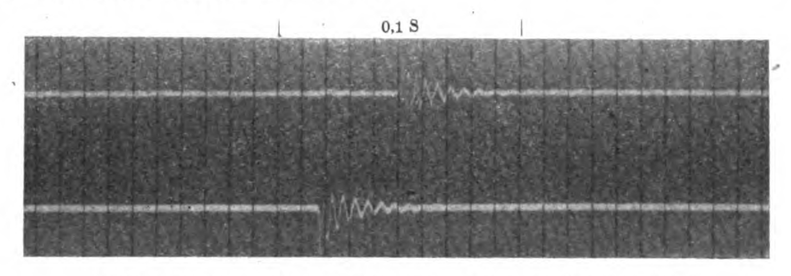
Der auf Fig. 1 an der Seitenwand der Kassette sichtbare Hebel, durch dessen Umlegen der Papiertransport bewirkt und der Verschluß geöffnet wurde, schloß außerdem die Stromkreise für die Glühlampe, die beiden Saiten und die unten zu beschreibende Heliumröhre.

Als Entwickler, der sehr rapid und doch sehr kontrastreich arbeitete, fand Verwendung: Lösung 1: 1 l Wasser, 50 g Natriumsulfit, 100 g Ferrocyankali, 15 g Hydrochinon, 1 g Bromkali. — Lösung 2: 100 g Wasser, 25 g Ätznatron. Zum Gebrauch wurden 50 ccm von Lösung 1 mit 1 ccm Lösung 2 gemischt.

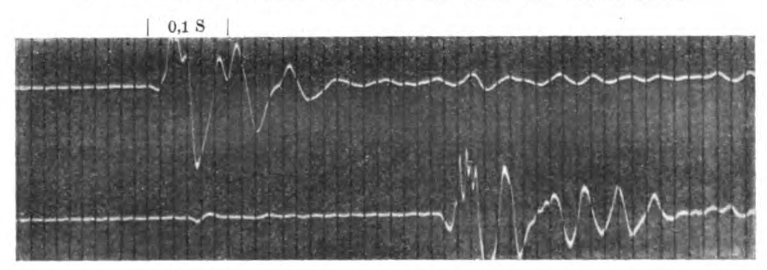
2. Zeitmarkierung. Um die unvermeidlichen kleinen Schwankungen der Filmgeschwindigkeit unschädlich zu machen, wurde eine schwere, elektromagnetisch erregte Stimmgabel benützt, die 47-(später 50- oder 100-)mal in jeder Sekunde den Primär-

kreis eines kleinen, durch 2—3 Elemente gespeisten Induktors schloß. Die Sekundärspule desselben war mit einer mit Helium gefüllten Geißlerröhre *He* (Fig. 2) verbunden, die sich zwischen Galvanometer und Kassette befand und deren Kapillare gleichfalls durch die Zylinderlinsen scharf auf dem Film abgebildet wurde. Die Dauer jedes einzelnen Lichtblitzes der Röhre war sehr kurz (gemessen: 10^{-4} Sekunden, bei besonderer Anordnung [kleine Löschfunkenstrecke vor die Röhre geschaltet] kleiner als 10^{-5} Sekunden); daher erhielt man auf dem Film quer zu dessen Bewegungsrichtung als „Zeitmarken" sehr feine, tiefschwarze, ungefähr äquidistante Striche. Alle Punkte auf einem derartigen Strich müssen streng gleichzeitig sein — unabhängig von einer eventuell vorhandenen Bildverzerrung, einer schiefen Lage des Filmes oder ähnlichen möglichen Störungen. Schaltete man außer der Heliumröhre auch die Glühlampe *G* ein, so überlagerten sich beide Bilder: Siehe die Aufnahmen Fig. 3.

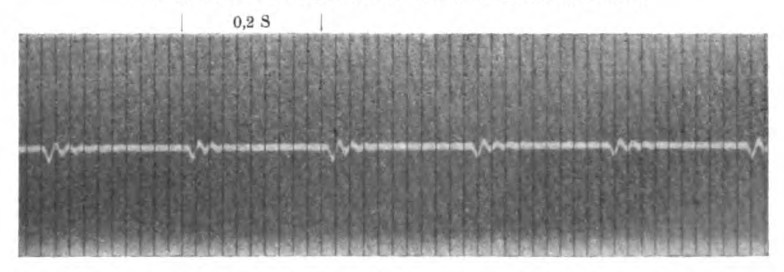
Die oben erwähnte Firma H. Wetzer fertigte später ein von den Stimmgabeln elektromagnetisch angetriebenes Schalträdchen, das bei jeder zehnten Zeitmarke die doppelte oder dreifache Spannung an die Primärspule des Induktors legte, so daß jede zehnte Zeitmarke stärker hervortrat.



a) Zeitdifferenz zwischen zwei Ereignissen. Saiten aus Wollastondraht.



b) Aufzeichnung zweier, 200 m voneinander entfernter Mikrophone, die durch einen aus großer Entfernung kommenden dumpfen Knall erregt wurden. Saiten aus Aluminiumfolie.



c) Ticken einer Taschenuhr, mittels eines Mikrophones registriert. Saite aus Wollastendraht.

Fig. 3. Films in natürlicher Größe.

3. Genauigkeit der Zeitmessung. a) Konstanz der Stimmgabel über längere Zeit. Bei den eingangs erwähnten Versuchen, die sich über mehrere Jahre erstreckten, war regelmäßig an die eine Saite ein Präzisions-Schiffschronometer geschaltet, das

halbe Sekunden schlug. Die Übertragung geschah durch ein an dem Chronometer leicht befestigtes Mikrophon. Durch Koinzidenz zwischen Zeitmarken und Sekundenschlägen ließ sich die Schwingungszahl bis auf Bruchteile eines Promille messen. Die vorliegenden Beobachtungen über die Anzahl der Zeitmarken pro Sekunde sind:

Datum	Temperatur	Gabel 3	Gabel 4
Juli 1916	?	46,97	—
24. August 1916	18°	46,99	47,31
2. September	19,5°	47,01	47,08
Anfang Dezember	+ 4°	47,037	46,936
Ende Februar 1917	(+ 4°)	47,002	46,982
10. Mai 1917	16,5°	46,923	—
28. Juni 1917	(18°)	46,911	—

Die Stimmgabeln erhielten während dieser Beobachtungszeit zweimal neue Elemente und wurden wiederholt neu justiert. Bei der häufiger untersuchten Gabel Nr. 3 schien eine geringfügige Abhängigkeit von der Temperatur erkennbar; bei beiden Gabeln wächst vielleicht die Schwingungsdauer allmählich. — Bei späteren Versuchen ergab sich an einer der Gabeln (ob Nr. 3 oder 4 ist nicht mehr festzustellen):

13. Febr. 1918	Zimmertemperatur	46,80	Zeitmarken pro Sekunde
9. März		46,88	
15. April		46,91	
22. „		47,00	
25. „		46,76	
23. Juli		46,90	
13. August		47,01	

Mittel: 46,89. Größte Abweichung vom Mittel: 2,6 Promille.

Nach dieser Beobachtungsreihe wurde die Gabel auf eine Schwingungsdauer von etwa 50 Schwingungen pro Sekunde gebracht und außerdem von nun ab durch Akkumulatoren (4 Volt) erregt. So wurden folgende Werte erhalten:

16. August	Zimmertemperatur	49,95	Zeitmarken pro Sekunde
19. „		49,93	
24. „		49,95	
3. Sept.		49,88	
12. „		49,92	
18. „		49,89	
21. „		49,92	
25. „		49,90	

Mittel: 49,92. Größte Abweichung vom Mittel: 0,6 Promille.

b) Zeitfehler der einzelnen Zeitmarke. Die Strecken zwischen den einzelnen Zeitmarken sind nicht exakt gleich lang, da weder der Film mit vollkommen gleichmäßiger Geschwindigkeit läuft, noch der Stimmgabelunterbrecher absolut regelmäßig arbeitet. Um diese bedeutsame Fehlerquelle zu untersuchen, wurden im Laufe der Arbeiten drei Verfahren angewandt:

1. Ein Strahlenbündel einer Bogenlampe wurde an dem Spiegel einer freischwingenden Stimmgabel reflektiert und in den Apparat geworfen; und zwar war die Anordnung so getroffen, daß bei erregter Gabel auf dem Film eine sehr scharfe, engliegende Sinuslinie mit wohldefinierten „Spitzen“ entstand, die sich den Zeitmarken überlagerte. Man setzte voraus, daß diese Spitzen gleichen Zeitintervallen entsprächen

und erhielt damit eine Bezugsskala auf dem Film, an der die zu prüfenden Zeitmarken gemessen werden konnten. Dies geschah durch Ausmessung der Lage sowohl der Spitzen als der dazwischenliegenden Zeitmarken mittels Teilmaschine und Mikroskop. Die graphische Darstellungen der Messung ergab, daß der Zeitfehler der einzelnen Zeitmarke unter 0,001 Sekunde lag.

2. Ein ähnlicher Versuch wurde später mit einer 50- und einer 100 periodigen Gabel gemacht, die auf zwei nebeneinanderliegende Heliumröhren wirkten. Hier ergab sich das arithmetische Mittel aus den Abweichungen der Gabeln gegeneinander zu $1{,}9 \times 10^{-4}$ Sekunden.

3. Endlich wurden bei Versuchen mit den oben erwähnten „Kreiselwerken" die Abstände von 40 aufeinanderfolgenden Zeitmarken mittels eines Mikroskopes mit Okularmikrometer ausgemessen. Es ergab sich hierbei für den Abstand einer beliebigen Zeitmarke von der ihr folgenden ein „wahrscheinlicher Fehler" von 0,8 %. Hierbei dürften sich die Fehler des Laufwerkes und der Gabel überlagern; nimmt man an, daß ersterer = 0 wäre, so ergibt sich, daß die einzelne Zeitmarke „wahrscheinlich" um $1{,}6 \times 10^{-4}$ Sekunden zu früh oder zu spät kommt; also eine gute Übereinstimmung mit dem Resultat der 2. Methode.

Zuletzt möge noch auf eine eigentümliche Erscheinung hingewiesen werden, die nicht aufgeklärt werden konnte: Die Films waren häufig nicht gleichmäßig geschwärzt, sondern streifig schattiert, als ob das Papier ruckweise vorbeigezogen würde. Diese Schattierungen traten aber bei drei ganz verschieden konstruierten Laufwerken (Grammophon, Kreiselwerk, Werk mit Sirenenfederregulierung) auf, die Streifenzahl schwankte bei demselben Werk je nach der Geschwindigkeit des Filmes von 1 bis 3 pro Millimeter (was nicht sein dürfte, wenn ihre Ursache irgendwelche Exzentrizität eines bewegten Teiles wäre) und bei jedem der drei Laufwerke traten etwa 520 Streifen pro Sekunde auf. —

Die hauptsächlichen Vorzüge der beschriebenen Apparatur sind demnach: Die Methode, Zeitmarken zu drucken; die Verwendung einer kleinen Glühlampe auch bei großen Registriergeschwindigkeiten; die von Eigenschwingungen freien Saiten aus Aluminiumfolie, und endlich die Schärfe der Zeichnung, welche ein (schwach vergrößerndes) Mikroskop anzuwenden erlaubt und mit dessen Hilfe kleine Zeitdifferenzen bis auf 0,0005 Sekunden genau zu messen gestattet.

Über weitere Ausgestaltung des Luftbild-Stereoautographen der Firma Zeiss.

Von

Dr.-Ing. **Willy Sander** in Jena.

(Mitteilung aus der optischen Anstalt von Carl Zeiss, Jena.)

In einer früheren Arbeit[1]) (diese Arbeit soll weiterhin als Sander 1 bezeichnet werden) habe ich eine Anzahl von Lösungen angegeben, den von Orel-Zeissischen Stereoautographen, der nur die Auswertung von Photogrammen erlaubt, die mit Objektiven von horizontaler Achsenrichtung gewonnen sind, so auszugestalten, daß auch solche Photogramme auswertbar sind, bei deren Aufnahme die Objektivachsen gegen die Horizontalebene beliebig geneigt waren. Ermöglichen diese Lösungen bei Auf-

---

[1]) Sander, W., „Der v. Orel-Zeissische Stereoautograph und neue Vorschläge für seine weitere Ausgestaltung", *diese Zeitschr.* ***41****. S. 1 bis 27. S. 33 bis 60 und S. 65 bis 86. 1921.*

nahme von festen Standorten aus lediglich eine freiere Wahl dieser Standorte, so haben sie für die Aufnahme von Standorten auf schwankender Unterlage aus eine viel größere Bedeutung. Denn da bei solchen Aufnahmen eine streng horizontale Lage der Objektivachsen nicht eingehalten werden kann, wenigstens dann nicht, wenn auf besondere Stabilisierung durch Kreiselanordnungen verzichtet wird, so ist die Ausnützung solcher Aufnahmen für Vermessungszwecke durch diese Lösungen überhaupt erst möglich geworden.

Mit Rücksicht darauf, daß die Konstruktion der neuen Apparate der Anforderung entspricht, Photogramme auswerten zu können, die durch Aufnahme von Luftfahrzeugen aus erhalten sind, sollen die neuen Apparate kurz als „Luftbild-Stereoautographen" bezeichnet werden, mit dem ausdrücklichen Bemerken, daß sie als Universalapparate imstande sind, auch diejenigen Aufgaben zu lösen, die den älteren Modellen des Stereoautographen übertragen zu werden pflegten.

Aus konstruktiven Gründen sind sämtliche angegebenen Luftbild-Stereoautographen nur zur Auswertung solcher Photogramme in der Lage, bei deren Aufnahme die Neigungswinkel β_1 und β_2 der Objektivachsen gegen die Horizontalebene den Betrag von $\pm 45^0$[1]) nicht überschritten haben. Wenn es sich um das Aufzeichnen von Höhenschichtenplänen handelt, bei denen größerer Wert auf die Genauigkeit der Höhen als auf die Genauigkeit der Lage der Schichtenlinien gelegt wird, so genügen solche Neigungswinkel vollauf. Kommt es jedoch weniger auf genaue Höhen als auf genaue Lagepläne an, dann gewinnen Aufnahmen mit lotrechten oder mit gegen die Lotrechte um kleine Winkel geneigten Objektivachsen Bedeutung. Im folgenden soll untersucht werden, wie ein Luftbild-Stereoautograph beschaffen sein muß, der auch diesen Aufnahmefällen entsprechende Photogramme auszuwerten gestattet. Dabei soll sich die Untersuchung im besonderen auf die in Sander 1, S. 65 bis 70, beschriebene Ausführungsform K erstrecken, die von der Firma Zeiss durchkonstruiert ist.

Beziehungen zwischen den Raumkoordinaten eines Objektpunktes und den Plattenkoordinaten der Bilder dieses Objektpunktes.

Die Beziehungen, die zwischen den Raumkoordinaten eines Objektpunktes und den Plattenkoordinaten der Bilder dieses Objektpunktes bestehen, haben bereits den Gegenstand der Untersuchung in Sander 1, S. 4 bis 11, gebildet. Die resultierenden Gleichungen I bis IV (S. 8), denen die für die Konstruktion der Ausführungsform K maßgebenden Gleichungen 27a, 28a, 33a und 34c (S. 45 und 56) entsprechen, sind jedoch aus dem oben erwähnten Grunde, daß der ihnen entsprechende Luftbild-Stereoautograph die Auswertung von Photogrammen, die mit Neigungswinkeln der Objektivachsen gegen die Horizontalebene von über 45^0 gewonnen sind, nicht erlaubt, für die vorliegende Betrachtung nicht brauchbar. Nachstehend sollen die Gleichungen in derjenigen Form entwickelt werden, in der sie zur Konstruktion des angestrebten Luftbild-Stereoautographen geeignet sind, wobei der Gesichtspunkt leitend sein soll, daß die an der erwähnten Ausführungsform K anzubringenden Änderungen so gering als möglich sein sollen.

Man denke sich einen Objektpunkt P im Raum durch die rechtwinkligen Koordinaten B_1, T_1 und H_1 in bezug auf ein räumliches Koordinatensystem festgelegt, das seinen Anfang im vorderen Hauptpunkt des linken Aufnahmeobjektivs O_l hat (siehe Fig. 1). Die H-Achse ist die Lotrechte, wobei die unterhalb des linken Ob-

[1]) Praktisch wird man den Betrag von $\pm 30^0$ nicht gern überschreiten.

jektivs liegenden H-Werte positiv sind. Die T-Achse ist die Schnittlinie der zur Horizontalprojektion der Standlinie senkrechten Lotebene mit der Horizontalebene, wobei, vom linken Objektiv O_l nach dem rechten Objektiv O_r gesehen, die links der Lotebene durch die Standlinie liegenden T-Werte positiv sind. Die B-Achse steht auf der H-Achse und auf der T-Achse senkrecht, wobei, vom linken nach dem rechten Objektiv gesehen, die hinter der Lotebene durch die T-Achse liegenden B-Werte positiv sind[1]).

Zu jedem Objektpunkt gehört ein Bildpunkt auf der linken Bildplatte A_l, mit den Koordinaten x_1 und y_1, und ein Bildpunkt auf der rechten Bildplatte A_r, mit den Koordinaten x_2 und y_2. Diese Koordinaten sollen auf ein in der betreffenden Bildplatte liegendes, rechtwinkliges Koordinatensystem bezogen werden, das seinen Anfang im Durchstoßpunkt der zugehörenden Objektivachse hat und dessen y-Achse parallel der Schnittlinie der Plattenschichtebene mit der die Objektivachse enthaltenden, auf der Lotebene durch die Standlinie senkrecht stehenden Ebene ist, während die x-Achse senkrecht dazu gerichtet ist. Die Vorzeichen der Plattenkoordinaten sind durch die oben getroffene Wahl der Vorzeichen der Raumkoordinaten bestimmt[2]).

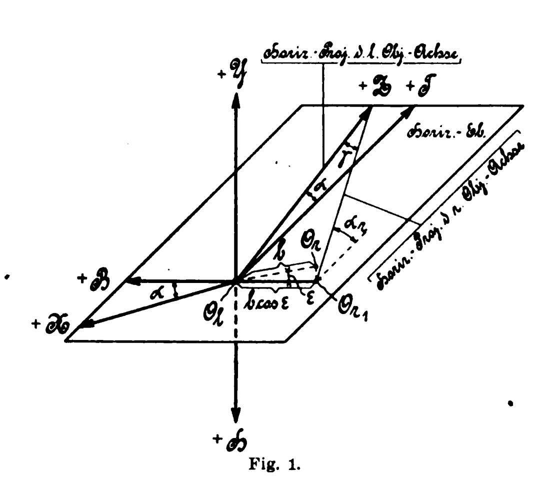


Fig. 1.

Es seien, unter der Annahme, daß, wenn weiterhin kurzweg Objektivachse gesagt wird, stets der im Objektraum liegende Teil der Objektivachse verstanden sein soll, folgende Bezeichnungen eingeführt (siehe auch Fig. 1):

b: für die Standlinie, d. i. die Verbindungslinie der vorderen Hauptpunkte der Aufnahmeobjektive O_l und O_r.

f_1: für die Brennweite des linken Aufnahmeobjektivs O_l.

f_2: für die Brennweite des rechten Aufnahmeobjektivs O_r.

α: für den Winkel, den die Horizontalprojektion der linken Objektivachse mit der positiven T-Achse einschließt (α wird von der positiven T-Achse aus entgegen dem Uhrzeigersinne positiv gerechnet).

α_r: für den Winkel, den die Horizontalprojektion der rechten Objektivachse mit einer den vorderen Hauptpunkt des rechten Aufnahmeobjektivs enthaltenden Parallelen zur T-Achse einschließt, die der positiven T-Achse gleichgerichtet ist (α_r wird von dieser Parallelen aus entgegen dem Uhrzeigersinne positiv gerechnet).

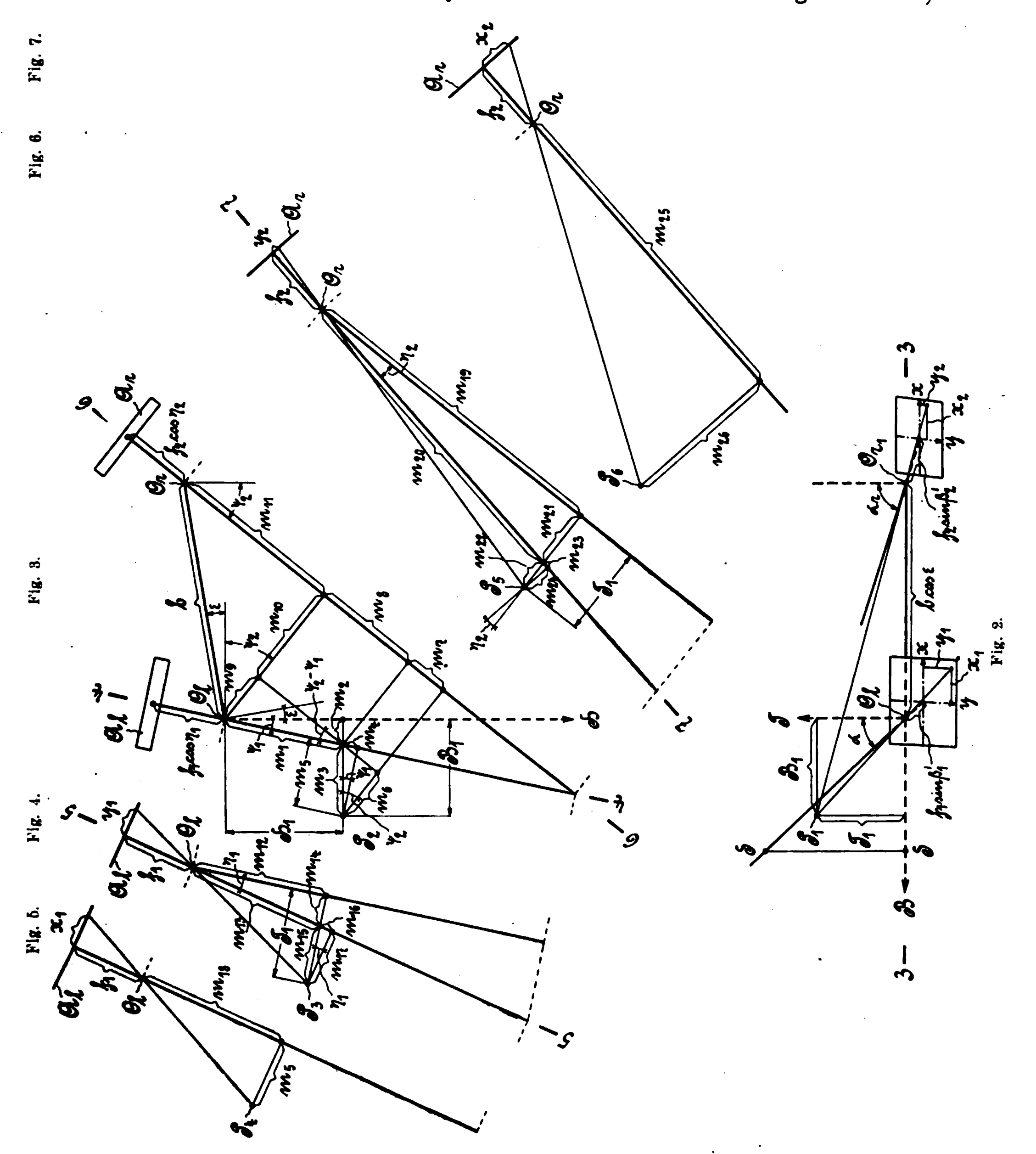
β_1': für den Winkel, den die linke Objektivachse mit der positiven H-Achse einschließt (β_1' ist immer positiv; nimmt β_1' seinen größten Wert, 180^0, an, so ist die linke Objektivachse lotrecht nach oben gerichtet).

---

[1]) In Fig. 1 sind zum Vergleich die Achsen des Koordinatensystems X, Y, Z eingezeichnet, das den Ableitungen der Gleichungen 27a, 28a, 33a und 34c in Sander 1 zugrunde liegt.

[2]) Wünscht man, wie üblich, die Längsachse der Bildplatte als x-Achse zu haben, so muß die Kamera bei der Aufnahme so gehalten werden, daß die Längsachse der Bildplatte parallel der Lotebene durch die Standlinie ist. In diesem Falle ist die Verkantung der Bildplatte Null.

β_2': für den Winkel, den die rechte Objektivachse mit der den vorderen Hauptpunkt des rechten Objektivs enthaltenden, nach unten gerichteten Lotrechten einschließt (β_2' ist immer positiv; der größte Wert von β_2', 180^0, wird erreicht, wenn die rechte Objektivachse lotrecht nach oben gerichtet ist).



γ: für die Differenz $\alpha_r - \alpha$ (γ ist positiv, wenn diese Differenz positiv ist).

ε: für den Neigungswinkel der Standlinie gegen die Horizontalebene (ε ist positiv, wenn das rechte Objektiv höher liegt als das linke).

ψ_1: für den Winkel, den in der die Standlinie enthaltenden Lotebene die Projektion der linken Objektivachse mit der positiven H-Achse einschließt (ψ_1 wird von der positiven H-Achse aus im Uhrzeigersinne positiv gerechnet).

ψ'_2: für den Winkel, den in der die Standlinie enthaltenden Lotebene die Projektion der rechten Objektivachse mit einer nach unten gerichteten Lotrechten einschließt (ψ'_2 wird von dieser Lotrechten aus im Uhrzeigersinne positiv gerechnet).

η_1: für den Winkel, den die linke Objektivachse mit ihrer in der Lotebene durch die Standlinie liegenden Projektion einschließt (η_1 ist positiv, wenn die linke Objektivachse auf derjenigen Seite dieser Lotebene liegt, auf der die positive T-Achse liegt).

η_2: für den Winkel, den die rechte Objektivachse mit ihrer in der Lotebene durch die Standlinie liegenden Projektion einschließt (η_2 ist positiv, wenn die rechte Objektivachse auf derjenigen Seite dieser Lotebene liegt, auf der die positive T-Achse liegt).

In Fig. 2 bis 7 ist schematisch der Strahlengang bei der Abbildung eines Objektpunktes P auf zwei Bildplatten A_l und A_r von beliebiger gegenseitiger Lage dargestellt. Fig. 2 ist eine Horizontalprojektion, Fig. 3 eine Projektion in die die Standlinie enthaltende Lotebene, Fig. 4 eine Projektion in die die linke Objektivachse enthaltende, auf dieser Lotebene senkrecht stehende Ebene, Fig. 5 eine Projektion in die die linke Objektivachse enthaltende, auf dieser letztgenannten Ebene senkrecht stehende Ebene, Fig. 6 eine Projektion in die die rechte Objektivachse enthaltende, auf der Lotebene durch die Standlinie senkrecht stehende Ebene und Fig. 7 eine Projektion in die die rechte Objektivachse enthaltende, auf dieser letztgenannten Ebene senkrecht stehende Ebene.

Für die eingeschriebenen Werte m_1 bis m_{26} ergeben sich aus den Figuren die Gleichungen:

$$m_1 = \frac{H_1}{\cos\psi_1}, \qquad m_2 = H_1 \operatorname{tg}\psi'_1, \qquad m_3 = B_1 - m_2,$$
$$m_4 = m_3 \sin\psi_1, \qquad m_5 = m_3 \cos\psi_1, \qquad m_6 = m_3 \cos\psi_2,$$
$$m_7 = m_3 \sin\psi_2, \qquad m_8 = m_1 \cos(\psi_2 - \psi'_1), \qquad m_9 = m_1 \sin(\psi_2 - \psi'_1),$$
$$m_{10} = b\cos(\psi'_2 + \varepsilon) - m_9, \qquad m_{11} = b\sin(\psi_2 + \varepsilon), \qquad m_{12} = m_1 + m_4,$$
$$m_{13} = \frac{m_{12}}{\cos\eta_1}, \qquad m_{14} = m_{12} \operatorname{tg}\eta_1, \qquad m_{15} = T_1 - m_{14},$$
$$m_{16} = m_{15} \sin\eta_1, \qquad m_{17} = m_{15}\cos\eta_1, \qquad m_{18} = m_{13} + m_{16},$$
$$m_{19} = m_7 + m_8 + m_{11}, \qquad m_{20} = \frac{m_{19}}{\cos\eta_2}, \qquad m_{21} = m_{19} \cdot \operatorname{tg}\eta_2,$$
$$m_{22} = T_1 - m_{21}, \qquad m_{23} = m_{22} \sin\eta_2, \qquad m_{24} = m_{22}\cos\eta_2,$$
$$m_{25} = m_{20} + m_{23}, \qquad m_{26} = m_6 + m_{10},$$

Mit diesen Gleichungen ergeben sich die Gleichungen, die zwischen den Raumkoordinaten des Objektpunktes P und den Plattenkoordinaten der Bilder dieses Objektpunktes bestehen, wie folgt:

$$\frac{x_1}{f_1} = \frac{m_5}{m_{18}} = \frac{B_1\cos\psi_1 - H_1\sin\psi_1}{B_1\sin\psi_1\cos\eta_1 + H_1\cos\psi_1\cos\eta_1 + T_1\sin\eta_1}, \tag{I}$$

$$\frac{y_1}{f_1} = \frac{m_{17}}{m_{13} + m_{16}} = \frac{-B_1\sin\psi_1\sin\eta_1 - H_1\cos\psi_1\sin\eta_1 + T_1\cos\eta_1}{B_1\sin\psi_1\cos\eta_1 + H_1\cos\psi_1\cos\eta_1 + T_1\sin\eta_1}, \tag{II}$$

$$\frac{x_2}{f_2} = \frac{m_{26}}{m_{25}} = \frac{B_1\cos\psi_2 - H_1\sin\psi_2 + b\cos(\psi_2+\varepsilon)}{B_1\sin\psi_2\cos\eta_2 + H_1\cos\psi_2\cos\eta_2 + T_1\sin\eta_2 + b\sin(\psi_2+\varepsilon)\cos\eta_2}, \tag{III}$$

$$\frac{y_2}{f_2} = \frac{m_{24}}{m_{20} + m_{23}} = \frac{-B_1\sin\psi_2\sin\eta_2 - H_1\cos\psi_2\sin\eta_2 + T_1\cos\eta_2 - b\sin(\psi'_2+\varepsilon)\sin\eta_2}{B_1\sin\psi_2\cos\eta_2 + H_1\cos\psi'_2\cos\eta_2 + T_1\sin\eta_2 + b\sin(\psi'_2+\varepsilon)\cos\eta_2}. \tag{IV}$$

Diese Gleichungen sollen noch einer Umformung solcher Art unterzogen werden, daß der Aufbau der Gleichungen mit dem der Gleichungen 27a, 28a, 33a und 34c in Sander 1, S. 45 und 56, übereinstimmt, die der daselbst in Fig. 30 dargestellten Ausführungsform K zugrunde liegen. Wie aus Fig. 2 bis 4 ersichtlich, steht die linke Bildplatte A_l senkrecht auf einer Ebene 4—4, die die linke Objektivachse und deren Projektion auf die Lotebene durch die Standlinie enthält, deren Schnittlinie S—S mit der Horizontalebene also senkrecht zur Horizontalprojektion der Standlinie ist. Dabei ist zufolge der Neigung der Objektivachse gegen ihre Projektion um den Winkel η_1 auch die Schnittlinie der Bildplatte A_l mit der Ebene 4—4 gegen jene Schnittlinie S—S um den Winkel η_1 geneigt. Man denke sich nun (siehe Fig. 8 und 9) eine zweite Bildplatte A_l' auf der Ebene 4—4 senkrecht stehend, die wie die Bildplatte A_l im Brennweitenabstand f_1 von dem Objektiv O_l angeordnet ist, deren Schnittlinie mit der Ebene 4—4 indessen der Schnittlinie S—S parallel ist, so daß also die zugehörende Objektivachse in der Lotebene durch die Standlinie liegt (entsprechend $\eta_1 = 0$). Alsdann denke man sich einen Objektpunkt sowohl auf die Bildplatte A_l als auch auf die Bildplatte A_l' abgebildet. Zwischen den Koordinaten x_1 und y_1 des Bildpunktes auf der Bildplatte A_l und den entsprechenden Koordinaten x_1' und y_1' des Bildpunktes auf der Bildplatte A_l' bestehen dann, wie mit den eingeschriebenen Bezeichnungen aus Fig. 8 ohne weiteres abgeleitet werden kann, die Gleichungen:

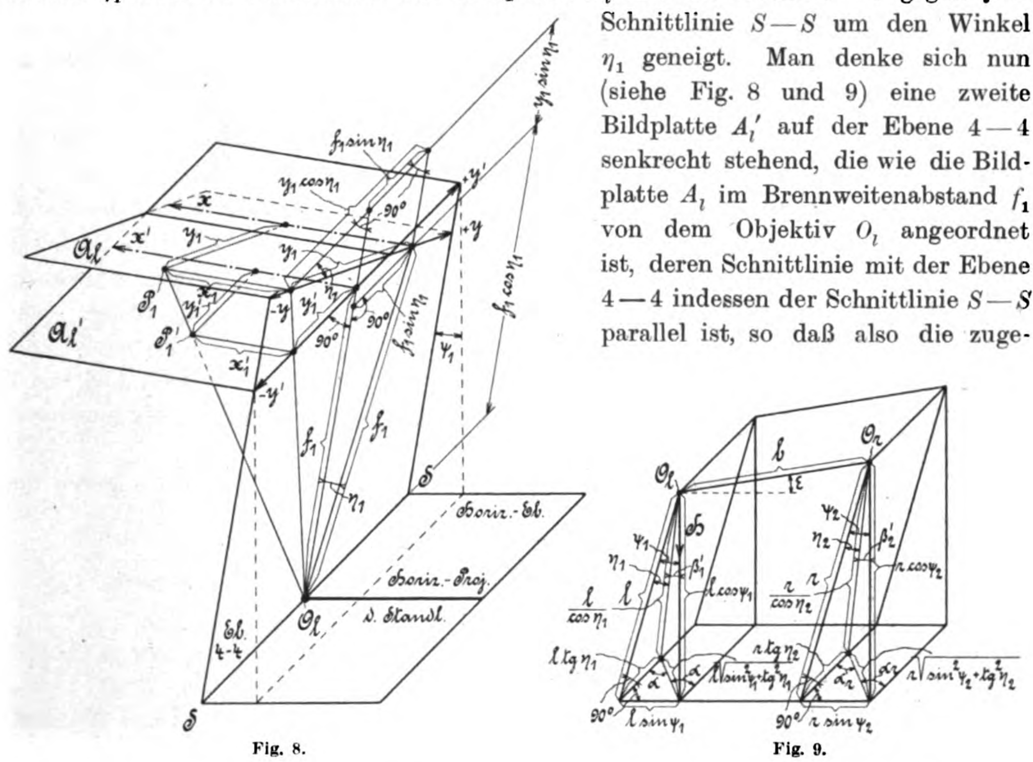


Fig. 8. Fig. 9.

$$\frac{x_1'}{f_1} = \frac{x_1}{f_1 \cos \eta_1 - y_1 \sin \eta_1}, \qquad 1)$$

$$\frac{y_1'}{f_1} = \frac{f_1 \sin \eta_1 + y_1 \cos \eta_1}{f_1 \cos \eta_1 - y_1 \sin \eta_1}. \qquad 2)$$

In gleicher Weise können für die rechte Bildplatte die Gleichungen abgeleitet werden:

$$\frac{x_2'}{f_2} = \frac{x_2}{f_2 \cos \eta_2 - y_2 \sin \eta_2}, \qquad 3)$$

$$\frac{y_2'}{f_2} = \frac{f_2 \sin \eta_2 + y_2 \cos \eta_2}{f_2 \cos \eta_2 - y_2 \sin \eta_2}. \qquad 4)$$

Mit diesen Gleichungen 1 bis 4 nehmen die Gleichungen I bis IV, wenn man, wie infolge der geänderten Lage der Bildplatten erforderlich, in ihnen η_1 und η_2 gleich Null setzt, die folgende Form an:

$$\frac{x_1}{f_1 \cos\eta_1 - y_1 \sin\eta_1} = \frac{B_1 \cos\psi_1 - H_1 \sin\psi_1}{B_1 \sin\psi_1 + H_1 \cos\psi_1}, \qquad \text{Ia)}$$

$$\frac{f_1 \sin\eta_1 + y_1 \cos\eta_1}{f_1 \cos\eta_1 - y_1 \sin\eta_1} = \frac{T_1}{B_1 \sin\psi_1 + H_1 \cos\psi_1}, \qquad \text{IIa)}$$

$$\frac{x_2}{f_2 \cos\eta_2 - y_2 \sin\eta_2} = \frac{B_1 \cos\psi_2 - H_1 \sin\psi_2 + b\cos(\psi_2 + \varepsilon)}{B_1 \sin\psi_2 + H_1 \cos\psi_2 + b\sin(\psi_2 + \varepsilon)}, \qquad \text{IIIa)}$$

$$\frac{f_2 \sin\eta_2 + y_2 \cos\eta_2}{f_2 \cos\eta_2 - y_2 \sin\eta_2} = \frac{T_1}{B_1 \sin\psi_2 + H_1 \cos\psi_2 + b\sin(\psi_2 + \varepsilon)}. \qquad \text{IVa)}$$

Von diesen Gleichungen sollen noch IIa und IVa weiter umgewandelt werden, indem man in IIa für B_1 den aus Ia folgenden Wert

$$B_1 = \frac{-H_1\,[x_1 \cos\psi_1 + (f_1 \cos\eta_1 - y_1 \sin\eta_1)\sin\psi_1]}{x_1 \sin\psi_1 - (f_1 \cos\eta_1 - y_1 \sin\eta_1)\cos\psi_1}$$

und in IVa für B_1 den aus IIIa folgenden Wert

$$B_1 = \frac{-H_1\,[x_2 \cos\psi_2 + (f_2 \cos\eta_2 - y_2 \sin\eta_2)\sin\psi_2] + b\,[(f_2 \cos\eta_2 - y_2 \sin\eta_2)\cos(\psi_2 + \varepsilon) - x_2 \sin(\psi_2 + \varepsilon)]}{x_2 \sin\psi_2 - (f_2 \cos\eta_2 - y_2 \sin\eta_2)\cos\psi_2}$$

einsetzt. Die Gleichung IIa nimmt dann die Form an

$$\frac{f_1 \sin\eta_1 + y_1 \cos\eta_1}{f_1 \cos\eta_1 - y_1 \sin\eta_1 - x_1 \operatorname{tg}\psi_1} = \frac{T_1 \cos\psi_1}{H_1}, \qquad \text{IIb)}$$

und aus der Gleichung IVa entsteht die Gleichung

$$\frac{f_2 \sin\eta_2 + y_2 \cos\eta_2}{f_2 \cos\eta_2 - y_2 \sin\eta_2 - x_2 \operatorname{tg}\psi_2} = \frac{T_1 \cos\psi_2}{H_1 + b\sin\varepsilon}. \qquad \text{IVb)}$$

Da aus den Bildplatten nicht die Winkel ψ_1, ψ_2, η_1 und η_2, sondern die Winkel α, α_r, β_1' und β_2' ermittelt zu werden pflegen, sollen noch die Beziehungen zwischen diesen Winkeln angegeben werden. Dafür ergeben sich aus Fig. 9 mit den eingeschriebenen Bezeichnungen die folgenden Gleichungen:

$$l^2 \cos^2\psi_1 + \frac{l^2}{\cos^2\eta_1} - l^2 \cdot \sin^2\psi_1 - l^2 \operatorname{tg}^2\eta_1 = \frac{2l^2 \cos\beta_1' \cos\psi_1}{\cos\eta_1}, \qquad 5)$$

$$\frac{l \sin\psi_1}{l \operatorname{tg}\eta_1} = \operatorname{tg}\alpha \qquad 6)$$

$$r^2 \cos^2\psi_2 + \frac{r^2}{\cos^2\eta_2} - r^2 \sin^2\psi_2 - r^2 \operatorname{tg}^2\eta_2 = \frac{2r^2 \cos\beta_2' \cos\psi_2}{\cos\eta_2}, \qquad 7)$$

$$\frac{r \sin\psi_2}{r \operatorname{tg}\eta_2} = \operatorname{tg}\alpha_r. \qquad 8)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich:

$$\sin\eta_1 = \cos\alpha \sin\beta_1', \qquad \sin\eta_2 = \cos\alpha_r \sin\beta_2',$$

$$\cos\eta_1 = \sqrt{1 - \cos^2\alpha \sin^2\beta_1'}, \qquad \cos\eta_2 = \sqrt{1 - \cos^2\alpha_r \sin^2\beta_2'}.$$

$$\sin\psi_1 = \frac{\sin\alpha \sin\beta_1'}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha \sin^2\beta_1'}}, \qquad \sin\psi_2 = \frac{\sin\alpha_r \sin\beta_2'}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_r \sin^2\beta_2'}},$$

$$\cos\psi_1 = \frac{\cos\beta_1'}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha \sin^2\beta_1'}}, \qquad \cos\psi_2 = \frac{\cos\beta_2'}{\sqrt{1 - \cos^2\alpha_r \sin^2\beta_2'}}.$$

Mit diesen Werten nehmen die konstanten Glieder $b \sin(\psi_2 + \varepsilon)$ und $b \cos(\psi_2 + \varepsilon)$ nachstehende Form an:

$$b \sin(\psi_2 + \varepsilon) = \frac{b}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha_r \sin^2 \beta_2'}} \cdot (\cos \beta_2' \sin \varepsilon + \sin \alpha_r \sin \beta_2' \cos \varepsilon),$$

$$b \cos(\psi_2 + \varepsilon) = \frac{b}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha_r \sin^2 \beta_2'}} \cdot (\cos \beta_2' \cos \varepsilon - \sin \alpha_r \sin \beta_2' \sin \varepsilon).$$

Der Aufbau des Apparates.

Gelingt es den Luftbild-Stereoautographen so auszubilden, daß er, den verschiedenen Aufnahmefällen entsprechend, entweder die durch die vier Gleichungen[1])

$$\frac{x_1}{f_1 \cos \beta_1 - y_1 \sin \beta_1} = \frac{X_1}{Z_1}, \qquad \text{V)}$$

$$\frac{f_1 \sin \beta_1 + y_1 \cos \beta_1}{f_1 \cos \beta_1 - y_1 \sin \beta_1} = \frac{Y_1}{Z_1}, \qquad \text{VI)}$$

$$\frac{x_2}{f_2 \cos \beta_2 - y_2 \sin \beta_2} = \frac{X_1 \cos \gamma - Z_1 \sin \gamma + b \cos \alpha_r \cos \varepsilon}{X_1 \sin \gamma + Z_1 \cos \gamma + b \sin \alpha_r \cos \varepsilon}, \qquad \text{VII)}$$

$$\frac{f_2 \sin \beta_2 + y_2 \cos \beta_2}{f_2 \cos \beta_2 - y_2 \sin \beta_2 - x_2 \operatorname{tg} \gamma} = \frac{Y_1 \cos \gamma - b \cos \gamma \sin \varepsilon}{Z_1 + b \sin \alpha \cos \varepsilon}, \qquad \text{VIII)}$$

oder die durch die oben abgeleiteten vier Gleichungen

$$\frac{x_1}{f_1 \cos \eta_1 - y_1 \sin \eta_1} = \frac{B_1 \cos \psi_1 - H_1 \sin \psi_1}{B_1 \sin \psi_1 + H_1 \cos \psi_1}, \qquad \text{Ia)}$$

$$\frac{f_1 \sin \eta_1 + y_1 \cos \eta_1}{f_1 \cos \eta_1 - y_1 \sin \eta_1 - x_1 \operatorname{tg} \psi_1} = \frac{T_1 \cos \psi_1}{H_1}, \qquad \text{IIb)}$$

$$\frac{x_2}{f_2 \cos \eta_2 - y_2 \sin \eta_2} = \frac{B_1 \cos \psi_2 - H_1 \sin \psi_2 + b \cos(\psi_2 + \varepsilon)}{B_1 \sin \psi_2 + H_1 \cos \psi_2 + b \sin(\psi_2 + \varepsilon)}, \qquad \text{IIIa)}$$

$$\frac{f_2 \sin \eta_2 + y_2 \cos \eta_2}{f_2 \cos \eta_2 - y_2 \sin \eta_2 - x_2 \operatorname{tg} \psi_2} = \frac{T_1 \cos \psi_2}{H_1 + b \sin \varepsilon} \qquad \text{IVb)}$$

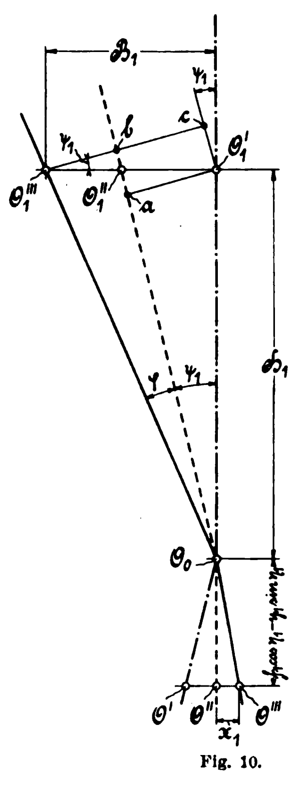
ausgedrückten Beziehungen während des Kopierens gleichzeitig aufrechtzuerhalten imstande ist, so wird erreicht, daß bei der Aufnahme der Bildplatten in bezug auf die Wahl der Lage der Objektivachsen die größtmögliche Freiheit herrschen kann.

Da eine Lösung, die alten Hauptgleichungen V bis VIII aufrechtzuerhalten, in der Ausführungsform K des Luftbild-Stereoautographen (vgl. Sander 1, S. 66, Fig. 30) bereits vorliegt, so ist nur zu untersuchen, welche Änderungen an dieser Ausführungsform K die Aufrechterhaltung der neuen Hauptgleichungen Ia, IIb, IIIa und IVb erforderlich macht. Ein Vergleich der neuen mit den alten Hauptgleichungen lehrt, daß jetzt die Tiefe T_1 die Rolle einnimmt, die früher die Höhe Y_1 hatte, und die Höhe H_1 die Rolle, die früher die Tiefe Z_1 hatte. Das bedeutet für den Stereoautographen, daß im neuen Aufnahmefalle der Tiefenschlitten zum Höhenschlitten wird, und umgekehrt, woraus weiter folgt, daß der Zeichenstift nicht mehr auf dem Breitenschlitten B_1 befestigt sein darf, sondern daß die gegenseitige Bewegung des

[1]) Diese vier Gleichungen V bis VIII entsprechen den Gleichungen 27a, 28a, 33a und 34c in Sander 1, S. 45 und 56. Es ist nur angenommen, daß die Brennweiten f_1 und f_2 der Aufnahmeobjektive verschieden sind, und es ist ferner für $\alpha + \gamma$ der aus der Gleichung $\gamma = \alpha_r - \alpha$ folgende Wert α_r eingesetzt.

Zeichenstiftes und des Zeichenbrettes im einen Falle (wie bisher) der Bewegung des Breitenschlittens B_1 und des Tiefenschlittens C_1, im andern Falle der Bewegung des Breitenschlittens B_1 und des Höhenschlittens A_1 (der dann als Tiefenschlitten wirkt) entsprechen muß.

Im übrigen unterscheiden sich die Gleichungen IIIa und IVb von den entsprechenden Gleichungen VII und VIII lediglich dadurch, daß an Stelle des Winkels β_2 der Winkel η_2 und an Stelle des Winkels γ der Winkel ψ_2 tritt, und daß ferner die konstanten Glieder andere Werte annehmen (im Zähler der rechten Seite der Gleichung IVb wird das konstante Glied sogar zu Null). Diese Änderungen bedingen am Stereoautographen lediglich andere Einstellungen, während die Übertragungsmechanismen selbst unverändert bleiben. Anders dagegen verhält es sich mit den Gleichungen Ia und IIb.


Fig. 10.

Um die Gleichung Ia mechanisch aufrechtzuerhalten, müssen die Arme d_1 und d_2 des Doppelhebels d_1, d_2, die bei der Ausführungsform K, entsprechend der Gleichung V, den unveränderlichen Winkel von 180^0 miteinander einschließen, gegeneinander einstellbar angeordnet und derart eingestellt werden, daß sie vom langen Arm d_1 aus, im Uhrzeigersinn gerechnet, den Winkel $180 + \psi_1$ miteinander einschließen. Der Beweis dafür folgt aus Fig. 10, in der der Doppelhebel d_1, d_2 in drei Stellungen gezeichnet ist, deren jeder eine Einstellung des Apparates für einen Objektpunkt mit den von Null abweichenden Koordinaten T_1 und H_1 zugrunde liegt. Die durch strichpunktierte Linien angedeutete Stellung entspricht der Einstellung eines Objektpunktes mit der Koordinate $B_1 = 0$. Die durch gestrichelte Linien angedeutete Stellung ist die Nullstellung des Doppelhebels, die der Einstellung eines Objektpunktes entspricht, zu dem die Plattenkoordinate $x_1 = 0$ gehört. Die durch ausgezogene Linien angedeutete Stellung entspricht der Einstellung eines Objektpunktes mit der von Null abweichenden Koordinaten B_1 und der zugehörenden Plattenkoordinate x_1. Mit den eingeschriebenen Bezeichnungen folgt aus Fig. 10:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\overline{O_1''' b}}{\overline{O_0 b}} = \frac{x_1}{f_1 \cos \eta_1 - y_1 \sin \eta_1} = \frac{B_1 \cos \psi_1 - H_1 \sin \psi_1}{B_1 \sin \psi_1 + H_1 \cos \psi_1},$$

was zu beweisen war.

Die Gleichung IIb ist, von den konstanten Gliedern abgesehen, die zu Null werden, in ganz gleicher Weise aufgebaut wie die Gleichung VIII. Daraus kann geschlossen werden, daß die Kupplung des Stereokomparators mit dem Kreuzschlittensystem A_1, B_1, C_1 durch den y_1-Hebel in gleicher Weise eingerichtet sein muß, wie sie für den y_2-Hebel bei der Ausführungsform K bereits vorgesehen ist. Der Beweis dafür ist in ähnlicher Weise wie die früheren Beweise leicht zu führen.

Im folgenden soll eine Ausführungsform des Stereoautographen beschrieben werden, die sowohl die Gleichungen Ia, IIb, IIIa und IVb, als auch die Gleichungen V bis VIII aufrechtzuerhalten gestattet.

Diese neue Ausführungsform soll im Anschluß an die in Sander 1 beschriebenen

Ausführungsformen *A* bis *L* mit *M* bezeichnet werden. Die Darstellung ist wiederum eine schematische. Sie weicht insofern etwas von der bei der Ausführungsform *K* gewählten ab, als die die Kupplungen der verschiedenen Schlitten untereinander be-

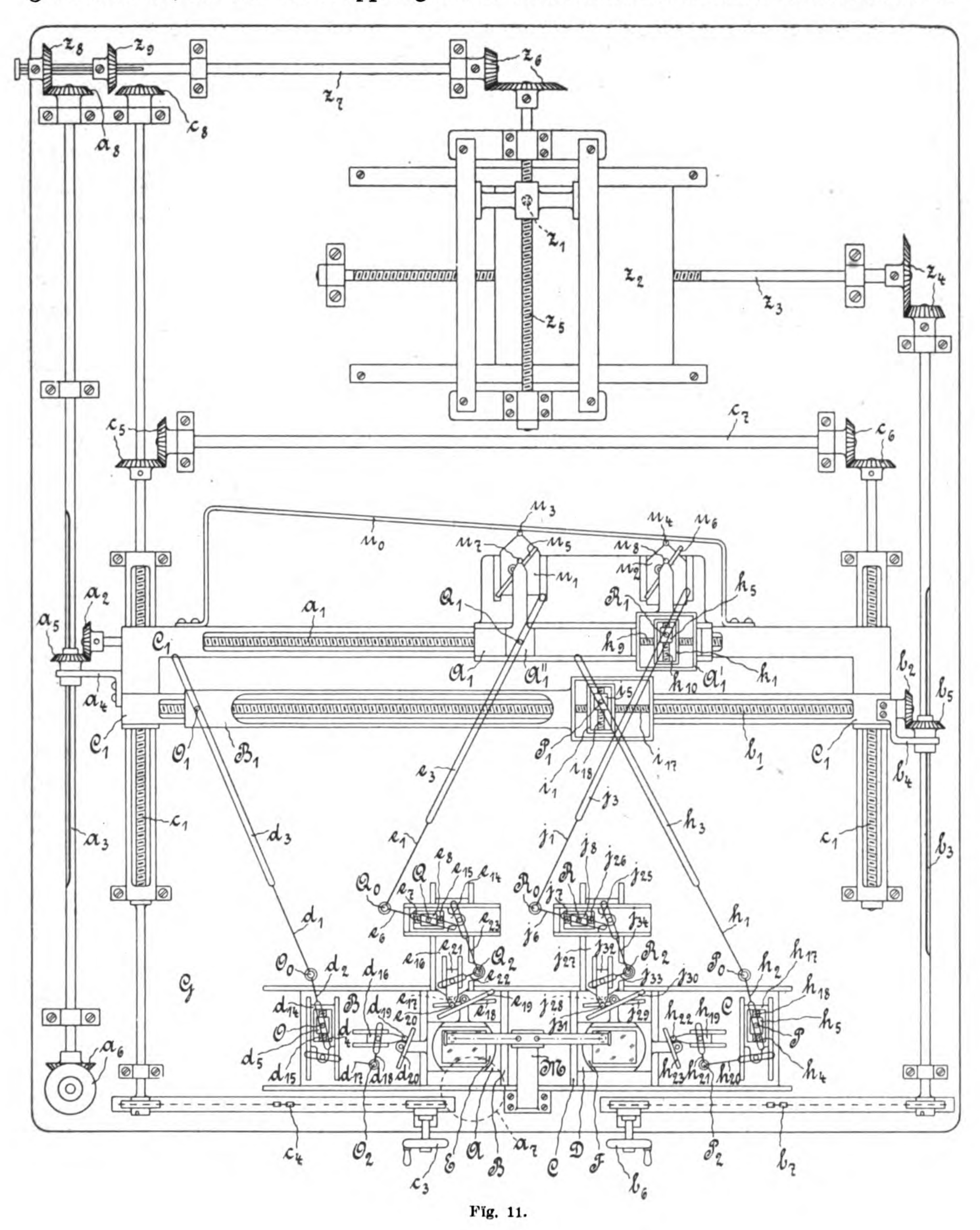


Fig. 11.

wirkenden Mechanismen durch andere, den gleichen Zweck erfüllende, ersetzt sind, entsprechend einem Vorschlag des Ingenieurs Wolf, dem bei der Firma Zeiss die Leitung der Konstruktion der Ausführungsform *K* übertragen war. Die Konstruktion, an der auch der Ingenieur Rockstroh hervorragend beteiligt war, weist in bezug auf gedrängte Bauart noch andere Vorteile auf. So sind z. B. die Photogramme im

Stereokomparator übereinander angeordnet, und es fallen die Drehachsen sämtlicher das Kreuzschlittensystem mit dem Stereokomparator verbindenden Hebel zusammen. Im einzelnen soll auf diese Vorteile indessen hier nicht eingegangen werden.

Bei der Beschreibung der neuen Ausführungsform *M* des Stereoautographen (vgl. Fig. 11) sind, soweit angängig, die bei den Ausführungsformen *A* bis *L* gewählten Bezeichnungen beibehalten. Auf einer Grundplatte *G* ist ein Stereokomparator mit dem Mikroskop *M* und den vier Schlitten *A*, *B*, *C* und *D* in der folgenden Weise angeordnet. Das Mikroskop *M* sitzt fest auf der Grundplatte. Die Schlitten *B* und *C* sind auf der Grundplatte längs einer gemeinsamen Führung in der Richtung der Verbindungslinie der Eintrittspupillen der beiden Mikroskophälften verschieblich angeordnet (welche Richtung der x-Richtung der Bildplatten entspricht). Senkrecht zu dieser Richtung verschieblich (der y-Richtung der Bildplatten entsprechend) ist auf dem Schlitten *B* der Schlitten *A* und auf dem Schlitten *C* der Schlitten *D* angeordnet. Auf dem Schlitten *A* ist ein die linke Bildplatte tragender Schlitten *E* und auf dem Schlitten *D* ein die rechte Bildplatte tragender Schlitten *F* drehbar gelagert, zu dem Zwecke, Verkantungen der Bildplatten einstellen zu können. Die Grundplatte *G* trägt ferner ein Kreuzschlittensystem, dessen drei Schlitten A_1, B_1 und C_1 wie folgt angeordnet sind. Der Schlitten C_1 ist auf der Grundplatte in der Richtung der Verschiebung der Schlitten *A* und *D* längs ihrer Führungen verschieblich und trägt die Schlitten A_1 und B_1, die beide in der Richtung der Verschiebung der Schlitten *B* und *C* verschieblich sind. Der Schlitten A_1 wird durch eine Gewindespindel a_1 verschoben, die ihre Bewegung durch ein Kegelrad a_2 und ein längs einer genuteten Welle a_3 verschiebliches, durch einen Mitnehmer a_4 mit dem Schlitten C_1 gekuppeltes Kegelrad a_5 von dieser Welle a_3 aus empfängt. Die Bewegung der Welle a_3 erfolgt durch ein Kegelräderpaar a_6 und durch weitere, unterhalb der Grundplatte *G* angeordnete (in der Zeichnung weggelassene) Antriebsglieder von einer dem linken Fuß des Beobachters zugänglichen Fußscheibe a_7 aus. Der Schlitten B_1 wird durch eine Gewindespindel b_1 verschoben, die ihre Bewegung durch ein Kegelrad b_2 und ein längs einer genuteten Welle b_3 verschiebliches, durch einen Mitnehmer b_4 mit dem Schlitten C_1 gekuppeltes Kegelrad b_5 von dieser Welle b_3 aus empfängt. Die Bewegung der Welle b_3 erfolgt durch ein der rechten Hand des Beobachters zugängliches Handrad b_6, dessen Bewegungen durch einen Kettentrieb b_7 auf die Welle b_3 übertragen werden. Der Schlitten C_1 wird durch zwei Gewindespindeln, von denen die eine, c_1, mit Rechtsgewinde und die andere, c_2, mit Linksgewinde versehen ist, verschoben. Die Spindel c_1 erhält ihre Bewegung durch ein zur linken Seite des Beobachters angeordnetes Handrad c_3, das durch einen Kettentrieb c_4 mit der Spindel c_1 gekuppelt ist. Die Spindel c_2 wird von der Spindel c_1 aus durch zwei Kegelräderpaare c_5 und c_6 und eine Welle c_7 angetrieben.

Von einer Zeichenvorrichtung ist der Zeichenstift z_1 in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 und das Zeichenbrett z_2 in der Richtung der Verschiebung der Schlitten A_1 und B_1 längs ihrer Führungen auf der Grundplatte *G* verschieblich angeordnet. Der Antrieb des Zeichenbrettes z_2 erfolgt durch eine Gewindespindel z_3, die ihre Bewegung von der zum Antrieb des Schlittens B_1 dienenden Welle b_3 aus mittels eines Kegelräderpaares z_4 empfängt. Der Zeichenstift z_1 erhält seinen Antrieb durch eine Gewindespindel z_5, die mittels eines Kegelräderpaares z_6 von einer Welle z_7 aus verdreht wird. Auf der Welle z_7 sind zwei Kegelräder längs Nuten verschieblich gelagert, von denen das eine, z_8, mit einem auf der Welle a_3 befestigten Kegelrad a_8 und das andere, z_9, mit einem auf der Spindel c_1 befestigten Kegelrad c_8 zum Ein-

griff gebracht werden kann, je nachdem man die Bewegung des Schlittens A_1 oder die des Schlittens C_1 auf den Zeichenstift übertragen will. Durch Auswechseln der Kegelräderpaare z_4 und z_6 ist man in der Lage, die Bewegung des Zeichenbrettes z_3 zu der des Schlittens B_1 und die Bewegung des Zeichenstiftes z_1 zu der des Schlittens A_1 oder des Schlittens C_1 in irgendein gewünschtes Verhältnis zu bringen und so den Zeichenmaßstab zu ändern. Die zwangläufige Verbindung des Kreuzschlittensystems mit dem Stereokomparator ist durch ein Hebelsystem hergestellt.

Zur Verbindung des Schlittens B_1 mit dem Schlitten B dient ein Doppelhebel d_1, d_2, der um eine Achse O_0 auf der Grundplatte G drehbar gelagert ist und dessen beide verschieden lange Arme d_1 und d_2 gegeneinander verstellbar sind. Eine zum Zwecke dieser Verstellung erforderliche Einstellvorrichtung ist der Einfachheit halber in der Zeichnung weggelassen. Der lange Arm d_1 greift mit einem Schlitz d_3 an einem Mitnehmer O_1 des Schlittens B_1 an, während der kurze Arm d_2 mit einem Schlitz d_4 an einem Mitnehmer O angreift, der einem Schlitten d_5 angehört. Der Schlitten d_5 ist auf einem auf dem Schlitten B in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 verschieblich angeordneten Schlitten d_{14} in der gleichen Richtung wie dieser einstellbar angeordnet. Die zugehörende Einstellvorrichtung ist durch eine Gewindespindel d_{15} angedeutet. Der Schlitten d_{14} ist mit einem auf dem Schlitten B in der Richtung der Verschiebung des Schlittens B verschieblich angeordneten Schlitten d_{16} mittels eines auf dem Schlitten B um eine Achse O_2 drehbar gelagerten Winkelhebels, dessen beide verschieden lange Arme d_{17} und d_{18} einen Winkel von 90^0 miteinander einschließen und dessen langer Arm d_{17} an dem Schlitten d_{14} und dessen kurzer Arm d_{18} an dem Schlitten d_{16} angreift, so gekuppelt, daß er bei einer Verschiebung des Schlittens d_{16} entlang seiner Führung stets eine doppelt so große Verschiebung entlang seiner eigenen Führung erfährt. Der Schlitten d_{16} legt sich mittels einer Rolle d_{19} gegen eine an dem Schlitten A drehbar gelagerte Schiene d_{20}, deren Neigung in der Drehebene des Doppelhebels d_1, d_2 einstellbar zu denken ist (die zu dem Zweck erforderliche Einstellvorrichtung ist der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Die Rolle d_{19} ist federnd so mit der Schiene d_{20} verbunden zu denken, daß sie dauernd an der Schiene anliegt. Die Anordnung ist so getroffen, daß bei Einstellung der linken Marke des Mikroskops M auf einen Bildpunkt der linken Bildplatte mit der Koordinate $y_1 = 0$ der Winkelhebel und die Schlitten d_{14} und d_{16} die Nullstellung einnehmen, in der der Angriffspunkt des Armes d_{17} an dem Schlitten d_{14} mit der Drehachse O_2 in einer auf der Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 senkrechten Ebene liegt. Durch die beschriebene Verbindung des Schlittens B_1 mit dem Stereokomparator wird erreicht, daß bei geeigneter Einstellung der gegenseitigen Neigung der Hebelarme d_1 und d_2, ferner bei geeigneter Einstellung des Schlittens d_5 und schließlich bei geeigneter Einstellung der Neigung der Schiene d_{20} entweder die Gleichung V oder die Gleichung Ia selbsttätig aufrechterhalten wird.

Die Verbindung des Schlittens B_1 mit dem Schlitten C ist in gleicher Weise hergestellt, wie die beschriebene Verbindung der Schlitten B_1 und B miteinander. Ein Doppelhebel h_1, h_2 ist um seine Achse P_0 auf der Grundplatte G drehbar gelagert. Die beiden verschieden langen Arme h_1 und h_2 sind gegeneinander verstellbar (die zum Zweck dieser Verstellung erforderliche Einstellvorrichtung ist der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Der in einen Schlitz h_3 des langen Armes h_1 eingreifende Mitnehmer P_1 wird von einem auf dem Schlitten B_1 angeordneten Kreuzschlittensystem getragen, dessen unterer Schlitten i_1 auf dem Schlitten B_1 in der Richtung der Verschiebung des Schlittens B_1 entlang seiner Führung und dessen

oberer Schlitten i_5 auf dem Schlitten i_1 in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 einstellbar ist. Die Einstellvorrichtung für den Schlitten i_1 ist durch eine Gewindespindel i_{17}, die Einstellvorrichtung für den Schlitten i_5 ist durch eine Gewindespindel i_{18} angedeutet. Der in einen Schlitz h_4 des kurzen Armes h_2 eingreifende Mitnehmer P gehört einem Schlitten h_5 an, der auf einem auf dem Schlitten C in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 verschieblich angeordneten Schlitten h_{17} in der gleichen Richtung wie dieser einstellbar angeordnet ist. Die zugehörende Einstellvorrichtung ist durch eine Gewindespindel h_{18} angedeutet. Der Schlitten h_{17} ist mit einem auf dem Schlitten C in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C verschieblich angeordneten Schlitten h_{19} mittels eines auf dem Schlitten C um eine Achse P_2 drehbar gelagerten Winkelhebels, dessen beide verschieden lange Arme h_{20} und h_{21} einen Winkel von 90^0 miteinander einschließen und dessen langer Arm h_{20} an dem Schlitten h_{17} und dessen kurzer Arm h_{21} an dem Schlitten h_{19} angreift, so gekuppelt, daß er bei einer Verschiebung des Schlittens h_{19} entlang seiner Führung stets eine doppelt so große Verschiebung entlang seiner eigenen Führung erfährt. Der Schlitten h_{19} legt sich mittels einer Rolle h_{22} gegen eine an dem Schlitten D drehbar gelagerte Schiene h_{23}, deren Neigung in der Drehebene des Doppelhebels h_1, h_2 einstellbar zu denken ist (die zu dem Zweck erforderliche Einstellvorrichtung ist der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Die Rolle h_{22} ist federnd so mit der Schiene h_{23} verbunden zu denken, daß sie dauernd an der Schiene anliegt. Die Anordnung ist so getroffen, daß bei Einstellung der rechten Marke des Mikroskops M auf einen Bildpunkt der rechten Bildplatte mit der Koordinate $y_2 = 0$ der Winkelhebel und die Schlitten h_{17} und h_{19} die Nullstellung einnehmen, in der der Angriffspunkt des Armes h_{20} an dem Schlitten h_{17} mit der Drehachse P_2 in einer auf der Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 senkrechten Ebene liegt. Durch die beschriebene Verbindung des Schlittens B_1 mit dem Stereokomparator wird erreicht, daß bei geeigneter Einstellung der gegenseitigen Neigung der Hebelarme h_1 und h_2, ferner bei geeigneter Einstellung der Neigung der Schiene h_{23} und schließlich bei geeigneter Einstellung der Schlitten i_1, i_5 und h_5 entweder die Gleichung VII oder die Gleichung IIIa selbsttätig aufrechterhalten wird.

Zum Zwecke der Verbindung der Schlitten A und D des Stereokomparators mit der Kreuzschlittenanordnung sind auf dem Schlitten A_1 zwei Hilfsschlitten A_1' und A_1'' in der Richtung der Verschiebung des Schlittens A_1 längs seiner Führung verschieblich angeordnet. Der Hilfsschlitten A_1' trägt ein zweigliedriges Kreuzschlittensystem, dessen unterer Schlitten k_1 in der Richtung des Schlittens A_1 längs seiner Führung und dessen oberer Schlitten k_5 in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 einstellbar ist. Die Einstellvorrichtung für den Schlitten k_1 ist durch eine Gewindespindel k_9, die Einstellvorrichtung für den Schlitten k_5 ist durch eine Gewindespindel k_{10} angedeutet. Auf dem Schlitten A_1 sind ferner zwei Schlitten u_1 und u_2 in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 verschieblich angeordnet. Die beiden Schlitten u_1 und u_2 legen sich je mittels einer Rolle u_3 bzw. u_4 gegen eine an dem Schlitten C_1 befestigte Schiene u_0, die mit der Verschiebungsrichtung des Schlittens A_1 längs seiner Führung einen kleinen Winkel einschließt. Die Rollen u_3 und u_4 sind federnd mit der Schiene u_0 verbunden zu denken, so daß sie dauernd an der Schiene anliegen. Die Schlitten u_1 und u_2 tragen je eine Schiene u_5 bzw. u_6, deren Neigung in der durch die Verschiebungsrichtung der Schlitten A_1 und C_1 bestimmten Ebene einstellbar zu denken ist (die zu dem Zweck erforderlichen Einstellvorrichtungen sind der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Gegen die Schiene u_5

legt sich eine Rolle u_7 des Schlittens A_1'' und gegen die Schiene u_6 legt sich eine Rolle u_8 des Schlittens A_1'. Nicht gezeichnete Federung sorgt für dauerndes Anliegen der Rollen an der zugehörenden Schiene. Zufolge dieser Anordnung erfahren bei einer Verschiebung des Schlittens A_1 längs seiner Führung die Schlitten u_1 und u_2 eine dazu senkrechte Verschiebung längs ihrer Führungen und die Schlitten A_1' und A_1'' eine zusätzliche Verschiebung gegenüber dem Schlitten A_1, deren Richtung der Verschiebung des Schlittens A_1 parallel ist.

Zur Verbindung des Schlittens A_1'' mit dem Schlitten A dient ein Winkelhebel mit zwei verschieden langen Armen e_1 und e_6, der um eine Achse Q_0 drehbar auf der Grundplatte G gelagert ist und dessen beide Arme gegeneinander verstellbar sind (die zum Zwecke dieser Verstellung erforderliche Einstellvorrichtung ist der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Der lange Arm e_1 greift mit einem Schlitz e_3 an einem Mitnehmer Q_1 an, der so auf dem Schlitten A_1'' angeordnet ist, daß die in die Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 fallende Komponente seines Abstandes von der Drehachse Q_0 gleich der entsprechenden Komponente des Abstandes des Mitnehmers O_1 von der Drehachse O_0 ist. Der kurze Arm e_6 greift mit einem Schlitz e_7 an einem Mitnehmer Q eines Schlittens e_8 an, der auf einem in der Richtung der Verschiebung des Schlittens B verschieblichen Schlitten e_{14} in der gleichen Richtung wie dieser einstellbar angeordnet ist. Die zugehörende Einstellvorrichtung ist durch eine Gewindespindel e_{15} angedeutet. Der Schlitten e_{14} wird von einem Schlitten e_{16} getragen, der auf der Grundplatte G in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 verschieblich angeordnet ist und der sich mittels einer Rolle e_{17} gegen eine auf dem Schlitten A einstellbar angeordnete Schiene e_{18} legt (die zum Einstellen der Schienenneigung erforderliche Einstellvorrichtung ebenso wie eine Federung, um die Rolle e_{17} dauernd an der Schiene e_{18} anliegend zu erhalten, sind der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Gegen eine zweite auf dem Schlitten A einstellbar angeordnete Schiene e_{19} legt sich die Rolle e_{20} eines Schlittens e_{21}, der auf dem Schlitten e_{16} in der Richtung der Verschiebung des Schlittens e_{16} verschieblich angeordnet ist (die Einstellvorrichtung für das Einstellen der Schienenneigung ebenso wie eine Federung, um die Rolle e_{20} dauernd an der Schiene e_{19} anliegend zu erhalten, sind nicht gezeichnet). Durch einen auf dem Schlitten e_{16} um eine Achse Q_2 drehbar gelagerten Winkelhebel, dessen beide verschieden lange Arme e_{22} und e_{23} einen rechten Winkel miteinander einschließen und dessen kurzer Arm e_{22} an dem Schlitten e_{21}, und dessen langer Arm e_{23} an dem Schlitten e_{14} angreift, ist der Schlitten e_{14} so mit dem Schlitten e_{21} gekuppelt, daß er bei einer Verschiebung des Schlittens e_{21} entlang seiner Führung stets eine doppelt so große Verschiebung entlang seiner eigenen Führung erfährt. Die Anordnung ist so getroffen, daß bei Einstellung der linken Marke des Mikroskops M auf einen Bildpunkt der linken Bildplatte mit der Koordinate $x_1 = 0$ der Winkelhebel und die Schlitten e_{14}, e_{16} und e_{21} die Nullstellung einnehmen, in der der Angriffspunkt des Armes e_{22} an dem Schlitten e_{21} mit der Drehachse Q_2 in einer auf der Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 senkrechten Ebene liegt. Durch die beschriebene Verbindung des Schlittens A_1'' mit dem Stereokomparator wird erreicht, daß bei geeigneter gegenseitiger Einstellung der Hebelarme e_1 und e_6, ferner bei geeigneter Einstellung der Neigung der Schienen e_{18}, e_{19} und u_5 und schließlich bei geeigneter Einstellung des Schlittens e_8 entweder die Gleichung VI oder die Gleichung IIb selbsttätig aufrechterhalten wird.

Die Verbindung des Schlittens A_1' mit dem Schlitten D ist in gleicher Weise hergestellt wie die beschriebene Verbindung der Schlitten A_1'' und A miteinander. Auf der Grundplatte ist ein Winkelhebel mit zwei verschieden langen Armen j_1 und

j_6 um eine Achse R_0 drehbar gelagert, die mit der Drehachse Q_0 in einer auf der Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 senkrecht stehenden Ebene liegt. Die gegenseitige Neigung der beiden Arme j_1 und j_6 ist einstellbar zu denken. Der lange Arm j_1 greift mit einem Schlitz j_3 an einem auf dem Schlitten k_5 angeordneten Mitnehmer R_1 an, während der kurze Arm j_6 mit einem Schlitz j_7 an einem Mitnehmer R eines Schlittens j_8 angreift, der auf einem in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C verschieblichen Schlitten j_{25} in der gleichen Richtung wie dieser einstellbar angeordnet ist. Die zugehörende Einstellvorrichtung ist durch eine Gewindespindel j_{36} angedeutet. Der Schlitten j_{25} wird von einem Schlitten j_{27} getragen, der auf der Grundplatte G in der Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 verschieblich angeordnet ist und der sich mittels einer Rolle j_{28} gegen eine auf dem Schlitten D einstellbar angeordnete Schiene j_{29} legt (die zum Einstellen der Schienenneigung erforderliche Einstellvorrichtung ebenso wie eine Federung, um die Rolle j_{28} dauernd an der Schiene j_{29} anliegend zu erhalten, sind der Einfachheit halber nicht gezeichnet). Gegen eine zweite auf dem Schlitten D einstellbar angeordnete Schiene j_{30} legt sich die Rolle j_{31} eines Schlittens j_{32}, der auf dem Schlitten j_{27} in der Richtung der Verschiebung des Schlittens j_{27} verschieblich angeordnet ist (die Einstellvorrichtung zum Einstellen der Schienenneigung ebenso wie eine Federung, um die Rolle j_{31} dauernd an der Schiene j_{30} anliegend zu erhalten, sind nicht gezeichnet). Durch einen auf dem Schlitten j_{27} um eine Achse R_2 drehbar gelagerten Winkelhebel, dessen beide verschieden lange Arme j_{33} und j_{34} einen rechten Winkel miteinander einschließen und dessen kurzer Arm j_{33} an dem Schlitten j_{32} und dessen langer Arm j_{34} an dem Schlitten j_{35} angreift, ist der Schlitten j_{25} so mit dem Schlitten j_{32} gekuppelt, daß er bei einer Verschiebung des Schlittens j_{32} entlang seiner Führung stets eine doppelt so große Verschiebung entlang seiner eigenen Führung erfährt. Die Anordnung ist so getroffen, daß bei Einstellung der rechten Marke des Mikroskops M auf einen Bildpunkt der rechten Bildplatte mit der Koordinate $x_2 = 0$ der Winkelhebel und die Schlitten j_{25}, j_{27} und j_{32} die Nullstellung einnehmen, in der der Angriffspunkt des Armes j_{33} an dem Schlitten j_{32} mit der Drehachse R_2 in einer auf der Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 senkrechten Ebene liegt. Durch die beschriebene Verbindung des Schlittens A_1' mit dem Schlitten D wird erreicht, daß bei geeigneter gegenseitiger Einstellung der Hebelarme j_1 und j_6, ferner bei geeigneter Einstellung der Neigung der Schienen j_{29}, j_{30} und u_6, und schließlich bei geeigneter Einstellung der Schlitten j_8, k_1 und k_5 entweder die Gleichung VIII oder die Gleichung IVb selbsttätig aufrechterhalten wird.

In Fig. 11 sind Bildplatten vorausgesetzt, bei deren Aufnahme die Objektivachsen je einen kleineren Winkel mit dem sie schneidenden Lot als mit der Horizontalebene eingeschlossen haben, und sind die Marken des Mikroskops M auf die Bilder eines Objektpunktes eingestellt, deren Koordinaten x_1, y_1, x_2 und y_2 von Null abweichende Werte haben. Damit die Gleichungen Ia, IIb, IIIa und IVb selbttätig aufrechterhalten werden, sind folgende Einstellungen gemacht: [In eckigen Klammern ist hinter jeder Einstellung der Wert angegeben, den die Einstellung haben müßte, wenn es sich um das Auswerten von Bildplatten handelte, bei deren Aufnahme die Objektivachsen je einen kleineren Winkel mit der Horizontalebene als mit dem sie schneidenden Lot eingeschlossen haben, wobei bei der Auswertung die Gleichungen V bis VIII aufrechterhalten werden müssen]. Die Doppelhebel d_1, d_2; e_1, e_6; h_1, h_2 und j_1, j_6 sind derart eingestellt, daß vom langen Arm jedes Doppelhebels aus, im Uhrzeigersinne gerechnet, die Arme d_1 und d_2 den Winkel $180 + \psi_1$ [180^0], die

Arme e_1 und e_6 den Winkel $90-\eta_1$ $[90-\beta_1]$, die Arme h_1 und h_2 den Winkel $180+\psi_2$ $[180+\gamma]$ und die Arme j_1 und j_6 den Winkel $90-\eta_2$ $[90-\beta_2]$ miteinander einschließen. Der Schlitten i_1 ist um konst. $b \cdot \cos \varepsilon$ [konst. $b \cos \alpha \cos \varepsilon$] und die Schlitten i_5 und k_5 sind je um konst. $b \sin \varepsilon$ [konst. $b \sin \alpha \cos \varepsilon$] aus der Nullstellung verschoben, während der Schlitten k_1 seine Nullstellung einnimmt [um konst. $b \cos \gamma \sin \varepsilon$ aus seiner Nullstellung verschoben ist]. Dabei bedeutet konst. einen Faktor des Kopiermaßstabs, dessen anderer Faktor durch das Übersetzungsverhältnis der Räder jedes der Kegelräderpaare z_4 und z_6 bestimmt ist. Der Schlitten d_5 ist so eingestellt, daß in der Nullstellung des Winkelhebels d_{17}, d_{18} die in die Richtung der Verschiebung des Schlittens C_1 fallende Komponente des Abstandes des Mitnehmers O von der Drehachse O_0 den Wert $f_1 \cos \eta_1$ $[f_1 \cos \beta_1]$ hat. Der Schlitten h_5 ist so eingestellt, daß in der Nullstellung des Winkelhebels h_{20}, h_{21} die in die Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 fallende Komponente des Abstandes des Mitnehmers P von der Drehachse P_0 den Wert $f_2 \cos \eta_2$ $[f_2 \cos \beta_2]$ hat. Der Schlitten e_8 ist so eingestellt, daß in der Nullstellung des Winkelhebels e_{22}, e_{29} die in die Richtung der Verschiebung des Schlittens B fallende Komponente des Abstandes des Mitnehmers Q von der Drehachse Q_0 den Wert f_1 $[f_1]$ hat, und der Schlitten j_8 so, daß in der Nullstellung des Winkelhebels j_{33}, j_{34} die in die Richtung der Verschiebung des Schlittens B fallende Komponente des Abstandes des Mitnehmers R von der Drehachse R_0 den Wert f_2 $[f_2]$ hat. Die Schienen u_5, u_6, d_{30}, h_{23}, e_{18}, e_{19}, j_{29} und j_{30} sind so eingestellt, daß die Schiene u_5 um einen Winkel π_1, die Schiene u_6 um einen Winkel π_2, die Schiene d_{20} um einen Winkel σ_1 und die Schiene h_{23} um einen Winkel σ_2 gegen die Verschiebungsrichtung des Schlittens C_1 geneigt ist und daß ferner die Schiene e_{18} um einen Winkel μ_1, die Schiene e_{19} um einen Winkel ν_1, die Schiene j_{29} um einen Winkel μ_2 und die Schiene j_{30} um einen Winkel ν_2 gegen die Verschiebungsrichtung des Schlittens B geneigt ist. Dabei sind diese Winkel durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

$$\operatorname{tg} \pi_1 = (1 - \cos \psi_1) \operatorname{cotg} \varrho \qquad [\pi_1 = 0],$$

worin ϱ den Winkel bedeutet, um den die Schiene u_0 gegen die Richtung der Verschiebung des Schlittens A_1 entlang seiner Führung geneigt ist.

$$\operatorname{tg} \pi_2 = (1 - \cos \psi_2) \operatorname{cotg} \varrho \qquad [\operatorname{tg} \pi_1 = (1 - \cos \gamma) \operatorname{cotg} \varrho],$$

$$\operatorname{tg} \sigma_1 = \frac{\sin \eta_1}{2} \qquad \left[\operatorname{tg} \sigma_1 = \frac{\sin \beta_1}{2}\right],$$

$$\operatorname{tg} \sigma_2 = \frac{\sin \eta_2}{2} \qquad \left[\operatorname{tg} \sigma_2 = \frac{\sin \beta_2}{2}\right],$$

$$\operatorname{tg} \mu_1 = \operatorname{tg} \psi_1 \sin \eta_1 \qquad [\mu_1 = 0],$$

$$\operatorname{tg} \mu_2 = \operatorname{tg} \psi_2 \sin \eta_2 \qquad [\operatorname{tg} \mu_2 = \operatorname{tg} \gamma \sin \beta_2],$$

$$\operatorname{tg} \nu_1 = \frac{\operatorname{tg} \psi_1 \cos \eta_1}{2} \qquad [\nu_1 = 0],$$

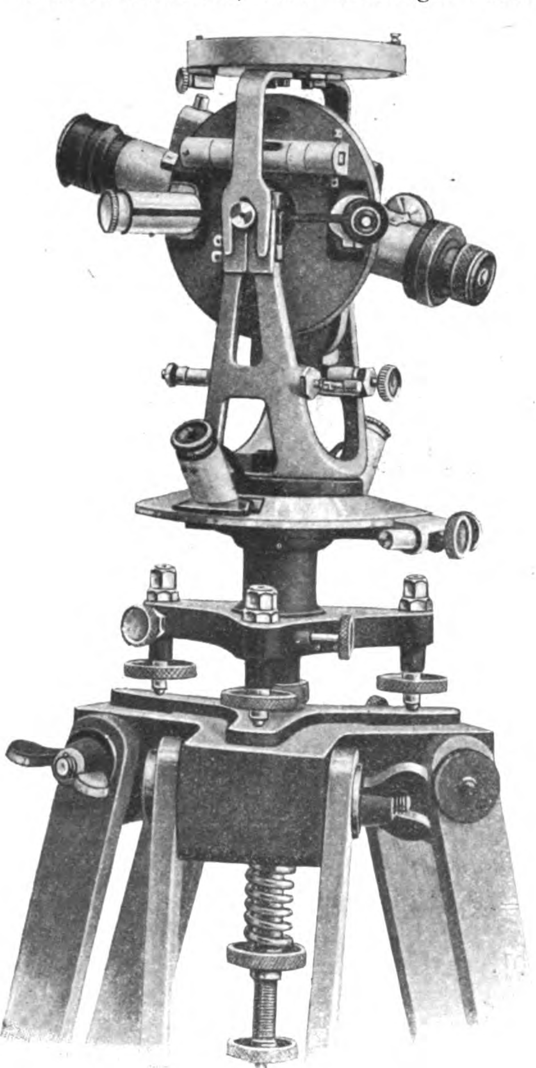
$$\operatorname{tg} \nu_2 = \frac{\operatorname{tg} \psi_2 \cos \eta_2}{2} \qquad \left[\operatorname{tg} \nu_2 = \frac{\operatorname{tg} \gamma \cos \beta_2}{2}\right].$$

Das Rad z_8 ist mit dem Rad a_8 in Eingriff gebracht [die Verbindung zwischen den Rädern z_8 und a_8 ist gelöst] und die Verbindung zwischen den Rädern z_9 und c_8 ist unterbrochen [die Räder z_9 und c_8 stehen miteinander im Eingriff].

Untersuchung eines Theodolits der A.-G. Hahn für Optik und Mechanik, Cassel.

Von
Dr. **H. Wolff** in Berlin.

Die Firma A.-G. Hahn für Optik und Mechanik, Cassel, hervorgegangen aus der seit Jahrhunderten in Cassel ansässigen feinmechanischen Industrie, hat nach dem Kriege ein von ihrer Vorgängerin, der Firma A. & R. Hahn, in früheren Jahren gepflegtes Arbeitsgebiet wieder aufgenommen, das der geodätischen Instrumente. Die neu herausgegebenen Kataloge der Firma zeigen eine Reihe von Konstruktionen, teils altbekannter, teils neuartiger Natur von Theodoliten, Nivellierinstrumenten, Winkelprismen u. dgl.



Die Firma gehört seit einer Reihe von Jahren zum Konzern der C. P. Goerz A.-G., Berlin. Die neueren Konstruktionen der Firma sind teilweise in engem Zusammenarbeiten mit der Firma Goerz entstanden und tragen daher den Namen Hahn-Goerz. Auf Grund der vorliegenden neueren Konstruktionen und im Hinblick auf den bereits bestehenden guten Ruf der Firma auf anderen Gebieten kann erwartet werden, daß auch die geodätischen Instrumente, die die Firma herausbringt, bezüglich der Güte der Konstruktion und Präzision der Ausführung mit an erster Stelle stehen werden.

Dem Unterzeichneten wurde ein Hahn-Goerz-Theodolit zur Untersuchung übergeben. Bei derselben hat sich herausgestellt, daß das Instrument tatsächlich allen Anforderungen genügt, die man an geodätische Instrumente stellen kann. Ablesefehler, Exzentrizitäts- und Teilungsfehler sind ebenso gering wie bei den Instrumenten anderer präzisionstechnischer Firmen. Der mittlere Fehler einer Winkelmessung ergibt, daß man das Instrument auch für größere Messungen verwenden kann. Im einzelnen sei zur Beschreibung des Instrumentes folgendes erwähnt:

1. Beschreibung des Instruments.

Das Instrument (s. Figur) macht äußerlich einen guten Eindruck. Die Abmessungen sind gegeneinander gut abgestimmt, die helle chamoisfarbige Lackierung wirkt angenehm,

ist nach Versuchen auch gegen Witterungseinflüsse unempfindlich, reflektiert Sonnenstrahlen, Schmutz ist abwaschbar. Die Teile, welche man anfaßt, sind schwarz gehalten und deshalb dem Verschmutzen nicht ausgesetzt. Die empfindlichen Teile sind gegen Beschädigung, gegen Eindringen von Staub, Schmutz und frühzeitige Abnutzung geschützt. So sind die Fußschraubengewinde staubdicht abgeschlossen, die Feinstellschrauben verdeckt. Sämtliche Feinstell- und Fußschrauben sind mit konischen Mutterstücken nach Lehren angefertigt und können im Bedarfsfalle ohne weiteres ausgewechselt werden. Die Justierschrauben für das Fadenkreuz sind durch eine besonders abschraubbare Kappe vor Beschädigung und unerlaubten Eingriffen bewahrt.

Das Achsensystem ist für Repetition eingerichtet. Die Repetitionsklemme ist in den Dreifuß selbst eingebaut, so daß die Gewinde der Klemmschraube sowohl als auch der Mikrometerschraube vor Verschmutzen geschützt sind. Die Decke des Teilkreises ist mit dem Mikrometer aus einem Stück hergestellt und so ausgebildet, daß auch dieses vollständig verdeckt ist.

Horizontal- und Höhenkreis sind in 360° auf Silber geteilt, verdeckt und mit Lupen ablesbar. Der Höhenkreis ist nach Zeitdistanzen von 0—360° durchlaufend beziffert. Der Durchmesser des Horizontalkreises beträgt 12 cm, der des Höhenkreises 9 cm. Horizontal- und Höhenkreis sind in $^1/_3{}^0$ geteilt, durch die Nonien kann man bis 30″ ablesen. Auf Wunsch kann das Instrument auch ohne Höhenkreis geliefert werden. Das Fernrohr ist umleg- und durchschlagbar. Das Okular des Fernrohrs ist mit Dioptrienteilung, Distanzmesser (Konstante 1 : 100) und drehbaren Okularprismen mit Sonnenglas versehen. Die Vergrößerung des Fernrohrs ist eine 18 fache; der Durchmesser des Objektivs beträgt 27 mm, der der Austrittspupille 1,5 mm, die Objektivbrennweite 215 mm, das Gesichtsfeld ist 1° 50′ groß, so daß man auf 100 m Entfernung 3,2 m übersehen würde. Die Optik ist dem Rufe der Firma entsprechend sehr gut. Das Fernrohr liefert gute helle Bilder, man kann die Objekte noch auf weite Entfernungen gut einstellen, das Instrument demnach auch für Kleintriangulationen verwenden. Auf dem Fernrohr ist eine Nivellierwendelibelle von 20″ Empfindlichkeit angebracht. Zur Horizontierung befindet sich an der Mitte des Trägers eine Dosenlibelle mit etwa 2′ Empfindlichkeit. Auf die Kippachse wird eine Reiterlibelle aufgesetzt.

Die Höhenkreislibelle hat 20″ Empfindlichkeit. Sie ist mit der Alhidade fest verbunden und mit einer Mikrometerschraube einstellbar, so daß bei einspielender Libelle die Zeiger des Höhenkreises symmetrisch zum Erdlot stehen. Um mit dem Instrument auch Bussolenmessungen ausführen zu können, wird eine Aufsatzbussole mitgeliefert, welche linksläufig in Grade geteilt ist. Die Nadellänge beträgt 75 mm.

2. Untersuchung des Instruments.

Zur Bestimmung der Güte des Instruments wurden folgende Beobachtungen gemacht.

Zur Untersuchung der Teilung wurde Nonius I der Reihe nach auf 0°, 10°, 20°, 30° usw. eingestellt und am Nonius II abgelesen. Die Auswertung der Beobachtungen ergab als Mittelwert für den Zeigerabstand 6,9″. Der mittlere Fehler des wahren Zeigerabstandes ist gleich dem mittleren Fehler einer Nonienablesung. Dieser ergab sich, vorbehaltlich weiterer Untersuchungen, zu $\mu_a = \pm 3{,}5''$.

Zur Berechnung der Exzentrizität wurde eine Ausgleichung der Beobachtungen in derselben Weise vorgenommen, wie dies in Jordans Handbuch der Vermessungskunde II. Band angegeben ist. Man erhielt für den maximalen Exzentrizitätswinkel

$\varepsilon_m = 4{,}8''$. Bei einem Limbusradius von 6 cm erhält man mit diesem Wert eine lineare Exzentrizität von 0,0007 mm. Die Ablesung am Kreis, welche der Verbindungslinie von Limbus- und Alhidadenmittelpunkt entspricht, ergab sich zu $\varphi_0 = 230^0$.

Weiter wurde dann noch der mittlere Exzentrizitätsfehler zu $\mu_\varepsilon = \pm 4{,}8''$ berechnet und unter Benutzung dieses Wertes und des mittleren Ablesefehlers von $\pm 3{,}5''$ erhielt man den mittleren Teilungsfehler $\mu_t = \pm 2{,}4''$.

Um die Teilung in sich zu prüfen und festzustellen, ob 40 Teile des Nonius 39 Limbusteilen entsprechen, wurden die Nonien von 20 zu 20^0 im Kreise herumgeführt, der Nullstrich des Nonius jedesmal mit dem Limbusstrich zur Deckung gebracht und der Endstrich abgelesen. Als mittlere Nonienlänge erhielt man bei Nonius I $\Delta_1 = + 1{,}39''$, bei Nonius II $\Delta_2 = - 0{,}56''$, also eine geringe Differenz.

Um den m. F. einer Winkelmessung zu ermitteln, wurde auf einer Plattform ein Winkel zwischen zwei Kirchtürmen in Entfernung von etwa 2 km in beiden Fernrohrlagen zehnmal in verschiedenen Sätzen gemessen. Es ergab sich als mittlerer Fehler $\mu_w = \pm 9{,}1''$. Der mittlere Fehler einer Richtungsmessung ist demnach $\mu_R = \pm 6{,}5''$ und der mittlere Fehler eine Visur unter Benutzung des vorher ermittelten Ablesefehlers $\mu_v = \pm 6{,}0''$. Die Ergebnisse der Untersuchungen beweisen die Güte des Instruments und rechtfertigen die Bewertung, die in der Einleitung ausgesprochen wurde.

Referate.

Versuche zur Bestimmung des Längenunterschiedes eines metallenen Meterstabes in horizontaler und vertikal hängender oder unterstützter Lage.

Von Gottfried Dimmer, *Sitzungsber. d. Wiener Akad.* **129.** *IIa. S. 223. 1920.*

Der Längenunterschied eines Meterstabes in horizontaler und vertikaler Lage berechnet sich nach dem Hookeschen Gesetz für Stahl zu 0,19 μ, für Messing zu 0,48 μ und für Platin zu 0,65 μ. Im *Bureau International* früher ausgeführte Messungen hatten aber für einen Platin-Iridiummeter nur 0,25 μ ergeben.

Um bei den (durch den Krieg unterbrochenen) Messungen die Temperatureinflüsse auszuschalten, wurde gleichzeitig die Änderung an zwei Stäben gemessen; dies geschah mit Hilfe eines Apparates, welcher auf dem Prinzip des Michelsonschen Interferometers beruht, der aber im Gegensatz zu diesem als Ganzes gedreht werden konnte. In einer an der Wand befestigten Platte P (Fig. 1) ist eine Achse befestigt, die mit dem Mittelstück M' ein Kreuz mit den langen Armen A_1 und A_2 und den kurzen Armen A_3 und A_4 trägt. Auf dem Mittelstück ruht die Messingplatte M'' mit den beiden Spiegeln p_1 und p_2, von denen der erstere halbdurchlässig versilbert ist und der zweite als Kompensator dient. In dem Kasten K des Armes A_3 ist die Quecksilberdampflampe so angebracht, daß sie trotz der Drehung stets ihre Lage im Raume beibehält. Die Strahlen durchsetzen den Kondensator K_1, das Grünfilter F und die im Brennpunkt der Linse L_1 stehende Blende B_1. Der Arm A_4 trägt das dreimal geknickte Fernrohr F_1; dadurch ist erreicht, daß das Okular stets in der Apparatachse bleibt.

Die langen Arme A_1 und A_2 sind durch Längsrippen und untereinander durch die Stäbe r_1 bis r_3 versteift. Zur Aufnahme und Justierung der Meterstäbe dienen die 4 Paar Stahlklötzchen k_1 bis k_4 mit den Justierschrauben s_1 bis s_4, die sie überbrückenden Querleisten g_1 bis g_4 und besondere Führungsstiften in diesen. Die Maßstäbe wurden in den innersten Klötzchen k_4 festgeklemmt. An ihre äußeren oder inneren Enden ließen sich mittels der Befestigungsschrauben g_1 und g_2 sowie durch Justierschräubchen die Aluminiumplatten h_1 und h_2 zur Aufnahme der außen versilberten Interferometerspiegel S_1 und S_2 (von 3 cm Durchmesser) anbringen. Die Schienen m_1 und m_2, die Flachstäbe u_1 und u_2, sowie das Gewicht Q dienten zum Ausbalancieren des Apparates, dessen

Drehung an der Winkelskala *W* beobachtet wurde. Die Ablesungen wurden sehr durch Erschütterungen gestört.

Fig. 1.

Bildet man die Differenz dD der bei außen und innen angesetzten Spiegeln erhaltenen Beobachtungen (wodurch die Längenänderung der Tragarme herausfällt), so ist bei nicht zu starkem Temperaturgang

$$dD = d \cdot (\sin \varphi - \cos \varphi) \cdot d\varphi,$$

wobei d die gesuchte Längenänderung des Maßstabes und φ der Drehwinkel ist. Integriert man diese Gleichung über die 4 Quadranten, so wird $D_1 = 0$, $D_2 = 2 \cdot d$, $D_3 = 0$, $D_4 = -2 \cdot d$. Bei den Versuchen traten aber bei D_1 kleine positive und bei D_3 kleine negative Werte auf, welche von der Verbiegung der Stäbe herrührten; sie dienten dazu, um die Beobachtungen bei D_2 und D_4 wegen der Durchbiegung zu korrigieren. Die für verschiedene Stablängen erhaltenen Längenänderungen sind in den Kurven a_1 und b_1 der Fig. 2 mit den theoretisch berechneten a und b wiedergegeben. Aus der Betrachtung dieser folgt, daß die Maßstäbe an dem freien Spiel gehindert worden sind;

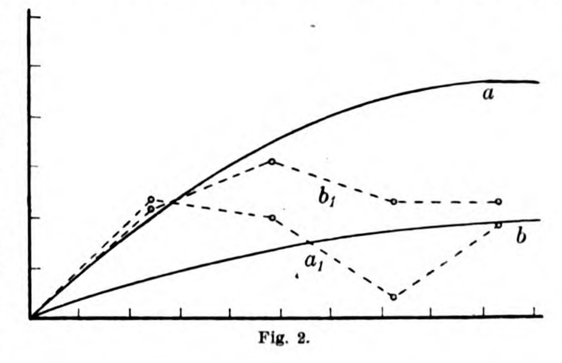


Fig. 2.

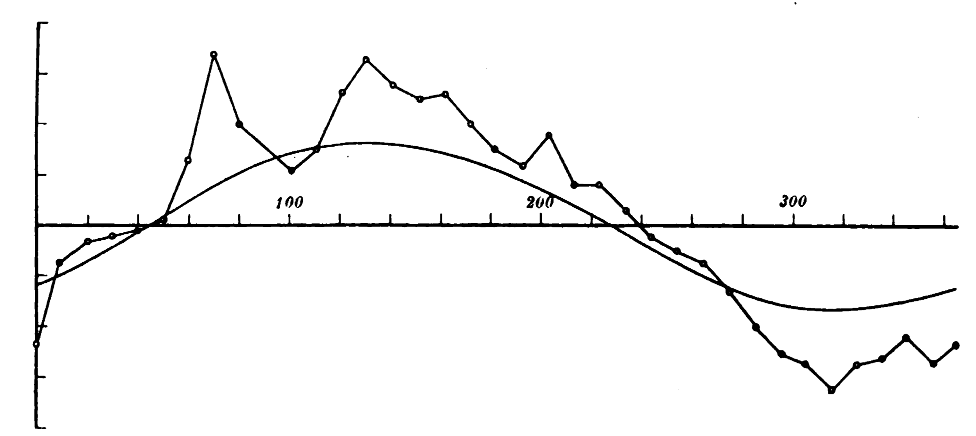


Fig. 3.

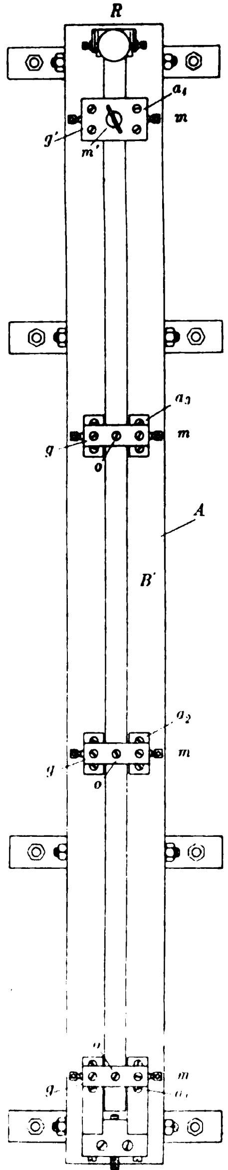


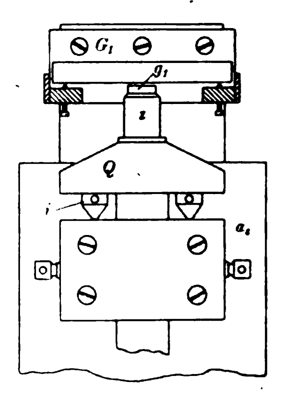
Fig. 4.

die Messung war also mit dem Apparat nicht auszuführen. Dies zeigte sich auch bei der Beobachtung mit schrittweiser Drehung von 10 zu 10°, deren Ergebnisse in Fig. 3 mitgeteilt sind (starke Kurve: berechnete. schwache Kurve: beobachtete Werte). Je nachdem, ob man d nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, oder die gefundene Kurve der harmonischen Analyse unterwirft und durch eine **Fourier**sche Reihe darstellt, oder ob man die Beobachtungen quadrantenweise zusammenfaßt, erhält man für d andere Werte, die in der Zusammenstellung am Schluß angegeben sind.

Es wurde deshalb ein Klemmapparat konstruiert, bei welchem die Beobachtungen an nur einem Stabe erfolgten, und der darauf beruht, daß der Stab abwechselnd an seinem oberen und an seinem unteren Ende geklemmt wird; die dabei auftretenden Längenänderungeu wurden mittels Fernrohr, Spiegel und Skala oder durch Interferenzen beobachtet. Der Apparat besteht aus einer sorgfältig ausgerichteten Stahlschiene A (Fig. 4), die mit Laschen an der Wand befestigt ist. Auf ihrer gehobelten Vorderfläche B sitzen 4 Paar Stahlklötze a_1 bis a_4, mit je einer durchgehenden Schraube m, Querleisten g und Führungsstiften o (ähnlich wie bei dem Drehapparat); von diesen dienen a_2 und a_3 zur seitlichen Führung des Maßstabes, a_1 und a_4 zu seiner Klemmung, die auch durch die Schraube m' (in der kräftigen Deckplatte g') erfolgen kann. Auf das obere Maßstabende legt sich die Schneide eines Prismas, das an einem zwischen Spitzen gelagerten Hebel sitzt, an welchem der Spiegel R angekittet ist. Der Maßstab wird mittels Mikrometerschraube so verschoben, daß bei oberer Klemmung R vertikal steht. Dann ist

$$2 \cdot d = b \cdot \gamma,$$

wenn b der Abstand der Drehachse von der Axialebene des Prismas und γ der Drehwinkel ist. Dieser Apparat lieferte zwar schon bessere



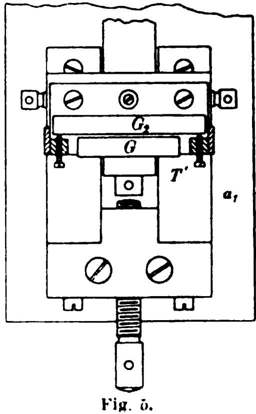


Fig. 5.

Werte (s. d. Zusammenstellung), doch waren hierbei Störungen durch das abwechselnde Klemmen zu befürchten (es ist sogar zu verwundern, daß sie hierbei nicht noch größer waren). Trotzdem wurden auch noch einige Versuche mittels Interferenzbeobachtungen ausgeführt; hierzu trug der Stab oben eine Planplatte, der eine zweite gegenüberstand, welche auf drei Schrauben ruhte, die an einem an A befestigten Winkel eingeschraubt waren.

Um die erwähnten Störungen auszuschließen, wurde schließlich folgende Anordnung eines freien, ungeklemmten Stabes benutzt, bei welcher die vier Klötzchen a_1 bis a_4 nur noch zur Führung und Justierung dienten. Der Stab ruht gewöhnlich mit den 4 Zapfen i, die in dem an ihm befestigten Aluminiumquerbalken Q sitzen (Fig. 5), auf a_4 auf. Auf Q sitzt ein Messingzapfen z mit der Planplatte g_1, der wieder, wie vorher, die Platte G_1 gegenübersteht. Eine ähnliche Einrichtung ist auch unten angebracht, die aus dem gekröpften Aluminiumbalken T' und den Planplatten G und G_3 besteht. Hier wird so justiert, daß schmale Interferenzstreifen im grünen Quecksilberlicht, oben dagegen breite Streifen in Natriumlicht entstehen. Durch eine Mikrometerschraube wird der Stab langsam gehoben und die dabei unten an einer Marke vorbeiwandernden Streifen gezählt, und zwar so lange, bis auch die oberen Streifen sich zu bewegen beginnen wollen. Die bis hierhin eingetretene Längenänderung ist $2d$. Hiermit wurde für den Stab der Wert $d = 0{,}1803$ erhalten, der mit der berechneten sehr gut übereinstimmt. Im großen und ganzen kann man nur sagen, daß die Berechnung der Längenänderung nach dem Hookeschen Gesetz bei einigermaßen genau bekanntem Elastizitätsmodul sicherer ist als die experimentelle Bestimmung.

Zusammenstellung der Ergebnisse (in μ).

Material	2 Stäbe (Rotationsapparat)				1 Stab		
	Quadrantenzählung	Schrittweise Zählung			Klemmung		freier Stab Interf.
		wahrscheinlicher Wert	harmon. Analyse	quadr.-w. Zusammenfassung	Spiegel	Interf.	
Messing . . .						0,52 ± 0,02	
Stahl	0,23	0,29	0,30	0,26		0,21 ± 0,01	0,18 ± 0,01
Blei					3,77 ± 0,14		
Platin . . .					0,64 ± 0,03	0,70 ± 0,03	

Berndt.

Verfahren zur Kompensation der elastischen Nachwirkung.

Von K. Bennewitz, *Physikal. Zeitschr.* **22**. *S. 329. 1921.*

Für genauere Messungen stört bei allen auf Federwirkung beruhenden Instrumenten die elastische Nachwirkung. Sie läßt sich zwar durch besondere Formgebung verringern, aber nicht vollständig beseitigen, da sie eine Materialeigenschaft ist. Zu einer rechnerischen Korrektion müßte man aber auch die ganze Vorgeschichte, d. h. die augenblickliche Deformation und ihre sämtlichen Ableitungen nach der Zeit kennen. Die elastische Nachwirkung läßt sich nun ähnlich wie die thermische Ausdehnung bei Kompensationspendeln beseitigen, indem man zwei Apparate (etwa zwei Aneroide) von gleicher elastischer Nachwirkung aber verschiedenen Hubwegen (bei gleicher Belastung) so kombiniert, daß jene beiden sich aufheben. Daß dies möglich ist, Verschiebung und Nachwirkung also nicht einander proportional zu sein brauchen, läßt sich theoretisch begründen. Die durch die mit der Zeit t veränderliche Kraft $G = f(t)$ zur Zeit t_n hervorgerufene gesamte Deformation ist gegeben durch

$$y = \beta \int_{t_0}^{t_n} \frac{f(t)\,dt}{t_n - t + \tau},$$

wobei t_0 den Zeitpunkt des Wirkungsbeginns der Kraft auf den völlig ausgeruhten Körper, β und τ vom Material und der Form abhängige Konstanten bedeuten.

Bezeichnen A und B (Fig. 1) die Ruhestellungen zweier gleichen zeitlichen Druckschwankungen unterworfenen Systeme und verschieben sie sich dadurch nach A' und B', so nimmt ihre

Verbindungsstange AB die Lage $A'B'$ an. Sind y_1 und y_2 die Deformationen von A und B zu einem bestimmten Zeitpunkt, so ist die des Punktes C (der im Abstande x von A liegt)

$$y = (1 - x/L) \cdot y_1 - (x/L) \cdot y_2 .$$

Setzt man in diese die Werte aus der ersten Gleichung ein, und wählt man x so, daß

$$(1 - x/L) \cdot \beta_1 = (x/L) \cdot \beta_2$$

ist, so wird

$$y = f(t_a) \cdot \left[(x/L) \cdot \beta_2 \cdot \ln \tau_2 - (1 - x/L) \cdot \beta_1 \cdot \ln \tau \right] .$$

Da in der Klammer nur konstante Größen vorkommen, so ist also die Deformation y proportional der augenblicklich wirkenden Kraft $f(t_a)$ und somit frei von Nachwirkung, vorausgesetzt allerdings, daß die Klammer nicht verschwindet. Dazu muß, wie aus der vorhergehenden Gleichung folgt, $\tau_1 \neq \tau_2$ sein, was erfahrungsgemäß immer der Fall und durch Benutzung verschiedenen Materials stets zu erreichen ist.

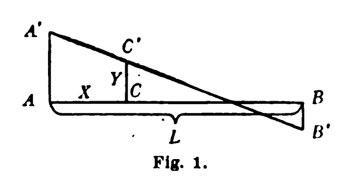


Fig. 1.

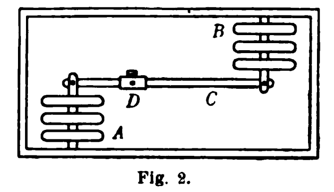


Fig. 2.

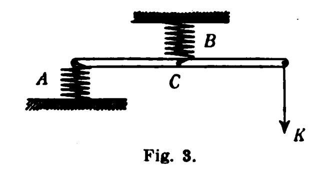


Fig. 3.

Die praktische Ausführung eines derart kompensierten Barometers oder Höhenmessers ist in Fig. 2 wiedergegeben; es besteht aus zwei versetzt angeordneten, gut gealterten Dosensystemen mit ungleichartigen elastischen Eigenschaften, die auf einen gemeinsamen Hebel C wirken, während die Bewegung durch den Läufer D weiter auf ein geeignetes Hebelwerk übertragen wird. Durch Versuche wurde festgessellt, daß sich die Nachwirkung mit einem solchen System bis auf wenige Prozent der eines einzelnen unkompensierten Systems bringen läßt.

Auch bei anderen Federn muß man die zu messende Kraft in zwei einander proportionale Teile zerlegen, die gesondert auf die beiden Systeme wirken, wozu eine Ausführungsform in Fig. 3 dargestellt ist. Dabei sind zwar die auf A und B wirkenden Komponenten der an dem Ende des Hebels C angreifenden Kraft K wegen der verschiedenen Hebelmomente nicht mehr einander gleich, aber stets einander proportional, wodurch die Theorie keine wesentliche Abänderung erfährt, da nur die Größen β andere Werte annehmen, so daß man auf dem Hebel C stets einen Punkt findet, der nachwirkungsfrei arbeitet. *Berndt.*

Einrichtung zur Vereinfachung der Feldarbeit bei Tachymetermessungen.

Nach Charles C. Wardrop. *„The Engineer“ Nr. 3414 (Bd. CXXXI, S. 594) 3. Juni 1921.*

Die Notiz, nach einer Mitteilung des Erfinders Ch. Wardrop in Buenos Aires, beschreibt und skizziert eine Einrichtung am Tachymeter-Instrument, ähnlich den mannigfach auch von deutschen Ingenieuren versuchten „Schiebe-Tachymetern“ (Kreuter, Wagner, Puller usf.). Es ist eine seitlich am Fernrohr, parallel zur Ziellinie befestigte Schiene vorhanden, die also die Kippbewegungen des Fernrohrs mitmacht und an deren äußerem Ende (Entfernung von der Kippachse = der Längeneinheit) ein in einem Gelenk beweglicher vertikaler Arm herabhängt, durch ein Gewicht in seiner Lage versichert. Die auf ihm ebenfalls aufgetragene Längeneinheit ist in 1000 Teile zerlegt. An einem Fernrohrträger endlich ist ein horizontaler Arm befestigt, auf dem eine ebensolche Teilung aufgetragen ist. Am Schnittpunkt der beiden Armteilungen, der vertikalen und horizontalen, kann der cos (für die horizontalen Entfernungen) und der sin (für die Höhenunterschiede) des Höhenwinkels der Zielung abgelesen werden. Dabei ist vorausgesetzt, daß an der Latte mit Hilfe der Distanzfäden des Fernrohrs die *schiefe* Entfernung zwischen Kippachse und Latte abgelesen werden kann, wobei also die Latte normal zur Zielung zu halten wäre, wie bei Wagner usf. Der Verf. schreibt der Erfindung den Vorteil zu, daß „alle Berechnungen im Feld ohne den Gebrauch von Tafeln“ ausgeführt werden können.

Der Ref. glaubt nicht, daß die Sache für deutsche Ingenieure von Bedeutung sein wird;

wir haben bereits wesentlich bessere Lösungen der vom Verf. verfolgten Aufgabe und Kreuter ist bei uns heute vollständig aus der Praxis verschwunden. Bei der Wichtigkeit einerseits, der immer größern Schwierigkeit anderseits, die die Verfolgung aller Bestrebungen des Auslands auch auf dem Gebiet der Messungsinstrumente für uns hat, glaubte ich jedoch auch den vorstehenden Hinweis bringen zu sollen. *Hammer.*

Das Kugelphotometer als Reflektometer.

Von R. Ulbricht, *Zeitschr. f. Beleuchtungsw.* **27.** *S. 51. 1921.*

Der Verf. hat schon in früheren Arbeiten darauf hingewiesen, daß das von ihm angegebene Kugelphotometer auch zur Bestimmung des Rückstrahlungsvermögens bei entsprechender Anordnung benutzt werden kann. Neuerdings sind solche Einrichtungen von A. H. Taylor, von F. A. Benford sowie E. H. Sharp und W. E. Little beschrieben worden.

Das Wesentliche dieser Konstruktionen ist, daß von der Kugel eine Kalotte abgeschnitten ist und in die so entstandene Öffnung die ebene Platte, deren Rückstrahlungsvermögen gemessen werden soll, gebracht wird. Diese wird entweder direkt beleuchtet oder es wird ein Teil der Kugelinnenfläche durch ein begrenztes Strahlenbündel beleuchtet. Jedesmal findet in bekannter Weise eine Rückwirkung auf die ganze innere Kugelfläche statt. Eine passende Stelle derselben wird durch ein Beobachtungsfenster mittels eines Photometers photometriert.

So einfach die Anordnung und die Beobachtung ist, so sind die Formeln, die schließlich zur Ermittelung des Rückstrahlungsvermögens der Prüfstelle führen, doch ziemlich umständlich. Der Verf. entwickelt diese und zeigt, durch welche besonderen Einrichtungen eine Vereinfachung der Rechnung ohne allzugroße Abweichung von der Genauigkeit herbeigeführt werden können.

H. Krüss.

Bücherbesprechungen.

Jahresbericht der Landesaufnahme 1919/20. Berlin, Landesaufnahme 1921. 8°. 86 S. mit 7 Anlagen.

Es ist sehr zu begrüßen, daß sich die Landesaufnahme nach ihrer Umwandlung in eine Zivilbehörde entschlossen hat, einen Jahresbericht über ihre Tätigkeit der Öffentlichkeit vorzulegen; ich möchte auch hier mit einigen Worten auf diesen I. Band aufmerksam machen, obwohl in unserer Zeitschrift nur auf einzelne wenige Punkte des Berichts eingegangeu werden kann.

Den größten Teil des Bandes nehmen die Berichte der einzelnen Abteilungen (trigonometrische, topographische, photogrammetrische, kartographische, Kartenvertriebs-Abteilung) ein.

Die seit 1900 ausgeführten Triangulationen I. O. sind von den frühern ganz unabhängig; als Koordinaten-Nullpunkt ist jetzt der geodätische Turm des Geodätischen Instituts auf dem Telegraphenberg bei Potsdam gewählt worden, für den auch die Polhöhe, die Gr.-Länge und das Azimut der Zielung nach Golm-Berg mit möglichster Schärfe vom Geod. Inst. bestimmt worden sind. Die Versuche, bei der Triangulation künstliche Lichtquellen teilweise oder ganz an die Stelle des Heliotropenlichts zu setzen und sich so vom Sonnenschein unabhängig zu machen, sind 1919 und 1920 fortgesetzt werden; das von einer kugelförmigen 6 Volt-Glühlampe mit 1,2 Amp. Stromverbrauch erzeugte Licht, durch parabolischen Glassilberspiegel auf die Gegenstation gerichtet hat sich bei Tag auf die Entfernung 45 km· (Telegraphenberg—Golm-Berg) brauchbar gezeigt, indem es im Handfernrohr mit 26-facher Vergrößerung zu erkennen war; auf 26 km Entfernung konnte das Licht in Potsdam, Tel.-Berg (Leuchtapparat auf dem Berliner Rathausturm aufgestellt) mit bloßem Auge gesehen werden, wenn der Dunst über Berlin nicht zu stark war. Das Licht war im Fernrohr des 27-cm-Theodolits vom Heliotroplicht nicht verschieden und zeigte auch dessen bekanntes Verhalten in Beziehung auf Flimmern und Ruhigwerden. Das neue Gerät hat bereits 1920 praktische Anwendung gefunden.

Im Bericht über die Fein-Einwägungen sind von Interesse die Nivellements zur Bestimmung des neuen Normalhöhenpunkts (N. H. 1912) als Ersatz des 1913 durch den Abbruch der frühern Berliner Sternwarte zerstörten Normalhöhenpunkts von 1879; ferner die Neueinwägungen im Bezirk

des Oberbergamts Dortmund zur Feststellung der Höhenänderung der alten „Fest“-Punkte infolge des Bergbaus. Als Nivellier ist jetzt besonders im Gebrauch ein Instrument von Hildebrandt Freiberg mit etwas verlängerter (10 cm) Kippachse und mit verbessertem Gang der Stehachse. Für die Signalnivellements ist ein Wild-Zeisssches Nivellier III mit Keilstrich-Einstellung verwendet werden. Als Material der Latten (früher nach langjähriger Erfahrung der Landesaufnahme ausschließlich naturgetrocknetes Erlenholz) ist, nachdem naturgetrocknetes Kiefernholz entfernt nicht dasselbe wie die früheren Erlenholzlatten geleistet hatte in Beziehung auf Unveränderlichkeit des Lattenmeters, auch künstlich getrocknetes Erlenholz (in Ermangelung von naturtrockenem) versucht worden; nicht mit Erfolg: Streckung im Feld 3- bis 5mal so groß als bei den aus naturtrockenem Erlenholz gefertigten älteren Latten. Die Aufbewahrungsart der Latten ist bekannt: während des Winters in einem Kasten, der die Latten vor Regen und Sonnenschein schützt die Außenluft aber durchstreichen läßt.

In umfangreichen Waldgebieten ist die Kleintriangulation wegen der zu hohen Kosten für Pfeilerbauten usf. durch Zugmessung ersetzt worden; das Urteil über den Zeissschen Streckenmeßtheodolit fällt dabei für Schnellmessungen nicht günstig aus: die Anordnung sei zu schwerfällig und zu fein im Vergleich mit dem Tachymeter-Theodolit.

Die topographische Abteilung bringt u. a. wichtige Einzelheiten über die Versuchsmessungen im Maßstab 1 : 5000 im Sinne meiner Denkschrift „Zur künftigen topographischen Grundkarte von Deutschland“ 1917. Man wird, wie ich glaube, bei Festhaltung der von mir als hinreichend genau aufgestellten Fehlergrenzen in der Höhendarstellung, bald auf eine noch etwas geringere Zahl von gemessenen Höhenpunkten herabgehen. Ich möchte aber daran festhalten, daß diese Zahl auf dem Kartenblatt angegeben wird; der sachkundige Leser wird selbstverständlich nicht aus ihr allein, sondern vor allem ferner nach der Natur der dargestellten topographischen Fläche die Genauigkeit der Höhenlinien beurteilen können, wenn dabei auch noch andere Faktoren mitsprechen.

Ebenso bietet der Bericht der photogrammetrischen Abteilung auch im Sinn der Instrumentenkunde viel Wichtiges; aus den zwei Anhängen der Schrift gehört dazu noch der Bericht von Major Horn über die stereophotogrammetrische Aufnahme der Steilküste der Insel Rügen und ihre geplante periodische Wiederholung. *Hammer.*

Friedrich Dannemann, Die Naturwissenschaften in ihrer Entwicklung und in ihrem Zusammenhange. 2. Aufl. 1. Band. Von den Anfängen bis zum Wiederaufleben der Wissenschaften. XII, 486 S. mit 64 Abbildgn. im Text und einem Bildnisse des Aristoteles. Leipzig, Wilhelm Engelmann. Geh. 20 M. + Teuerungszuschlägen.

Wenn man ein richtiges Bild von der Entwicklung der Naturwissenschaften gewinnen will, so muß man sie im Zusammenhange mit der Kulturgeschichte und der allgemeinen Geschichte verfolgen. Nicht minder muß man die Abhängigkeit der einzelnen Wissenszweige voneinander berücksichtigen: daß der eine Zweig sich erst weiter ausbilden konnte, nachdem ein anderer hinreichende Fortschritte gemacht hatte. Ein Werk, das die Entwicklungsgeschichte von diesen Gesichtspunkten aus behandelt und das demgemäß in hohem Grade anregend und lehrreich wirkt, ist Fr. Dannemanns „Die Naturwissenschaften in ihrer Entwicklung und in ihrem Zusammenhange“. Ja, Dannemann gebührt das Verdienst, in dieser Art der Darstellung bahnbrechend vorgegangen zu sein. Der erste Band des Dannemannschen Werkes, das in zweiter Auflage zu erscheinen begonnen hat, behandelt den Zeitabschnitt von den Anfängen der Wissenschaften bis zu ihrem Wiederaufleben.

Die Anfänge unseres Wissens entstehen in Asien und Ägypten. Bemerkenswert sind in erster Linie die astronomischen Kenntnisse der alten Völker am Euphrat und Tigris, am Ganges und am Nil. Das kann nicht wundernehmen: Schon dem auf der tiefsten Stufe der Entwicklung stehenden Menschen konnten die einfachsten, am Himmel regelmäßig wiederkehrenden Vorgänge nicht entgehen. Der denkende Mensch mußte diese Gesetzmäßigkeit nun auch in den verwickelteren Erscheinungen suchen, die bei etwas aufmerksamerer Betrachtung der Gestirne ins Auge fallen, und dies Bestreben mußte ihn veranlassen, fortlaufend Beobachtungen anzustellen. Aber bemerkenswerte Fortschritte waren hinwider nicht möglich ohne mathematische Kenntnisse:

die Anstellung genauer Beobachtungen erforderte Messungen, Winkelmessungen und Zeitmessungen, und die Auswertung der Beobachtungen bedingte Rechnungen. Diese Künste des Messens und Rechnens entwickelten sich bei den einzelnen Völkern, entsprechend ihren Fähigkeiten, in verschiedenem Maße.

Eine besonders hohe Begabung für Mathematik besaßen die Chaldäer. Sie fanden die Mittel zur Zeitmessung und ein Zeitmaß, das sich bis heute erhalten hat; auch schufen sie ein Maß- und Gewichtssystem, daß für das Altertum grundlegend wurde. Ihre astronomischen Beobachtungen zeugten von größter Sorgfalt und setzten sie instand, in gewissem Grade zukünftige Himmelserscheinungen vorauszusagen; ja ihre Berechnungen von Mondfinsternissen und anderen Erscheinungen weichen trotz der von ihnen benutzten unvollkommenen Vorrichtungen nur wenig von den unsrigen ab. Allem Anschein nach ruhte das astronomische Wissen der Griechen, und der späteren Völker überhaupt, in letzter Linie auf der in Babylon geschaffenen Grundlage der Sternkunde.

Die Ägypter, die es den Chaldäern an Kenntnissen im allgemeinen gleichtaten, bildeten die Mathematik mehr nach der geometrischen Seite hin aus. Es ist bezeichnend, was ein griechischer Schriftsteller sagt: die Ägypter hätten bei der Untersuchung der Planetenbewegungen gezeichnet, die Chaldäer dagegen gerechnet. Den Ägyptern ist die Einführung des Schaltjahres zu verdanken, das späterhin Cäsar bei seiner Kalenderverbesserung von ihnen übernahm. Sie waren groß in der Feldmeßkunst, sowie im Errichten gewaltiger Bauten. Es ist überhaupt eigentümlich für das ägyptische Wesen, daß es vorwiegend auf das Praktische gerichtet war.

Die Inder wiederum waren besonders veranlagt für Arithmetik. Ihnen gebührt das Verdienst, die Null und das Positionssystem eingeführt und die Algebra um die Begriffe positiv und negativ bereichert zu haben. Bei den Indern wurde seit dem 5. Jahrhundert v. Chr. im wesentlichen ebenso gerechnet wie heute bei uns. Von ihnen erhielten die Araber ihre Ziffern. Es ist bemerkenswert, daß sich in Indien die Wissenschaften zunächst in engem Zusammenhang mit den religiösen Gebräuchen und Empfindungen entwickelten. So schrieb der Opferdienst einen Altar gewisser geometrischer Formen vor und beeinflußte dadurch das mathematische Denken.

Auch die Astronomie wurde von den ältesten Völkern nicht nur ihres Nutzens halber gepflegt; sie stand vielmehr gleichzeitig im Dienste der Sterndeuterei. Die engen Wechselbeziehungen zwischen den Vorgängen am gestirnten Himmel und den Erscheinungen auf der Erde, andrerseits die göttliche Verehrung, die man der Sonne und anderen Himmelskörpern zuteil werden ließ, legten den mit der Sternkunde sich beschäftigenden Priestern den Gedanken nahe, daß durch die gegenseitigen Bewegungen der Gestirne das Geschick der Menschen und Völker vorgeschrieben sei, eine Anschauung die durch den Fatalismus der Orientalen sehr begünstigt wurde. Und dem unwissenden Volk mochte es sehr wohl einleuchten, daß die Sternkundigen aus den Gestirnen wahrsagen könnten; welch gewaltigen Eindruck mußte es doch auf die Menge machen, wenn die von jenen prophezeiten, scheinbar regellosen Himmelserscheinungen, wie Mondfinsternisse, tatsächlich genau eintrafen. Die Sterndeuterei wurde namentlich von den chaldäischen Priestern eifrig gepflegt; ihnen war diese dunkle Kunst offenbar ein willkommenes Mittel, sich in Macht und Ansehen zu versetzen. Immerhin hatte die Astrologie das Gute, daß sie in späteren, wissenschaftlich toten Zeiten die Beschäftigung mit der Sternkunde wachhielt, in gleicher Weise wie die Alchemie zu chemischen Studien antrieb, ja wichtige Entdeckungen herbeiführte.

In den andern Wissenszweigen schwang man sich nicht zu systematischen Beobachtungen auf. Man besaß vielerlei Einzelkenntnisse, die man aber nicht zu einem Lehrgebäude zusammenzufassen verstand. Was man über Pflanzen wußte, diente der Landwirtschaft und Arzneikunde, welch letztere namentlich bei den Ägyptern eifrig gepflegt wurde; und die Kenntnisse und Anschauungen über den Tier- und Menschenkörper beschränkten sich auf das, was der Arzt brauchte. Die Heilkunde hatte einen verhältnismäßig hohen Stand, wenngleich sie, von Priestern ausgeübt, mit viel unsinnigem Aberglauben durchsetzt war. Es war überhaupt ein Grundübel der alten orientalischen Völker, daß die Pflege der Wissenschaften vornehmlich oder ausschließlich in den Händen der Priester lag. Das Wissen erstarrte mit der Zeit zu einer festen Norm; ein Fortschritt zu freier Erkenntnis war unmöglich.

Ohne Zweifel sind jene ersten Kulturvölker unabhängig voneinander in den Besitz mancher Wahrheit gelangt. Aber es scheint doch, daß ein Austausch zwischen ihnen stattfand und daß die Babylonier, die Inder und Ägypter in einer 3—4000 Jahre zurückliegenden Zeit einen gemeinsamen Besitz an Kenntnissen hatten. Leider ist das Bild, daß wir davon durch die Überlieferungen der Griechen, sowie durch die Entzifferung von Hieroglyphen und Keilschriften bisher gewonnen haben, noch sehr lückenhaft. Eines verhältnismäßig hohen Standes erfreute sich zu einem hohen Alter auch die chinesische Kultur. Auch mit diesem Lande hat es an Verbindungen nicht gefehlt. Aber das Volk hielt sich doch im allgemeinen so abgeschlossen, daß seine Kultur für die Entwicklung, welche die Wissenschaften nahmen, einen sehr geringen Einfluß gehabt haben wird. So sind denn auch manche Erfindungen der alten Chinesen, wie die Buchdruckerkunst, das Porzellan und der Kompaß, erst viel später in Europa bekannt geworden.

Während nun also die alten orientalischen Völker in der Entwicklung der Naturwissenschaften über verheißungsvolle Anfänge nicht hinauskamen, verstanden es die Griechen, den von ihnen übernommenen Besitz an Kenntnissen in geradezu großartiger Weise auszubauen. Ein freiheitlich gesinntes Volk, unternehmende, klardenkende Männer, bereit der Allgemeinheit zu dienen, keinerlei Unterdrückung oder Hemmung des Forschungstriebes durch eine eigensüchtige Priesterkaste, ein gewisser Wohlstand, begründet durch regen Handel und fleißiges Gewerbe: das war der rechte Boden, auf dem die Wissenschaften, um ihrer selbst willen gepflegt, wundervoll gedeihen konnten. Die kleinasiatischen Kolonien gingen, begünstigt durch die Nähe der orientalischen Kultur, dem Mutterlande voran. Der Drang nach freier Erkenntnis machte sich zunächst Luft in Betrachtungen über den Ursprung und das Wesen der Dinge.

Wenngleich die philosophischen Lehren, die damals durch bedeutende Persönlichkeiten entwickelt wurden, sich keineswegs auf Erfahrungstatsachen stützten, so besaßen sie doch unleugbar das Verdienst, die empirischen Wissenschaften ununterbrochen angeregt zu haben. Manche philosophische Ansicht des griechischen Altertums beeinflußte bis in die neuere Zeit hinein die Naturwissenschaften. Dieser rein spekulativen Betrachtungsweise, die ihren Höhepunkt in Plato erreichte, folgte eine eifrigere Beschäftigung mit den realen Wissenschaften. Bahnbrechend ging Platos Schüler Aristoteles voran, der die Erfahrung in den Vordergrund stellte, aus der allein die wirkliche Erkenntnis entspringen könne; der das Einzelwissen sammelte, kritisch ordnete und aus philosophischen Prinzipien heraus ein System der Wissenschaften entwickelte. Eine Reihe hervorragender Männer bearbeitete in der Folge die einzelnen Wissensgebiete, die nunmehr zum Range von Wissenschaften erhoben wurden.

Es ist höchst genußreich, mit Dannemann diese wichtigen Entwicklungsabschnitte zu durchleben, ihm durch die Zeiten der römischen Herrschaft zu folgen, in der die besiegten Griechen doch Herrscher auf dem Gebiete der Wissenschaften blieben; mit ihm die Zeiten des Verfalls und der Lähmung des Geisteslebens durchzumachen, um endlich in die Epoche eingeführt zu werden, da die Wissenschaften zu neuem Leben erwachten. Dem schon in der ersten Auflage bewährten, verdienstvollen Werke Dannemanns ist auch für die neue Ausgabe, der bekannte Forscher, wie E. Wiedemann, v. Lippmann und Würschmidt, ihre Unterstützung zuteil werden ließen, eine große Leserschaft zu wünschen; ist das Buch doch berufen zu wecken, woran es weiten Kreisen noch mangelt: Liebe und Verständnis für die Geschichte der Naturwissenschaften. *F. Paul Liesegang.*

H. G. Möller, Die Elektronenröhren und ihre technischen Anwendungen. (Sammlung Vieweg, Heft 49.) 8°. XIV, 162 S. mit 163 Textfig. u. 1 Tafel. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1920. Geh. 10 M. (+ Tz.)

Wie aus dem beigegebenen Geleitwort von Max Wien hervorgeht, hat sich der Verfasser während des Krieges mit besonderem Erfolg der Ausbildung der Röhrensender gewidmet. Das Buch trägt somit den Stempel gründlichster persönlicher Erfahrung in theoretischer und praktischer Hinsicht. Bei der hohen Bedeutung der Röhrensender für zahlreiche Gebiete der Schwach- und Starkstromtechnik und der sicher zu erwartenden Erweiterung seiner Anwendungsmöglichkeiten ist dem Buche größte Verbreitung in Fachkreisen zu wünschen. *G.*

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

2. Heft: Februar.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 120,— für den Jahrgang, M. 30,— für das Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 3,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12mal.	Aufnahme
	10	20	30%	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch

Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen und Beilagen: Berlin Nr. 118935 Julius Springer Anzeigenabteilung. Für alle übrigen Zahlungen Berlin Nr. 11100 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

XLII. Jahrgang. **Februar 1922.** Zweites Heft.

Elementargeometrische Konstruktionen zur astigmatischen Brechung.

Von
Prof. **H. Cranz** in Stuttgart.

§ 1. Eigenschaften des durch Brechung an einer ebenen Fläche entstandenen astigmatischen Lichtbündels.

In Fig. 1 stelle N' die auf der Papierebene senkrechte Trennungsfläche zwei durchsichtiger Medien von den Brechungsindizes n' (links), n'' (rechts) und PA d der Papierebene liegende Achse eines dünnen Lichtbündels mit Spitze P dar. P is entweder eine punktförmige Lichtquelle oder die Spitze eines nach P zielenden, durch Hohlspiegel oder Linse bewirkten zentrischen Lichtbündels. Der letztere Fall tritt

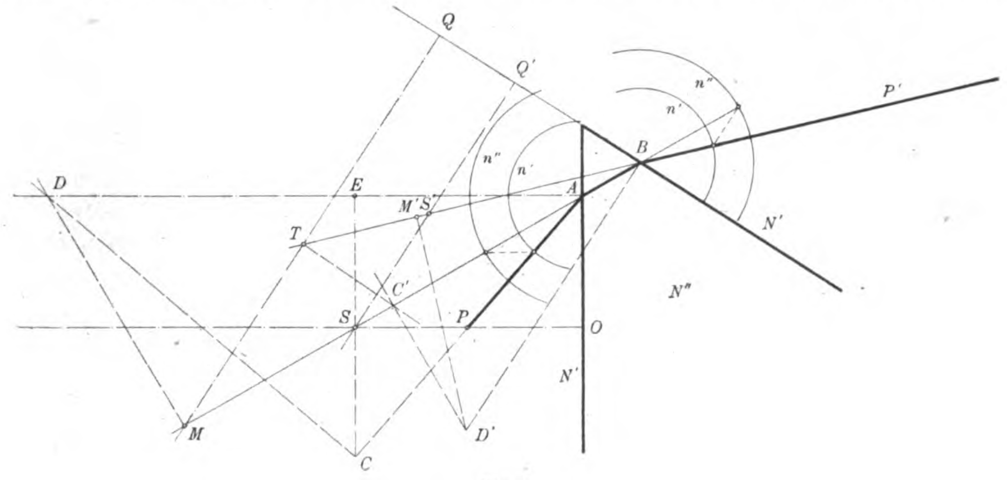


Fig. 1.

gewöhnlich dann auf, wenn P im Sinne der Lichtbewegung hinter der Trennungsfläche N' liegt. Das dünne Lichtbündel denkt man sich begrenzt durch zwei auf der Trennungsfläche senkrecht stehende Ebenen, welche einander in dem von P auf die Trennungsfläche gefällten Lote PO schneiden und mit PA beiderseits gleich kleine Winkel bilden; ferner durch zwei Kreiskegelflächen mit der gemeinsamen Höhe PO, deren Grundkreise auf der Trennungsfläche um gleich wenig größer und kleiner als AO sind. Die vom Lichtbündel getroffene Stelle der Trennungsfläche ist also (s. Fig. 1a) ein schmaler Sektor eines schmalen Kreisrings um O mit dem Mittelpunkt A; in Fig. 1a durch 1, 2, 3, 4 bezeichnet. Diese Stelle hat gegenüber der Länge von PA so kleine Ausdehnung, daß der räumliche Winkel des Lichtbündels bei P als proportional zu

seinem sin oder tg gesetzt werden kann. Dies bedeutet geometrisch, daß die Kreiskegelflächen 1 P 2 und 3 P 4 als ebene Dreiecke und die Strecken 14 und 23 als parallel angesehen werden können; das vom Licht durchstoßene Stück der Trennungsfläche bildet dann ein Rechteck. Nun kann man sich alles in dem Lichtbündel von P nach 1, 2, 3, 4 laufende Licht auf zweierlei Art durch Aufeinanderschichtung schmaler ebener Strahlenbüschel entstanden denken. Die eine Art dieser ebenen Strahlenbüschel, die meridionalen Büschel, schneiden das Rechteck 1, 2, 3, 4 nach Parallelen zu der Mittellinie *I II.* Ihre Ebenen gehen sämtlich durch PO und die Schwerlinien aller dieser meridionalen Strahlenbüschel liegen in der Ebene *P III IV*, welche das Viereck 1, 2, 3, 4 nach der zweiten Mittellinie *III IV* schneidet. Die zweite Art von ebenen Strahlenbüscheln, die sagittalen Strahlenbüschel, schneiden das Rechteck 1, 2, 3, 4 nach Parallelen zur Mittellinie *IIIIV*, schneiden einander in einer durch P gehenden, auf der Ebene $O P A$ senkrechten Geraden und haben ihre Schwerlinien sämtlich in der Ebene des mittleren Meridionalbüschels *I P II.* Zu jeder Lichtrichtung im Raume P, 1, 2, 3, 4 läßt sich nun die gebrochene Richtung im Bildraume rechts von N' durch die bekannte Konstruktion von E. Reusch finden (Fig. 2). Um einen beliebig gewählten Punkt O legt man zwei Kreise mit den Radien n' und n'', zieht durch O beispielsweise die Parallelen zu den Lichtrichtungen PA, PI und PII der Fig. 1, wodurch man auf Kreis n' die Punkte A, a', a'' erhält, legt durch diese drei Punkte Parallelen zu den Einfallsloten der Punkte A, I, II, also zu PO der Fig. 1 und erhält dadurch auf Kreis n'' die Punkte $B\, b'\, b''$, dann sind die Richtungen OB, Ob', Ob'' die Richtungen der von $A\,I\,II$ im zweiten Medium verlaufenden Lichtstrahlen. Irgend zwei nahe beieinander liegende gebrochene Strahlen des mittleren Meridionalbüschels *P I II* schneiden dann rückwärts verlängert einander in einem Punkt und diese Schnittpunkte bilden zusammen ein kurzes Stück einer Kurve, welche den zu PA gehörenden gebrochenen Achsenstrahl in einem gewissen Punkt M trifft. Wegen der vorausgesetzten Dünne des ganzen Lichtbündels wird aber unter Vernachlässigung kleiner Größen zweiter Ordnung jenes kleine Kurvenstück verschwindend klein und fällt mit M zusammen, das heißt sämtliche gebrochenen Strahlen in der Einfallsebene *P I II* gehen rückwärts verlängert durch M, und sämtliche gebrochenen Strahlen anderer meridionaler Schnitte schneiden einander rückwärts verlängert in Punkten einer durch M gehenden auf Ebene MAO senkrechten Strecke; z. B. die Strahlen, die aus dem objektseitigen Strahlenbüschel P, 1, 4 entstehenden in dem Punkte v und die aus P, 2, 3 entstandenen gebrochenen Strahlen in dem Punkte u der perspektivischen Fig. 3. Die aus den sagittalen objektseitigen Strahlenbüschel hervorgehenden gebrochenen Strahlenbüschel haben rückwärts verlängert ihren Vereinigungspunkt bis auf Fehler von der Kleinheit 3. Ordnung je auf der Geraden OP und zwar alle aus dem Sagittalbüschel *P III IV* hervorgegangenen, da wo die gebrochene Lichtbündel-

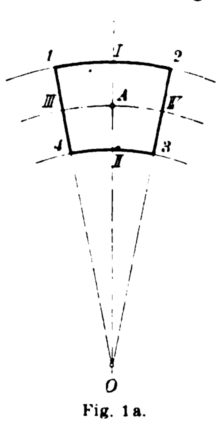


Fig. 1 a.

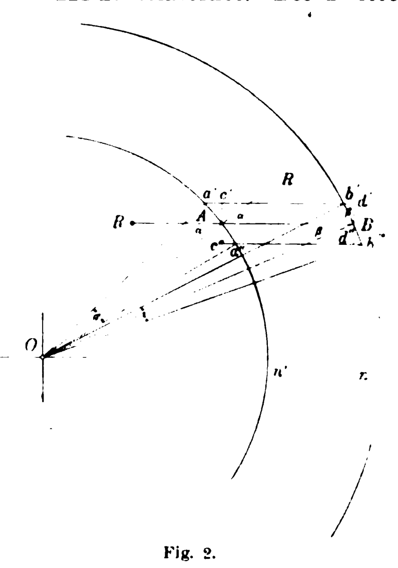


Fig. 2.

achse rückwärts verlängert die OP trifft; das heißt im Punkte S, die Strahlen des zu P, 1, 2 gehörigen gebrochenen Büschels etwas entfernter von der Trennungsfläche im Punkte h und die von 3, 4 weitergehenden Strahlen rückwärts verlängert in dem näher bei der Trennungsfläche liegenden Punkt k. Die perspektivische Fig. 3 macht diese Verhältnisse klar. Wegen der Kleinheit des Rechtecks 1, 2, 3, 4 im Verhältnis zu PA ergibt die Konstruktion der Punkte M, h, k, u, v infolge der sehr schiefen Schnitte nur ungenügende Genauigkeit. Es soll nach Mitteln gesucht werden, um auf der Richtung der gebrochenen Lichtbündelachse die für den Verlauf des nicht zentrischen, „astigmatischen" Lichtbündels charakterischen Größen, insbesondere „den meridionalen Bildpunkt" M und die astigmatische Differenz SM sowie die Länge der beiden astigmatischen Bildstrecken hk und uv im Verhältnis zur Größe des Rechtecks 1, 2, 3, 4 bequem und sicher graphisch und rechnerisch zu ermitteln.

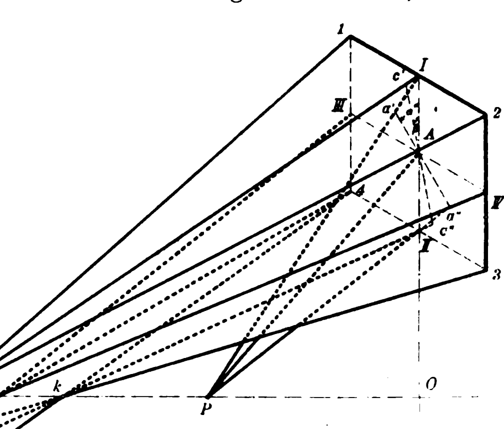


Fig. 3.

§ 2. Berechnung und Konstruktion der astigmatischen Bildpunkte und Bildstrecken bei ebenen Flächen.

Die gegebene objektseitige Achsenlänge des Lichtbündels PA (Fig. 1) sei gleich a, positiv wenn P im Sinne der Lichtbewegung vor der Trennungsfläche liegt. Die sagittale Bildweite AS werde mit B, die meridionale Bildweite AM mit b bezeichnet, beide letzteren positiv, wenn S und M im Sinne der Lichtbewegung hinter, also rechts von der Trennungsfläche liegen. Der Einfallswinkel $PAD = OPA$ sei α, der daraus hervorgehende Brechungswinkel $MAD = \sphericalangle OSA$ sei β; dann folgt aus dem Sinusgesetz:

$$AO = a\cdot\sin\alpha = B\sin\beta,$$

andererseits

$$n'\sin\alpha = n''\sin\beta,$$

also

$$\frac{a}{n'} = \frac{B}{n''} \qquad \text{oder} \qquad \underline{B} = \frac{a\cdot n''}{n'} = \underline{a\cdot n},$$

wenn n den relativen Brechungsindex vom ersten ins zweite Medium bedeutet. Zur Auffindung eines weiteren Satzes werde die Konstruktion von E. Reusch von Fig. 2 benützt, in welcher $\sphericalangle RAB = \sphericalangle\alpha$, $\sphericalangle ABO = \sphericalangle\beta$ ist und $c'c''$ und $\alpha'\alpha''$ senkrecht zu AB die Projektionen von $a'a''$ und $b'b''$ auf die Trennungsfläche sind. Bezeichnet man nun den Öffnungswinkel des einfallenden und des gebrochennen meridionalen Hauptschnitts, also die Winkel $IPII$ und $IMII$ bzw. mit O und τ, so ist in Fig. 2 $\sphericalangle a'Oa'' = \sigma$; $\sphericalangle b'Ob'' = \tau$, $a'a'' = n'\sigma$ und $b'b'' = n''\tau$, ferner $c'c'' = n'\sigma\cdot\cos\alpha = d'd'' = n''\tau\cdot\cos\beta$, folglich $\frac{\sigma}{\tau} = \frac{n''\cos\beta}{n'\cos\alpha}$.

In Fig. 3 denke man sich die ebenen Büschel $PIII$ und $MIII$ durch die auf PA bzw. MA senkrechten kurzen Strecken $p'Ap''$ bzw. $m'm''$ geschnitten, dann ist

$$I\,II = \frac{p'p''}{\cos\alpha} = \frac{a\,\sigma}{\cos\alpha} = \frac{n'n''}{\cos\beta} = -\frac{b\,\tau}{\cos\beta}, \quad \text{folglich} \quad \frac{\sigma}{\tau} = -\frac{b\cos\alpha}{\cos\beta\,a}.$$

$$\frac{\sigma}{\tau} = \frac{n''\cos\beta}{n'\cos\alpha} = -\frac{b\cos\alpha}{a\cos\beta} = n''a\cos^2\beta = -n'b\cos^2\alpha,$$

somit $\frac{b}{a} = -\frac{n''\cos^2\beta}{n'\cos^2\alpha}$ also $\underline{\frac{n'b}{n''a} = -\frac{\cos^2\beta}{\cos^2\alpha}}$ oder wenn $\frac{n''}{n'} = n$ gesetzt wird:

$$\frac{b}{n\,a} = -\frac{\cos^2\beta}{\cos^2\alpha}, \quad \text{aber} \quad n\,a = -B, \quad \text{daher} \quad \underline{\frac{b}{B}} = \frac{\cos^2\beta}{\cos^2\alpha}.$$

In Fig. 1 ist aus $PA = a$ mittels zweier Kreise mit Radius 1 und n die Richtung der gebrochenen Achse gefunden, welche das Lot PO verlängert in S trifft. Durch A eine Parallele zu OS und durch S eine Parallele zu AO gezogen, welche letztere die verlängerte AP in C und die erste Parallele in E trifft. Das Lot auf AC in C gibt D auf dem Einfallslot in A und $DM \perp AS$ gibt den meridionalen Bildpunkt von P,

dann: $\quad B\cdot\cos\beta = AE, \quad \frac{AE}{\cos\alpha} = AC, \quad \frac{AC}{\cos\alpha} = AD, \quad AD\cos\beta = AM.$

Die meridionale Bildstrecke uv ist die Projektion der Strecke $III\,IV$ für das Projektionszentrum S und die sagittale Bildstrecke hk ist die Projektion der Strecke $I\,II$ für das Projektionszentrum M.

Im ursprünglichen Strahlenbündel seien die beiden Durchmesser $I\,II$ und $III\,IV$ des durchsetzten Flächenstücks von P aus unter dem gleichen $\sphericalangle\,\sigma$ gesehen, dann ist:

$$I\,II = \frac{a\,\sigma}{\cos\alpha}; \quad III\,IV = a\cdot\sigma,$$

$$\sphericalangle\, IM\,II = \frac{\sigma\cdot a\cdot\cos\beta}{\cos\alpha\cdot b} = \frac{\sigma\cdot n'\cdot\cos\alpha}{n''\cos\beta},$$

$$\sphericalangle\, III\,S\,IV = \frac{\sigma\cdot a}{B} = \frac{\sigma\cdot n'}{n''}; \quad hk = \text{sagittale Bildstrecke}$$

$$= \frac{\sigma\cdot n'\cdot\cos\alpha\cdot\Delta}{n''\cos\beta\cdot\sin\beta} \quad \text{(wo } \Delta \text{ die astigmatische Differenz } MS = b - B \text{ bedeutet),}$$

die meridionale Bildstrecke $\quad uv = \frac{\sigma\cdot n'\cdot\Delta}{n''}.$

Die Gesamtheit der gebrochenen Strahlen breitet sich längs hk am weitesten in Richtung OP und längs uv am weitesten senkrecht zur Einfallsebene aus. Daher muß es zwischen M und S eine Stelle geben, wo alle Strahlen des gebrochenen astigmatischen Strahlenbündels durch ein möglichst kleines auf SM senkrechtes Flächenstückchen durchgehen. Dies ist (bei Z) die Stelle des kleinsten Zerstreuungskreises; es muß sich $MZ:ZS$ verhalten wie $\sphericalangle\, uSv : hMk = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = AC:AM$.

Die optische Bedeutung der bisher geschilderten Astigmatisierung des dünnen zentrischen Strahlenbüschels erhellt, wenn man sich das zweite Medium durch eine auf der Richtung SA senkrechte Ebene rechts von A abgeschnitten denkt, durch welche das astigmatisierte Bündel ohne weitere Brechung wieder ins erste Medium austritt und ins Auge des Beschauers gelangt. Der Öffnungswinkel des dünnen Strahlenbündels σ ist dann durch die Länge des Lichtweges von P bis zum Auge

einerseits und dem Durchmesser der Pupille andererseits bestimmt, und hierdurch bei passender Stellung des Auges die Dünne des Bündels garantiert. Das Auge sieht nun, wenn es scharf auf Punkt S eingestellt wird, an Stelle des leuchtenden Punktes P eine kurze zur Einfallsebene parallele leuchtende Strecke hk; wird das Auge auf Punkt M eingestellt, so erscheint die kurze Strecke uv senkrecht zur Einfallsebene und bei Einstellung auf Z ein kleiner leuchtender Fleck, der Kreis kleinster Zerstreuung.

§ 3. Durchgang eines zentrischen Strahlenbüschels durch den Hauptschnitt eines Prismas.

Wird das zweite Medium rechts von A durch eine auf der Papierebene senkrechte zweite Ebene N' begrenzt, durch welche die Lichtachse im Punkte B hindurchdringt, um dann im ersten Medium in Richtung BP' gebrochen zu werden, so werden die sagittalen Büschel des astigmatisierten Bündels AB nach der Brechung bei B in Ebenen verlaufen, die auf der Papierebene senkrecht stehen, und die meridionalen Büschel des Bündels AB verlaufen in Ebenen parallel der Papierebene, weil die Einfallsebene irgendeines Strahles bei beiden Brechungen parallel sind. Alle meridionalen Büschel liegen nach der zweiten Brechung in Ebenen, welche einander in dem von S auf die zweite Fläche gefällten Lote SO' schneiden. Die Richtung der Achse BP' findet man aus AB und dem Einfallslot BD' mit der Konstruktion von Reusch, wenn jetzt n' und n'' vertauscht werden. Auf der rückwärts verlängerten BP' ergibt sich durch SQ' der sagittale Bildpunkt S' nach der zweiten Brechung. Den meridionalen Bildpunkt M' erhält man aus M wie bei der ersten Konstruktion M als P. MO''' senkrecht zur zweiten Trennungsfläche schneidet BP in einem Punkt T. TC' parallel zur zweiten Trennungsfläche gibt C' auf BM. $C'D'$ senkrecht auf BC' gibt D' auf dem Einfallslot von B. $D'M'$ senkrecht BT gibt M', den zweiten meridionalen Bildpunkt. Es ist ersichtlich, daß die astigmatische Differenz durch die zweite Brechung verkleinert werden kann.

Würde jedoch die hintere Begrenzungsfläche des zweiten Mediums nicht auf der Einfallsebene der Lichtachse der ersten Brechung senkrecht stehen, so würde die Trennung in sagittale und meridionale ebene Strahlenbüschel, wie sie durch die erste Brechung bewirkt ist, wieder aufgehoben, weil die Einfallslote eines und desselben Strahls beim Ein- und Austritt windschief gegeneinander stehen. Aus jedem ebenen Strahlenbüschel des astigmatisierten Bündels würde ein windschiefes Büschel entstehen. Die Brennstrecken, in welchen eine größere Zahl von Strahlen einander schneiden, würden einander nicht mehr rechtwinklig kreuzen und von der Lichtbündelachse nicht mehr halbiert werden: es würde ein unerträgliches, für eine Abbildung ungeeignetes Durcheinander von windschiefen Strahlen entstehen; daher muß bei dem Bestreben, leuchtende Punkte durch mehrere aufeinanderfolgende Brechungen unter relativ größeren Ablenkungswinkeln abzubilden, nicht nur darauf gesehen werden, daß das zur Abbildung eines einzelnen Punkts dienende Licht in einem schmal begrenzten Lichtbündel eingegrenzt ist, sondern daß auch die Achsen der aus einem solchen Lichtbündel entstehenden astigmatisierten Bündel je in eine Ebene fallen, und die resultierende astigmatische Differenz bei jedem dieser Bündel möglichst klein wird.

§ 4. Astigmatisierung eines engen zentrischen Strahlenbündels durch Brechung an einer Kugelfläche.

In Fig. 4 ist die Papierebene die Einfallsebene für die Achse PA eines von P ausgehenden zentrischen Strahlenbüschels, das nach der Brechung die Achsenrichtung

AM hat. Der mittlere Meridionalschnitt $P a' a''$ des einfallenden Bündels und derjenige $(a' M a'')$ des astigmatisierten, gebrochenen Bündels liegen in der Einfallsebene, die den Mittelpunkt σ der brechenden Kugel enthält. Die übrigen meridionalen Strahlenbüschel liegen etwas vor und hinter der Papierebene und haben die Achse PO als Schnittlinie ihrer Ebenen gemeinsam. Die ebenen Sagittalschnitte stehen auf der Papierebene senkrecht, und der mittlere projiziert sich auf PMA. Da jeder Strahl eines dieser Sagittalbüschel gleiche Neigung gegen PO hat und alle Sagittalbüschel durch die beiden äußersten Meridionalbüschel begrenzt werden, deren Ebenen durch PO gehen, so schneiden alle Strahlen eines Sagittalbüschels einander bis auf kleine Fehler zweiter Ordung in PO. Die sagittale Bildstrecke des Punktes P ist also ein kleines Stück der PO und der Schnittpunkt S von AM und PO ihr Mittelpunkt. Dagegen treffen sich die Strahlen irgend eines Meridionalbüschel bis auf

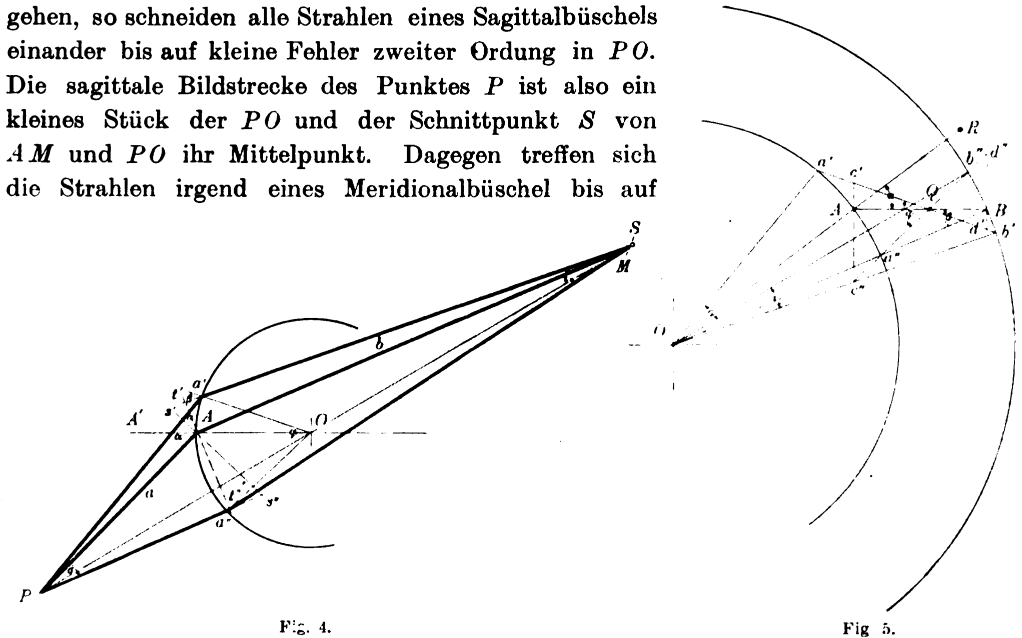


Fig. 4. Fig. 5.

kleine Fehler erster Ordnung in einem Punkte, der durch M zur Papierebene senkrecht gehenden meridionalen Bildstrecke, wo M der Vereinigungspunkt der Strahlen des mittleren Meridionalbüschels ist.

Zur Berechnung der Lage von S und M für die gegebene objektseitige Strahlenlänge von $PA = a$ und dem gegebenen Einfallswinkel $PAA' = \alpha$, bezeichnet man die sagittale Bildweite AS mit B die meridionale Bildweite AM mit b, den Kugelradius mit r, die Öffnung $a' P a''$ des einfallenden meridionalen Büschels mit σ, die Öffnung $a' M a''$ des gebrochenen meriodionalen Büschels mit τ, den $\sphericalangle a' O a''$ mit φ, den Brechungswinkel OAM mit β. Den Brechungsindex vor der Kugel mit n', in der Kugel mit n''. C, B und r sind positiv, wenn M, S und O im Sinne der Lichtbewegung hinter der brechenden Fläche liegen, a positiv, wenn P vor A liegt. Die Richtung von AMS, $a' M$, $a'' M$ läßt sich aus der Konstruktion von E. Reusch aus der Fig. 5 ableiten.

Um O sind zwei Kreise mit den Radien n' und n'' gezeichnet, im ersten $O a'$, OA, $O a''$ parallel Pa', PA, Pa'' der Fig. 4 gezogen, ferner zwischen beiden Kreisen $a' b'$, AB, $a'' b''$ parallel $a' O$, AO, $a'' O$ der Fig. 4, ihr Schnittpunkt Q liegt zwischen beiden Kreisen. Wenn in Fig. 4 b positiv ist, dann sind die Richtungen $a' M$, AM, $a'' M$ der Fig. 4 bzw. parallel mit $b' O$, BO, $b'' O$ der Fig. 5. Und in Fig 5 ist der Außenwinkel bei A im Dreieck $OAB = \alpha$, dagegen der Innenwinkel bei $B = \beta$. Die Öffnungswinkel $\sigma \tau \varphi$ der Fig. 4 sind auch in Fig. 5 eingezeichnet. Legt man nun

in Fig. 4 durch A senkrecht zu AP und AM die kurzen Strecken $s's''$ und $t't''$ als Querschnitte des einfallenden und gebrochenen Strahlenbüschels, so bilden diese mit $a'a''$ bzw. die ∢ α und β. Legt man ebenso in Fig. 4 durch A und B senkrecht auf AB die Lote $c'c''$ und $d'd''$ als Querschnitte der Strahlenbüschel mit Spitze Q, so bilden diese mit $a'a''$ und $b'b''$ der Fig. 4 bzw. die Winkel α und β.

Formel für die sagittale Bildweite $AS = B$:

$$\Delta POA + \Delta OAS = \Delta PAS$$

oder

$$a \cdot r \cdot \sin\alpha + B \cdot r \cdot \sin\beta = a \cdot B \sin(\alpha - \beta).$$

Man multipliziert die Gleichung mit $\frac{n' n''}{a B \cdot r}$, löst $\sin(\alpha - \beta)$ auf und dividiert durch die einander gleichen $n' \sin\alpha = n'' \sin\beta$ (Brechungsgesetz), so erhält man:

$$\frac{n'}{a} + \frac{n''}{B} = \frac{n'' \cos\beta}{r} - \frac{n' \cos\alpha}{r}.$$

Diese Gleichung kann leicht auf die Form gebracht werden:

$$\frac{r + a\cos\alpha}{B\cos\beta - r} = \frac{n'' a}{n' B},$$

oder da $\frac{n''}{n'} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ ist, so wird:

$$\frac{r + a \cdot \cos\alpha}{B\cos\beta - r} = \frac{a \cdot \sin\alpha}{B \cdot \sin\beta},$$

was geometrisch nichts anderes bedeutet, als daß die Projektionen von OP und OS auf die Richtung des Einfallslotes AO sich verhalten wie die Abstände der Punkte P und S vom Radius AO; oder daß P, O, S in gerader Linie liegen, was schon vorher behauptet war.

Formel für die meridionale Bildweite:

In Fig. 4 ist $a'a'' = n'\sigma, \quad b'b'' = n''\tau;$

$$c'c'' = AQ \cdot \varphi, \quad d'd'' = BQ\varphi \quad \text{also} \quad c'c'' + d'd'' = AB \cdot \varphi,$$

aber $AB : n'' = \sin(\alpha - \beta) : \sin\alpha$ also $c'c'' + d'd'' = \frac{n''\varphi \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin\alpha}$.

Nun ist aber $c'c'' = n'\sigma \cdot \cos\alpha, \quad d'd'' = n''\tau \cdot \cos\beta,$

folglich: $\underline{n'\sigma\cos\alpha + n''\tau\cos\beta} = \frac{n''\varphi \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin\alpha}$

und in Fig. 5 ist $\boldsymbol{s's'} = a \cdot \tau = a'a''\cos\alpha = \boldsymbol{r \cdot \varphi \cdot \cos\alpha}$

und $\boldsymbol{d'd''} = b \cdot \tau = a'a''\cos\beta = \boldsymbol{r \cdot \varphi \cdot \cos\beta},$

daher $\sigma = \frac{r \cdot \varphi \cdot \cos\alpha}{a}; \quad \tau = \frac{r \cdot \varphi \cdot \cos\beta}{b},$

dies in der vorigen Gleichung eingesetzt gibt:

$$\frac{n' \cdot r \cdot \varphi \cdot \cos^2\alpha}{a} + \frac{n'' \cdot r \cdot \varphi \cdot \cos^2\beta}{\beta} = \frac{n'' \cdot \varphi \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin\alpha}$$

oder

$$\frac{r \cdot n' \cdot \cos^2\alpha}{a} + \frac{r \cdot n'' \cdot \cos^2\beta}{b} = \frac{n'' \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin\alpha}$$

oder rechts mit n' multipliziert und dividiert unter Berücksichtigung, daß nach dem Brechungsgesetz $n'\sin\alpha = n''\sin\beta$ ist:

$$\frac{r\, n' \cos^2\alpha}{a} + \frac{r\, n'' \cos^2\beta}{b} = n''\cos\beta - n'\cos\alpha.$$

Diese Gleichung kann auch geschrieben werden:

$$\frac{n' \cos\alpha\,(r\cos\alpha + a)\cdot b}{n'' \cos\beta\,(b - r\cos\beta)\,a} = 1.$$

Die Bedeutung dieser Gleichung geht aus der hübschen Weierstraßschen Konstruktion für Brechung an Kugelflächen hervor.

Um den Kugelmittelpunkt O in Fig. 6 beschreibe man in der Einfallsebene zwei Kreise mit den Radien $OB = \frac{r \cdot n''}{n'}$ und $OC = \frac{r \cdot n'}{n''}$. Der erste wird von der einfallenden Bündelachse PA in B geschnitten, der zweite von OB in C, dann ist AC die gebrochene Bündelachse, denn die Dreiecke OAB und OCA sind ähnlich, da $OB : OA = OA : OC = n'' : n'$ sich verhält, folglich $\sphericalangle OAC = \sphericalangle ABO$; aber im Dreieck OAB ist $\sin\alpha : \sin OBA = n'' : n'$, daher $n'' \cdot \sin OBA = n' \cdot \sin\alpha$ also $\sphericalangle OBA = \sphericalangle OAC = \sphericalangle \beta$ und $\sphericalangle OCA = \alpha$. Ziehe OD senkrecht AB und OE senkrecht AC, so

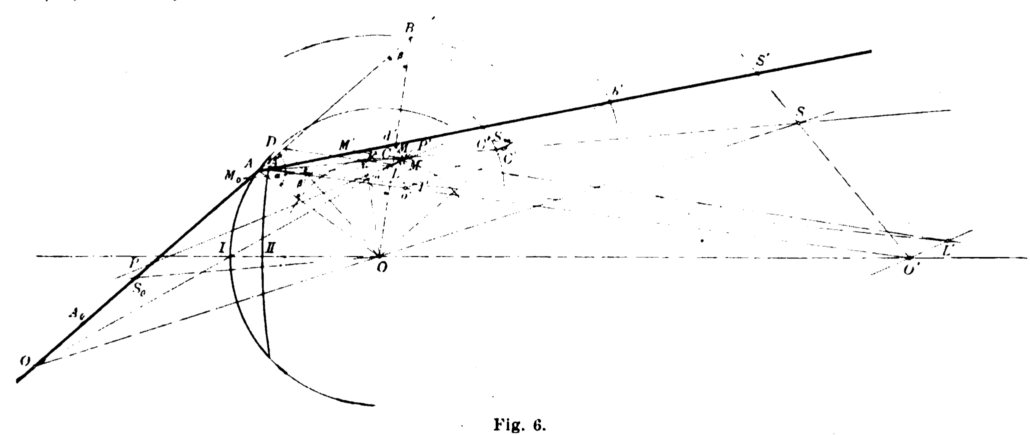


Fig. 6.

ist $AD = r \cdot \cos\alpha$, $AE = r \cdot \cos\beta$. Viereck $OADE$ ist ein Kreisviereck, daher $\sphericalangle ODE = \sphericalangle OAE = \sphericalangle \beta$ und $\sphericalangle OEL = (180^0 - OEA) = \alpha$, $\sphericalangle EDB = (90^0 - \beta)$; folglich $\sphericalangle DLB = 90^0$.

$$DL = DO \cdot \cos\beta = r \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta;$$

und

$$EL = OE \cdot \cos\alpha = r \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha,$$

folglich

$$EL : DL = r \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha : \sin\alpha \cos\beta;$$

mit $n' n''$ multipliziert und dividiert unter Berücksichtigung des Brechungsgesetzes gibt:

$$\frac{EL}{DL} = \frac{n' \cos\alpha}{n'' \cos\beta}.$$

Liegt nun auf AC der meridionale Bildpunkt M in der Entfernung $AM = b$, so ist $DP = (a + r\cos\alpha)$, $PA = a$, $AM = b$, $EM = b - r \cdot \cos\beta$, also nach der obigen Gleichung $\frac{EL}{DL} \cdot \frac{DP}{AP} \cdot \frac{AM}{EM} = 1$, d. h. nach dem Satz von Menelaus in bezug auf das Dreieck EDA müssen die Punkte P, L, M in gerader Linie liegen. Für eine gegebene Lage der Strahlenachse PA ist nun Punkt L ein fester Punkt, und man erhält den meridionalen und sagittalen Bildpunkt zu jedem Punkt P der Bündelachse, wenn man von P aus den Punkt L und den Mittelpunkt O auf die gebrochene Achse projiziert.

Die meridionale und sagittale Brennweite b_0 und B_0, welche dem Punkt P_∞ entsprechen, erhält man durch Parallelen LM und OS zu PA durch L und O.

Ebenso geben die Parallelen LM_0 und OS zur gebrochenen Achse durch L und O auf PA die beiden Punkte, deren meridionale und sagittale Brennweite unendlich ist. Liegt P zwischen unendlicher Entfernung und S_0, so liegt M rechts von M_∞; liegt S rechts von S_∞, so ist stets S rechts von M; MS wächst mit Annäherung von P an S_0. Liegt P zwischen S_0 und M_0, so liegt M auf der verlängerten AC, S (virtuell) auf der verlängerten CA. Liegt P zwischen M_0 und A, so sind M und S beide virtuell; dabei liegt S rechts von M. Sie nähern sich einander mit Annäherung von P an A, wo dann auch M und S zusammenfallen. Liegt P rechts von A (ein konvergentes Strahlenbüschel zielt nach einem virtuellen Punkt P), so liegen S und M zwischen A und C, und zwar M rechts von S und nähern sich einander mit Annäherung von P an B. Fällt P nach B, so fallen S und M in C zusammen. Rückt P über B hinaus, so wandert M von C gegen M_∞ und S etwas rascher von C nach S_∞. Die astigmatische Differenz verschwindet nur dann, wenn der Lichtpunkt nach B fällt, also virtuell ist; aber jeder Strahl, der nach B zielt, wird nach C gebrochen. Im Punkte C wird also ein weitgeöffnetes nach B zielendes Strahlenbündel durch ein weitgeöffnetes gebrochenes, nicht astigmatisches Bündel abgebildet. Ein solches Paar von konjugierten Punkten, welche auf derselben Seite des Mittelpunktes auf einem Durchmesser so liegen, daß $OB = \frac{n'' \cdot r}{n'}$; $OC = \frac{n' r}{n''}$ ist, heißen ein **anastigmatisches Punktepaar der Kugel**. Ein zweites anastigmatisches Punktepaar bildet der Mittelpunkt und sein mit ihm zusammenfallendes Bild.

Denkt man sich durch O eine Parallele mit der Achse des einfallenden Bündels gezogen und bezieht auf diese als X-Achse und O als Ursprung die Lage des Punktes L, so ist die Abszisse von L:

$$r \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta$$

und die Ordinate

$$r \cdot \sin\alpha \sin^2\beta.$$

Daraus findet man

$$M_\infty S_\infty = \frac{r \cdot \sin\alpha \cdot \sin^2\beta}{\sin(\alpha - \beta)}.$$

Sowohl die Formel als die Konstruktion des meridionalen und sagittalen Bildpunktes versagen für den Fall, daß α und β sehr nahe gleich Null werden. In diesem Falle fallen beide Bildpunkte sehr nahe mit dem Bildpunkt von P nach der **Gaußschen** Abbildung zusammen, definiert durch die Formel:

$$\frac{n'}{a} + \frac{n''}{B} = \frac{n'' - n'}{r}, \quad \text{oder}$$

$$\frac{f_1}{a} + \frac{f_2}{B} = 1, \quad \text{wo} \quad f_1 = \frac{r \cdot n'}{n'' - n'}$$

die objektseitige und $f_2 = \frac{r \cdot n''}{n'' - n'}$ die bildseitige Brennweite bedeutet.

Fällt Punkt P auf den Kreis mit Radius $\frac{r \cdot n''}{n'}$ (in Zukunft als Kreis B bezeichnet) in die Nähe von B, so fällt sein Bildpunkt in die Nähe von C auf den Kreis mit Radius $\frac{r \cdot n'}{n''}$ (Kreis C) und die Verbindungslinie geht durch O. Daher

wird ein zu OB in B senkrecht stehendes kleines Flächenstück durch ein auf der gleichen Achse in C senkrecht stehendes Flächenstück ähnlich abgebildet, das heißt die beiden anastigmatischen Punkte der Kugel sind zugleich aplanatische Punkte. Dies gilt aber nicht für den Mittelpunkt und sein mit ihm zusammenfallendes Bild.

§ 5. Durchgang des Lichts durch zwei brechende Kugelflächen.

Wird das durch eine erste Brechung an einer Kugelfläche meridional und sagittal astigmatisierte Strahlenbündel noch an einer zweiten Kugelfläche gebrochen, so hört, wie bei der Brechung an zwei ebenen Flächen, nach der zweiten Brechung die Teilung des Bündels in zwei für sich symmetrische meridionale und sagittale Büschel auf, sobald die Einfallslote für die Bündelachse an beiden Flächen nicht in einer Ebene liegen. Dieser Fall tritt bei einer Linse dann ein, wenn die Achse des zentrischen Bündels vor der Linse nicht die optische Achse der Linse schneidet. Fällt ein Lichtbündel von größerem Querschnitt auf die Vorderfläche einer Linse, so können aus diesem dünne Bündel, deren Achse die optische Achse schneiden, dadurch herausgenommen werden, daß vor oder hinter der Linse eine enge, zur optischen Achse konzentrische Blende angebracht wird, welche entweder vor der ersten oder nach der zweiten Brechung alles dasjenige Licht abhält, das die optische Achse nicht trifft.

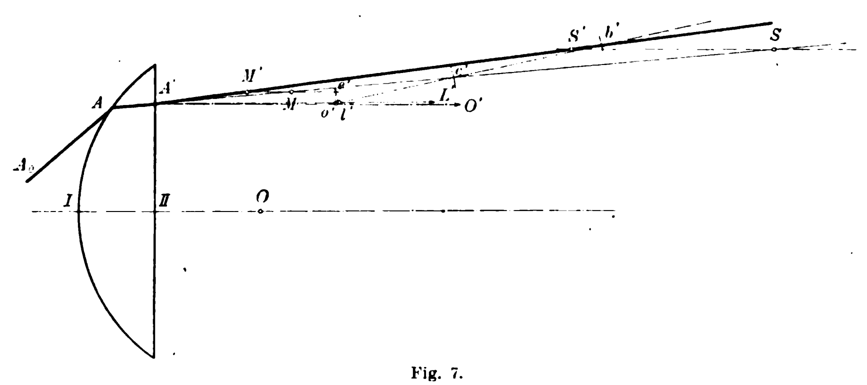


Fig. 7.

In Fig. 6 trifft das bei der ersten Brechung durch die erste Kugelfläche O gedrungene Licht auf eine zweite Kugelfläche O', wobei OO' mit der Achse des einfallenden Bündels in einer Ebene liegt. Dann dient, wie bei dem Durchgang durch den Querschnitt eines Prismas, der meridionale Bildpunkt M der ersten Brechung als Objektpunkt für die zweite Brechung, und ebenso erhält man aus dem sagittalen Bildpunkt S der ersten Brechung den sagittalen Bildpunkt S der zweiten Brechung durch dieselbe Konstruktion, wie sie beide im vorigen Paragraphen angegeben wurden. Es kann dabei der Fall eintreten, daß O' weit von der Linse entfernt ist. Dann würden die Kreise mit dem Radius $\frac{r' \cdot n''}{n'}$ und $\frac{r' \cdot n'}{n''}$ sehr groß werden und wichtige Konstruktionspunkte über das Papier hinausfallen. In Fig. 6 sind zur Vermeidung dieses Übelstandes die Kreise B und C der ersten Brechung benützt. AMS schneidet die zweite Fläche in A'; ziehe $A'O'$ und trage darauf $A'o' = r$ ab; beschreibe um o' die Kreise b und c mit dem Radius der Kreise B und C der vorigen Brechung. $AA'MS$ schneidet Kreis c in c'; $o'c'$ gibt b' auf Kreis b. $A'b'$ ist die aus der Linse austretende Bündelachse. Durch die Lote $o'd'$ senkrecht Ab' und $d'l'$ senkrecht ob' erhält man l'. Die Parallele zu $o'l'$ durch O' wird von $A'l'$ in L' geschnitten. Nun gibt SO' auf der austretenden Bündelachse den sagittalen Bildpunkt S' und ML' den

meridionalen Bildpunkt M' nach der zweiten Brechung. Im Falle der Zeichnung ist die astigmatische Differenz $S'M'$ ziemlich bedeutend. Das soeben angewendete Hilfsmittel zur Konstruktion von L' ist besonders wichtig für den Fall, wo die zweite Fläche eben ist (Fig. 7). Der Mittelpunkt des Hilfskreises für die zweite Fläche o' liegt auf der Parallelen durch A' zur optischen Achse wo $A'o' = AO$. Kreis c' wird von AA' in c', $o'c'$ von Kreis b in b' geschnitten, $A'b'$ ist die austretende Bündelachse. Konstruiere den Punkt l wie oben, dann liegt O' auf $A'o'$ im Unendlichen und L' auf $A'l'$ im Unendlichen. Daher erhält man S' auf der austretenden Bündelachse durch die Parallele SS' zur optischen Achse und M' durch die Parallele MM' zu $A'l'$.

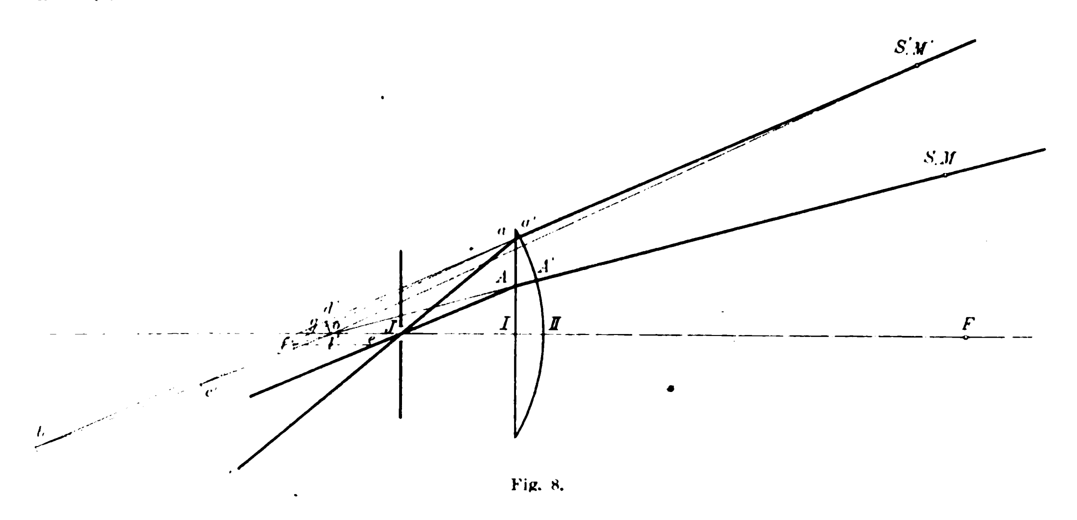


Fig. 8.

In Fig. 8 ist eine plankonvexe Linse dargestellt, welche ihre ebene Fläche dem eintretenden Licht zukehrt. Vor ihr ist eine zur optischen Achse konzentrische Blende J so angebracht, daß ein durch diese Blende nach dem Punkt A zwischen optischer Achse und Rand gehender Strahl von der ebenen Fläche so gebrochen wird, als ob er vom Mittelpunkt O der zweiten Fläche herkomme. Zu diesem Zweck muß $IJ = \frac{n'}{n''} \cdot Io$ sein. Liegt nun der helle Gegenstand im Unendlichen, so ist das von der ebenen Fläche gebrochene Bündel wieder ein Parallelstrahlenbündel, durch die Brechung an der Kugelfläche wird das bei A' in der Richtung OA' austretende Bündel ebenfalls nicht astigmatisiert. Die Punkte S und M fallen dann in demjenigen Punkt zusammen, der von A' die gleiche Entfernung hat wie der axiale Brennpunkt F der Linse von II. Ein weiter am Rand a auffallendes enges Parallelstrahlenbüschel wird von der ebenen Fläche gleichfalls als Parallelstrahlenbündel gebrochen. Man erhält die Richtung seiner Achse, wenn man auf der optischen Achse den Punkt g sucht, für welchen $\overline{ag} = \frac{n''}{n'} \cdot \overline{aJ}$ ist. ($\overline{ac} = \overline{aJ}$, cf parallel der optischen Achse schneidet Ao in f, Kreis um a mit Af gibt g). ga trifft die Kugelfläche in a' und Kreis C in c'. Oc' gibt auf Kreis B Punkt b'; $C'a'$ ist die Richtung der austretenden Bündelachse, der wie bisher konstruierte Punkt l' liegt hier sehr nahe bei O, Parallelen durch O und l' zu $c'a'$ ergeben die beinahe zusammenfallenden Punkte S' und M' des Randstrahles. Die Vorderblende in richtiger Lage hebt also den Astigmatismus fast auf. Dagegen kann die ziemlich bedeutende Bildwölbung nicht

beseitigt werden, ohne mehrere Linsen von verschiedenen Glassorten zu einem System zu vereinigen.

In Fig. 9 ist, ein aus zwei gleichstarken Menisken mit Zwischenblende zusammengesetztes Landschaftsobjektiv nach Art des Steinheilschen Periskops untersucht. Die Konstruktion der verschiedenen Brechungen wurde dabei auf Pauspapier ausgeführt. Auf diesem werden drei Kreise mit den Radien 1 (Kreis A'), $\frac{n''}{n'}$ (Kreis B') und $\frac{n'}{n''}$ (Kreis C') gezeichnet. Zunächst legt man durch die Mitte J der Blende einen in der Nähe der Ränder der Linsen auffallenden Strahl $A_2 A_3$, zieht auf der Zeichnung $A_2 O_2$ und legt die Pause so auf die Zeichnung, daß ein Punkt A_2' der Pause auf A_2, der Mittelpunkt O' der Pause in die Richtung $A_2 O_2$ nach o_2 fällt. $A_2 A_3$ gibt

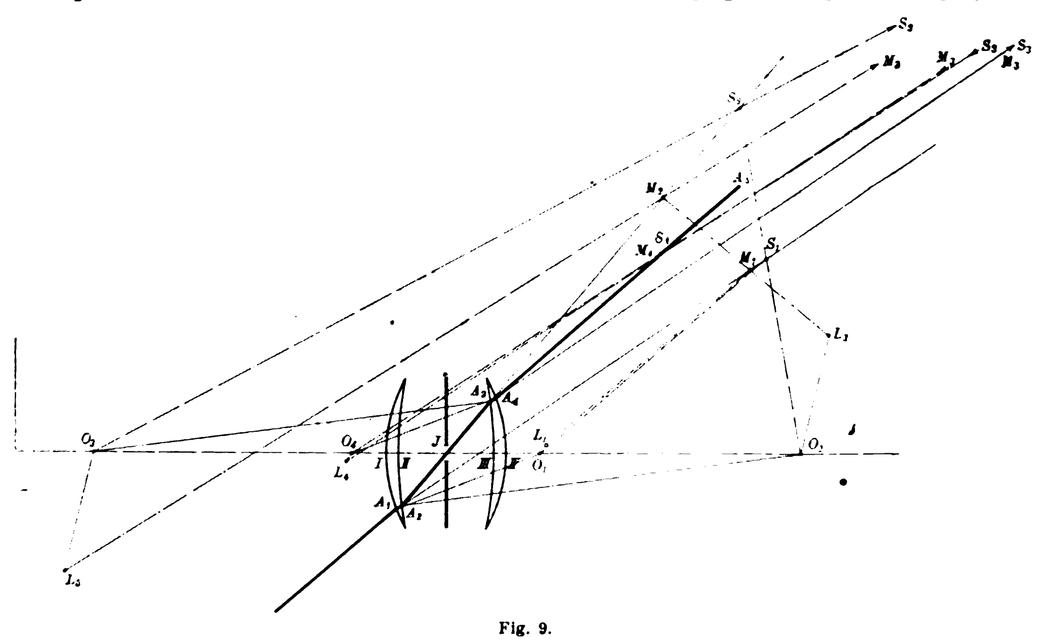


Fig. 9.

auf Kreis B' Punkt B_2'; $O' B_2'$ auf Kreis C' Punkt C_2', dieser wird auf die Zeichnung durchgestochen und gibt auf dieser die Richtung der Bündelachse innerhalb der ersten Linse und dem Punkt A_1. Auf der Pause wird Punkt L_2' konstruiert und auf die Zeichnung nach l_2' durchgestochen, dann gibt die Parallele $O_2 L_2$ zu $o_2 l_2$, welche von $A_2 l_2$ in L_2 getroffen wird, den Punkt L_2 der zweiten Brechung. Man legt weiter die Pause so auf die Zeichnung, daß ein anderer Punkt A_1' des Kreises A' auf A_1 und O' in die Richtung $A_1 O_1$ auf o_1 (durchstechen) fällt. $A_1 A_2$ trifft Kreis C' in C_1', $O_1' C_1'$ gibt Punkt B_1' (durchstechen) und damit die Richtung $A_0 O_1$ vor der ersten Linse. Ebenso wie vorhin wird auf der Pause L_1' konstruiert, auf die Zeichnung nach l_1' durchgestochen, dann ist $O_1 L_1$ parallel mit $o_1 l_1$ und wird von $A_1 l_1$ in L_1 geschnitten. Da das Objektiv symmetrisch ist und die Blende in der Mitte liegt, so ist der Strahlengang in der zweiten Linse parallel dem in der ersten, $O_3 L_3$ entgegengesetzt parallel und gleich $O_2 L_2$. $O_4 L_4$ entgegengesetzt parallel und gleich $O_1 L_1$. Für einen auf $A_0 A_1$ im Unendlichen liegenden Objektpunkt erhält man die Bildpunkte S_1 und M_1 auf der verlängerten $A_1 A_2$ durch Parallelen zu $A_0 A_1$ durch O_1 und L_1. Ferner auf $A_2 A_3$ die Punkte S_2 und M_2 durch $S_1 O_2$ und $M_1 L_2$; auf $A_3 A_4$ die

Punkte S_3 und M_3 durch $S_2 O_3$ und $M_2 O_3$; auf dem austretenden Strahl S_4 und M_4 durch $S_3 O_4$ und $M_3 L_4$. Die Punkte S_3 und M_3 fallen über das Papier hinaus. Das Ziehen von $O_4 S_3$ und $L_4 M_3$ geschieht nach bekannten Regeln der projektivischen Geometrie. Auch hier. ist die astigmatische Differenz $S_4 M_4$ unbedeutend, dagegen bleibt eine mäßige Bildwölbung. Soll ein System von mehreren Linsen verschiedener Glassorten untersucht werden, so stellt man sich für jede Sorte eine Pause her, in welcher neben den Kreisen B' und C' für eine mittlere Farbe noch je zwei Kreise für rot und blau gezeichnet sind, und untersucht dann den Weg eines Strahles von mittlerer, roter und blauer Farbe.

Es wäre eine dankenswerte Aufgabe, die Resultate dieser graphischen Untersuchung mit denen der trigonometrischen Rechnung nach den Formeln für die sagittalen Bildpunkte zu vergleichen. Für den Verfasser, der durch seine Blindheit an der selbständigen Ausführung solcher Rechnungen gehindert ist, wäre es jedoch eine zu starke Anspannung seines jungen Freundes, A. Roth, stud. math., gewesen, der ihn in der uneigennützigsten Weise durch die mühevolle Schreib- und Zeichenarbeit unterstützte.

Verfahren für die Auswertung von stereophotogrammetrischen Aufnahmen mit windschiefen Achsen.

Von

Dr.-Ing. H. Lüscher in München.

Die Aufgabe der Auswertung stereophotogrammetrischer Aufnahmen mit windschiefen Achsen hat durch die Fortschritte der Ballonphotogrammetrie und auch für terrestrische Zwecke durch den Bau von Phototheodoliten mit kippbaren Achsen für Sonderzwecke wesentlich an Bedeutung gewonnen. Bereits 1913 sind von Dipl.-Ing. Sander-Jena und dann von Dr. v. Gruber-München erfolgreiche Untersuchungen angestellt worden, welche die Verarbeitung solcher Aufnahmen im Stereoautographen unter gewissen Einschränkungen gestatten. Für punktweise Auswertung sind neuerdings (1916) von Prof. Pfeiffer (Halle) Formeln für die rechnerische Verarbeitung und im Anschluß daran auch eine allerdings etwas umständliche graphische Lösung der Aufgabe gegeben worden. Es soll im folgenden ein Verfahren erläutert werden, welches nicht nur die rechnerische Lösung mit einfachen Formeln ermöglicht, sondern auch die graphische Verarbeitung auf die bekannten Verfahren horizontaler Achsen zurückführt. (*Diese Zeitschr.* ***41.*** *S. 262. 1921.*) Vorausgesetzt sei, daß die Lage der Platten bei der Aufnahme gegeben, also bekannt:

1. Innere Orientierung (Hauptpunkt H und Brennweite f),
2. Kantung des Bildhorizonts (ω) und Neigung (μ_1 und μ_2) der linken und rechten Achse gegen die Wagerechte,
3. Horizontalprojektion (B) der Standlinie und ihre Lage zu den Horizontalprojektionen

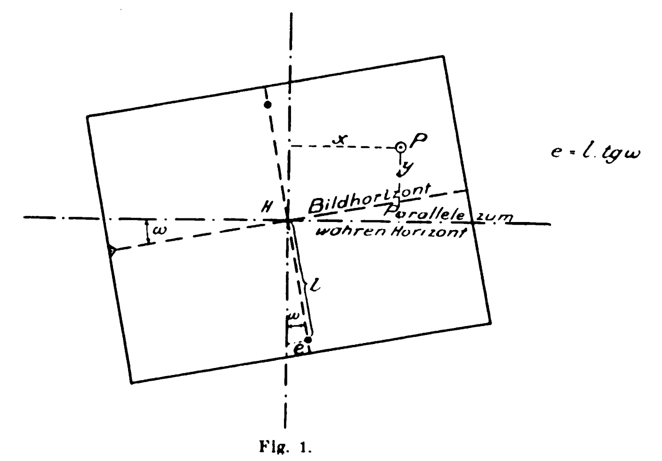


Fig. 1.

der Achsen (durch Verschwenkungswinkel φ und Konvergenz- bzw. Divergenzwinkel γ).

Das Verfahren führt nun die gegen die Wagerechte geneigten Achsen auf horizontale Achsstellung zurück[1]), d. h. es werden die auf ein durch den Hauptpunkt H gelegtes Achsensystem mit wagerechter x-Achse bezogenen Bildkoordinaten x, y (vgl. Fig. 1) auf vertikale Plattenstellung umgeformt. Ist dies einmal erreicht, so kann man unter Einführung der umgeformten Bildkoordinaten auswerten, als läge eine Aufnahme mit wagerechten Achsen vor.

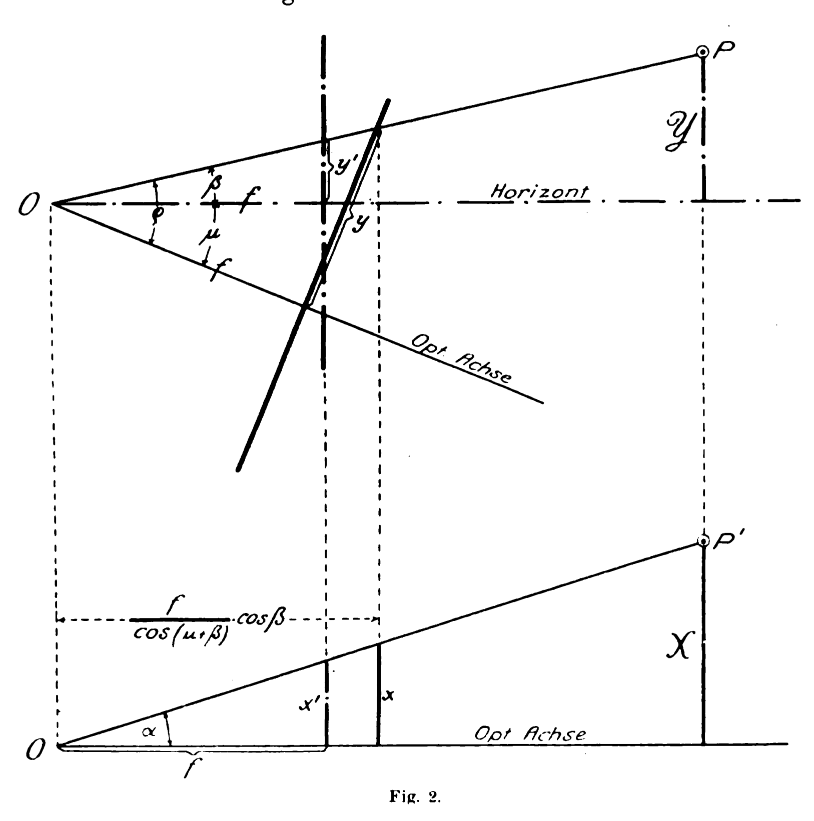


Fig. 2.

Nach Fig. 2 ergibt sich für die umgeformte Abszisse:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x'}{f} = \frac{x \cdot \cos(\mu + \beta)}{f \cdot \cos \beta}, \text{ woraus:}$$

$$x' = \frac{x \cdot \cos(\mu + \beta)}{\cos \beta} \quad \text{oder } \mu + \beta = \varrho \text{ gesetzt:}$$

$$x' = \frac{x \cdot \cos \varrho}{\cos \beta} = x \cdot (\cos \mu - \sin \mu \cdot \operatorname{tg} \beta). \qquad 1)$$

worin ϱ und β aus:

$$\operatorname{tg}(\mu + \beta) = \operatorname{tg} \varrho = \frac{y}{f}. \qquad 2)$$

Die reduzierte Ordinate y' erhält man aus:

$$y' = f \cdot \operatorname{tg} \beta. \qquad 3)$$

[1]) Ein im Prinzip ähnliches Verfahren ist auch von Herrn Prof. Dr. Pulfrich ausgearbeitet

Man mißt also aus den nach der Richtung des wahren Horizonts am Komparator justierten Platten die Bildkoordinaten x_1, $x_2 = x_1 - a$, y_1 und y_2 [1]). War die linke Platte gegen den Horizont um den Winkel μ_1, die rechte um μ_2 gekippt, so erhält man

a) für die linke Platte:

$$\frac{y_1}{f} = \operatorname{tg} \varrho_1 = \operatorname{tg}(\mu_1 + \beta_1), \quad \text{woraus } \varrho_1 = ! \text{ und } \beta_1 = !$$

und als reduzierte Plattenabszisse

$$x_1' = \frac{x_1 \cdot \cos \varrho_1}{\cos \beta_1}.$$

Die reduzierte Ordinate ist:

$$y' = f \cdot \operatorname{tg} \beta_1,$$

b) für die rechte Platte ergibt sich entsprechend:

$$\frac{y_2}{f} = \operatorname{tg} \varrho_2 = \operatorname{tg}(\mu_2 + \beta_2), \quad \text{woraus } \varrho_2 = ! \text{ und } \beta_2 = !$$

und als reduzierte Abszisse:

$$x_2' = \frac{x_2 \cdot \cos \varrho_2}{\cos \beta_2}.$$

(Die umgeformten rechten Bildordinaten werden nicht benötigt.)

c) Die umgeformte Parallaxe wird erhalten als:

$$a' = x_1' - x_2' = \frac{x_1 \cdot \cos \varrho_1}{\cos \beta_1} - \frac{x_2 \cdot \cos \varrho_2}{\cos \beta_2}.$$

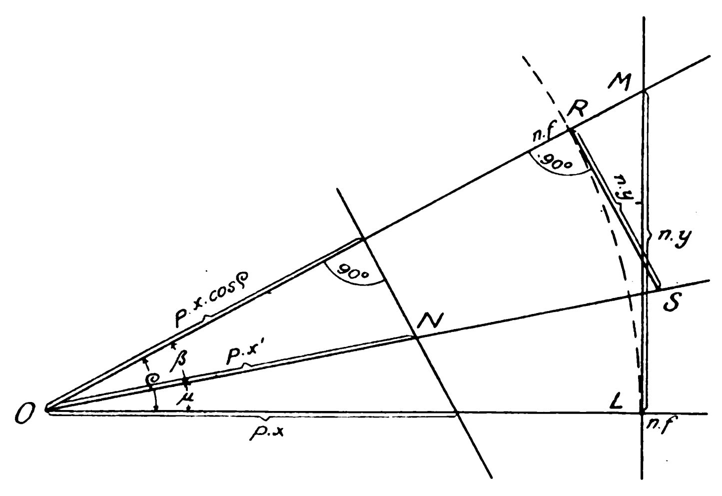


Fig. 3.

Führen wir jetzt noch als Basis die Horizontalprojektion (B) der Standlinie ein, als Verschwenkungswinkel den von der linken optischen Achse mit der Normalen zur Basis eingeschlossenen Winkel φ und als Konvergenz- bzw. Divergenzwinkel den von den Horizontalprojektionen der Achsen gebildeten Winkel γ, so kann die weitere

[1]) Für die unmittelbare Ablesung der y_2-Werte am Stereokomparator könnte die Schraube zur Nachstellung der Vertikalparallaxe mit Maßstab und Mikrometertrommel versehen werden oder auch ein zweiter y-Maßstab, auf dessen Nonius die Bewegung der Höhennachstellung übertragen wird, angeordnet werden.

Auswertung rechnerisch oder graphisch oder nach kombinierten Verfahren wie für horizontale Achsen üblich weitergeführt werden. Die Methode hat den großen Vorzug, daß sie auf bekannte einfache Verfahren zurückgreift und somit übersichtlich ist und den betreffenden Photogrammeter weit weniger Irrtümern aussetzt, als bei Anwendung anderer umständlicherer und von den üblichen abweichenden Verfahren.

Die Umformung der Bildkoordinaten kann nach den Gleichungen 1), 2) und 3) rechnerisch erfolgen, läßt sich jedoch auch in einfacher Weise graphisch erzielen (Fig. 3). Hierzu errichten wir auf einer Achse $\overline{OL}$ in der $n$fachen Brennweite ein Lot und tragen auf diesem den gemessenen y-Wert $n$fach vergrößert auf. Ferner ziehen wir unter dem Kippungswinkel μ gegen $\overline{OL}$ geneigt eine Gerade OS. Auf $\overline{OL}$ tragen wir nun den gemessenen x-Wert $p$fach vergrößert auf und fällen von dem Endpunkt auf die durch $n \cdot y$ definierte Gerade $\overline{OM}$ ein Lot. Letzteres schneidet dann auf $\overline{OS}$ die gesuchte Strecke $\overline{ON} = p \cdot x'$ ab. Denn es ist nach Fig. 3:

$$\frac{n \cdot y}{n \cdot f} = \operatorname{tg} \varrho = \operatorname{tg}(\mu + \beta) \quad \text{und} \qquad 2')$$

$$p \cdot x' = \frac{p \cdot x \cdot \cos(\mu + \beta)}{\cos \beta} = \frac{p \cdot x \cos \varrho}{\cos \beta} = OM. \qquad 1')$$

Die gleiche Figur dient auch zur graphischen Umformung der Bildordinaten. Wir errichten auf $\overline{OM}$ in der $n$fachen Brennweitenentfernung von O ein Lot $\overline{RS}$. Die durch $\overline{OS}$ begrenzte Strecke dieses Lotes ist dann gleich der $n$fach vergrößerten, gesuchten Bildordinate, denn es besteht die Beziehung:

$$n \cdot y' = n \cdot f \cdot \operatorname{tg} \beta = \overline{RS}. \qquad 3')$$

Die Koeffizienten n und p sind entsprechend groß zu wählen, so daß die x'- und y'-Werte mit der erforderlichen Genauigkeit abgelesen werden können. Bei der Ausführung dieses Verfahrens wird man sich mit Vorteil der bekannten Pulfrichschen Zeichenvorrichtung mit Schwenklineal bedienen.

Es liegt nahe, das hier angegebene graphische Umformungsverfahren für den Bau eines mechanischen Koordinatenumformers zu verwenden. Man braucht lediglich die Geraden OS und OM als um den Pol O schwenkbare Lineale auszubilden und auf OM gleitend ein dazu normal verlaufendes Schiebelineal anzuordnen. Die Lineale wären mit geeigneten Maßstäben versehen, und man könnte nach den entsprechend erfolgten Einstellungen unmittelbar die reduzierten Bildkoordinaten-Werte an Nonien ablesen. Die Konstruktion eines derartigen Geräts ist bei der Firma Zeiß erfolgt.

In der Verfolgung des Gedankens der mechanischen Koordinatenumformung gelangt man noch zu einem auf obigem Prinzip beruhenden Doppelinstrument, welches mit den Schlittenbewegungen des Stereokomparators gekuppelt bei stereoskopischer Einstellung des betreffenden Bildpunktes unmittelbar die reduzierten Bildabszissen und Ordinaten abzulesen gestatten würde.

Nach dem Vorhergehenden begegnet die Verarbeitung von Raummeßbildaufnahmen mit beliebig gerichteten Achsen (beliebig gerichtet sinngemäß zu verstehen, daß überhaupt ein Stereoeffekt eintritt), keinen nennenswerten Schwierigkeiten, vorausgesetzt, daß die Lage der Platten im Raume während der Aufnahme gegeben.

Beitrag zur Theorie der Wage.

Von
H. Greinacher in Zürich.

Wie Bunge zuerst gezeigt hat, sind kurzarmige Wagen empfindlicher als langarmige bei sonst gleicher Schwingungsdauer. Während diese Tatsache wohl allgemein bekannt ist, so sind wir doch nicht im Besitz eines so einfach gehaltenen mathematischen Beweises, daß wir uns die genannte wichtige Tatsache physikalisch nahebringen können[1]). Es scheint mir daher nicht ganz überflüssig, im folgenden einen einfachen Beweis hierfür zu geben. Wir müssen zu diesem Zweck an die Formeln für die Empfindlichkeit und die Schwingungsdauer der Wage anknüpfen.

Die Empfindlichkeit ist bekanntlich

$$\varepsilon = \frac{l}{Gs \pm a(2P+p)}, \qquad 1)$$

wo l = halber Abstand der beiden äußeren Schneiden,
G = Gewicht des Balkens,
s = Abstand des Balkenschwerpunkts von der mittleren Schneide,
$\pm a$ = Senkung oder Hebung der äußeren Schneiden über der mittleren Schneide,
P = das an der äußeren Schneide hängende Gewicht (Schale + Auflage),
p = Übergewicht.

Für ε habe ich kürzlich[2]) eine einfache induktive Ableitung gegeben. Man denkt sich hierbei erst die drei Schneiden in einer Ebene. Liegt rechts das Übergewicht p auf, so ist das links drehende Moment $Gs \sin\varphi$, das rechts drehende $pl\cos\varphi$. Das Moment der Gehänge links und rechts fällt heraus, und man hat

$$Gs \sin\varphi = pl\cos\varphi. \qquad 2)$$

Wenn nun beispielsweise die äußeren Schneiden senkrecht zu ihrer Verbindungslinie um a gesenkt werden, dann werden beide Gehänge um $a\sin\varphi$ nach links verschoben. Es kommt also auf der linken Seite der Gleichung 2) noch das links drehende Moment $(P+P+p)\,a\sin\varphi$ hinzu, was dann unmittelbar zu Formel 1) führt.

Die Schwingungsdauer. Hierfür brauchen wir Trägheitsmoment und Direktionskraft. Das erstere setzt sich zusammen aus dem Trägheitsmoment des Balkens und dem der beidseitigen Gehänge + Auflagen. Da Gehänge und Auflagen nur Vertikalbewegungen ausführen, so kann ihre Masse im Schwerpunkt und schließlich auch in den darüber befindlichen Endschneiden vereinigt gedacht werden. Ihr Trägheitsmoment in bezug auf die mittlere Schneide ist mit Rücksicht darauf, daß sich nur der Schwerpunkt um diese dreht, einfach gleich $(l^2+a^2)\,2P$. Dabei ist $\sqrt{l^2+a^2}$ der Abstand der äußeren von der mittleren Schneide. Daß man den Schwerpunkt von P (Gehänge + Auflage) in die Schneide darüber verlegt denken kann, läßt sich auch experimentell verifizieren. Man bringt etwa auf jede Wagschale ein gleiches Gewichtsstück und einen Korkzapfen und tariert aus. Man legt Gewicht und Kork einmal nebeneinander und einmal aufeinander (Hebung des Schwerpunkts). Man wird

[1]) S. etwa B. Weinstein, Handbuch der Physikal. Maßbestimmungen 1888. Bd. II. S. 413. W. Felgenträger. Theorie, Konstruktion und Gebrauch der feineren Hebelwage. 1907. S. 35.
[2]) *Zeitschr. f. d. math. u. naturwiss. Unterr. 52. S. 115. 1921.*

genau dieselbe Schwingungsdauer finden. Das für die Schwingungen maßgebende Trägheitsmoment ist also

$$K = K_0 + (l^2 + a^2)\,2\,P, \tag{3}$$

wenn K_0 das T. M. des Balkens ist.

Die Direktionskraft erhalten wir so. Wenn das Übergewicht p aufgesetzt wurde, so war im Gleichgewicht das links drehende Moment

$$[G s \pm a\,(2\,P + p)]\sin\varphi\,. \tag{4}$$

Denkt man sich p weggenommen, so wird die Wage wegen des nun treibenden Drehmomentes $(Gs \pm a \cdot 2\,P)\sin\varphi$ schwingen. Die Direktionskraft ist $G s \pm a \cdot 2\,P$. Wir haben somit die Schwingungsdauer

$$t = 2\,\pi \sqrt{\frac{K_0 + (l^2 + a^2)\,2\,P}{G s \pm a \cdot 2\,P}}\,. \tag{5}$$

Empfindlichkeit und Schwingungsdauer. Um diese beiden Größen in Beziehung zueinander zu setzen, wollen wir 1) und 5) in der völlig ausreichenden Form anschreiben

$$\varepsilon = \frac{l}{G s \pm 2\,P a} \tag{1a}$$

und

$$t = 2\,\pi \sqrt{\frac{K_0 + 2\,P l^2}{G s \pm 2\,P a}}, \tag{5a}$$

d. h. $p \ll P$ und $a \ll l$ annehmen.

Hieraus ergibt sich sofort die Abhängigkeit zwischen ε und t:

$$\varepsilon = \frac{t^2}{4\,\pi^2}\,\frac{l}{K_0 + 2\,P l^2}\,. \tag{6}$$

Wir haben nun zu zeigen, daß ε abnimmt, wenn wir l vergrößern, während wir t konstant halten. Das käme physikalisch etwa darauf hinaus, daß man 1. l verlängert. Dadurch vergrößert sich zunächst auch die Schwingungsdauer. Nun aber reduziert man 2. die Schwingungsdauer wieder auf den alten Wert, indem man etwa mit dem Vertikalschräubchen an der Wage den Schwerpunktsabstand s entsprechend vergrößert. Wenn man jetzt die Empfindlichkeit wieder bestimmt, so muß sie abgenommen haben.

Mathematisch genügt es, wenn wir zeigen, daß $\frac{\partial \varepsilon}{\partial l}$ immer negativ ist. Wir haben aus 6)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial l} = \frac{t^2}{4\,\pi^2}\,\frac{K_0 - l\,\frac{\partial K_0}{\partial l} - 2\,P l^2}{(K_0 + 2\,P l^2)^2}\,. \tag{7}$$

Um den fraglichen Beweis zu liefern, ist es nötig, sich über die Änderung des Trägheitsmoments K_0 mit l gewisse Vorstellungen zu machen. Es ist klar, daß man K_0 mit wachsendem l abnehmen lassen könnte. Dies würde praktisch aber einer konstruktionswidrigen Verringerung der Festigkeit gleichkommen. Man wird vielmehr dafür sorgen müssen, event. durch Vergrößerung der Masse, daß die Festigkeit nicht abnimmt. Am durchsichtigsten sind die Verhältnisse wohl, wenn wir eine Vergrößerung der Balkendimensionen nach gewissen einfachen Gesetzen annehmen.

Bezeichnen wir Koordinaten nach der Balkenlänge mit x, nach der Breite mit y und der Höhe mit z, so wird sich das Trägheitsmoment $K_0 = \int x^2\,dx\,dy\,dz$ in der

einfachsten Weise so ändern, daß die neuen Abmessungen $x'\,y'\,z'$ gegeben sind durch $x' = ux$, $y' = vy$ und $z' = wz$. D. h. es ist

$$K_0' = u^3 v w K_0. \tag{8}$$

Ändern sich die (maximalen) Längen-, bez. Breiten-, bez. Höhenabmessungen des Balkens um die Differentiale dl, dm, dn, so ist

$$u = 1 + \frac{dl}{l},\quad v = 1 + \frac{dm}{m} \quad \text{und} \quad w = 1 + \frac{dn}{n},$$

ferner

$$K_0' = K_0 + \frac{\partial K_0}{\partial l}\cdot dl$$

und man bekommt

$$K_0 + \frac{\partial K_0}{\partial l}\,dl = \left(1 + \frac{dl}{l}\right)^3 \left(1 + \frac{dm}{m}\right) K_0.$$

Durch Ausmultiplizieren erhält man

$$\frac{\partial K_0}{\partial l}\,dl = \left(3\,\frac{dl}{l} + \frac{dm}{m} + \frac{dn}{n}\right)\left(1 + \frac{dn}{n}\right) K_0. \tag{9}$$

Beträgt die relative Balkenverbreiterung $\frac{dm}{m} = \lambda \frac{dl}{l}$ und die relative Balkenhöhenänderung $\frac{dn}{n} = \mu \frac{dl}{l}$, so hat man auch

$$\frac{\partial K_0}{\partial l} = (3 + \lambda + \mu)\,\frac{K_0}{l}. \tag{10}$$

Führen wir diesen Wert in 7) ein, so folgt

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial l} = \frac{t^2}{4\pi^2}\;\frac{-(2 + \lambda + \mu)\,K_0 - 2\,Pl^2}{(K_0 + 2\,Pl^2)^2}. \tag{11}$$

Wir sehen nun unmittelbar, daß dieser Ausdruck stets negativ ist, selbst wenn Breiten- und Höhenvergrößerung $\lambda = \mu = 0$ genommen werden. Ja, selbst für den Fall, daß $\lambda = \mu = -1$ sind, d. h., daß Breite und Höhe im selben Maße reduziert werden, wie l zunimmt, was aus Gründen der Festigkeit gar nicht in Frage kommt, ist der Zähler immer noch negativ.

Auch der Fall, daß man den Balken sich bei gleichbleibender Masse in der Weise verlängert denkt, daß alle Massenteilchen entsprechend von der Drehungsachse entfernt werden, führt zum selben Resultat. Denn es ist dann $x' = ux$ und $dx'\,dy'\,dz' = dx\,dy\,dz$ d. h. z. B. $uv = 1$ und $w = 1$. Das ist aber gleichbedeutend mit $\lambda = -1$ und $\mu = 0$. Somit ist dies ein Spezialfall unseres allgemeinen Resultates.

Unter alleiniger Berücksichtigung der Empfindlichkeit und Schwingungsdauer ist es also in weitgehendem Maße angezeigt, die Balkenlänge so kurz als möglich zu machen. In Wirklichkeit sind einer beliebigen Reduktion Grenzen gesetzt, einmal schon räumlich wegen der Seitenausdehnung der Gehänge, dann aber wegen der sich immer stärker geltend machenden Unvollkommenheiten der Schneiden.

Referate.

Ein akustischer Schwinger.

Von H. Gerdien *und* H. Riegger, *Wissensch. Veröff. a. d. Siemens-Konzern* **1**. *S. 137. 1920.*

Es handelte sich um die Konstruktion eines in Massenfertigung herzustellenden Schwingers von genau vorgeschriebener Schwingungszahl, der praktisch frei von hörbaren Obertönen sein sollte. Ausgehend davon, daß die Grundschwingung stark bevorzugt wird, wenn man an dem freien Ende eines einseitig eingespannten Stabes eine Masse anbringt und von diesem aus die Querschnitte so vergrößert, daß hier die Durchbiegung merklich unterdrückt wird, kommt man als erste Lösung zu einer allseitig eingespannten, in der Mitte belasteten Membran, bei welcher die schwingende Masse nur noch Parallelverschiebungen, aber keine Drehungen mehr erfährt. Die Reinheit der Grundschwingung kann hierbei aber noch durch „Wackelschwingungen" gestört werden. Um diese zu unterdrücken, muß man die Gradführung der schwingenden Masse verbessern.

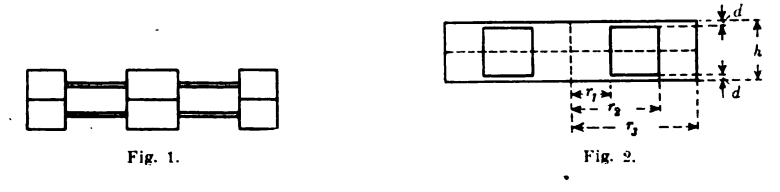


Fig. 1. Fig. 2.

Dies geschieht dadurch, daß man zwei solcher Schwinger derart vereinigt, daß sowohl die äußeren Ringe als auch die zentralen Massen fest miteinander verschraubt werden (s. Fig. 1 u. 2). Diese Formen erfüllen sämtliche eingangs aufgestellten Bedingungen, zumal auch noch die Feinregulierung durch Abschleifen nach dem Zusammenschrauben möglich ist. Derartige Schwinger sind für Frequenzen von 30 bis einige 1000/sec aus Siemens-Martinstahl hergestellt worden. Sie werden mittels Elektromagnete durch sinusförmigen Wechselstrom erregt, dessen Frequenz kontinuierlich einstellbar sein muß. Die Kreisfrequenz ω ergibt sich aus der Beziehung

$$\omega^2 = C \cdot (1/M_1 + 1/M_2),$$

in welcher M_1 die schwingende Masse, M_2 die Ringmasse uud C die Direktionskraft (Kraft bei der Ausweichung um die Längeneinheit) bedeuten. Diese läßt sich in erster Annäherung berechnen, falls r_1/r_2 nicht zu sehr von 1 verschieden ist, wenn man den federnden Teil des Schwingers als Blattfeder der Länge $r_2 - r_1$, der Dicke d und der Breite $\pi \cdot (r_1 + r_2)$ auffaßt, deren eines Ende fest eingespannt und deren anderes Ende im Endquerschnitt parallel zur Ruhelage geführt wird.

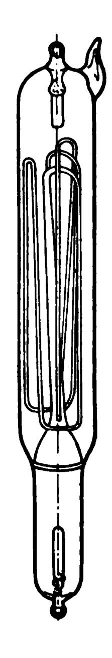
Da auch der Ring M_2 Schwingungen um den gemeinsamen Schwerpunkt von M_1 und M_2 ausführt, muß auf seine Befestigung geachtet werden. Bei starrer Einspannung ist die Frequenz kleiner als bei freischwingendem System. Nachgiebige Aufhängung erhält man durch Befestigung an Drähten; diese ermöglicht auch, die Schwingungen verkleinert auf andere gekoppelte Drähte zu übertragen. Macht man M_1 wesentlich größer als M_2, so dient diese als schwingende Masse. Die Dämpfung frei aufgehängter Schwinger (welche bei gleicher Masse mit wachsendem $r_2 - r_1$ abnimmt) ist etwas größer als bei Stimmgabeln auf Resonanzkasten. So ergab sich das Dekrement für diese zu $1 \cdot 10^{-4}$, bei dem Schwinger dagegen zu $5 \cdot 10^{-4}$. *Berndt.*

Neonlampen für stroboskopische Untersuchungen.

Von F. W. Aston, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **19**. *Teil VI, S. 300. 1919.*

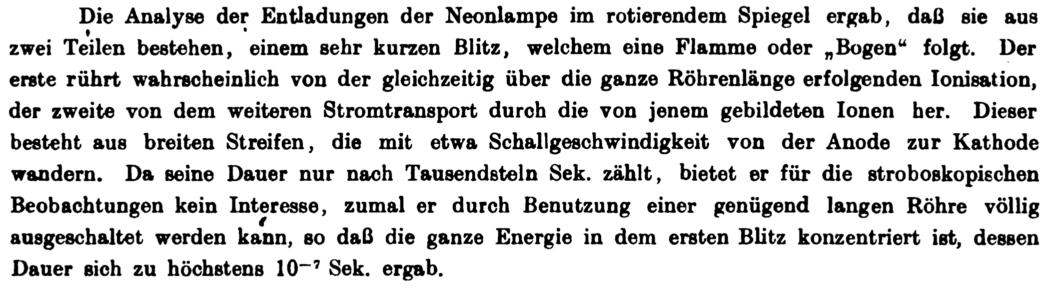
Das Ergebnis stroboskopischer Untersuchungen hängt im wesentlichen von den Beleuchtungsblitzen ab; sie müssen möglichst kurz und doch genügend hell sein. Funken von Leydener Flaschen mit einer Stimmgabel als Unterbrecher im Primärkreis erwiesen sich nicht als geeignet, da sie zu schwach waren und das Auge zu sehr anstrengten. Beide Übelstände werden bei der Benutzung von Neonlampen vermieden. Da bei diesen fast alles Licht in der positiven Säule konzentriert ist und ihre Intensität mit der Stromdichte wächst, so wurde eine Konstruktion gesucht, bei welcher die positive Säule möglichst lang und schmal ist. Die Lampe besteht deshalb

aus zwei verhältnismäßig großen Teilen, welche durch eine 60 cm lange, nach Art der Glühlampen fäden aufgewundene Kapillare von 1 mm Durchmesser verbunden sind (s. Fig.); diese Anordnung wirkt gleichzeitig als elektrisches Ventil. Die Form der Kapillare und der Aluminium-Elektroden ist gleichgültig. Da Neon die in diesen enthaltenen Gase in Freiheit setzt, muß sie mehrmals hiermit gefüllt, dann gefunkt und darf erst dann abgeschmolzen werden, wenn sich hiernach das Neon als spektroskopisch rein erweist, was erst nach etwa 3 Stunden der Fall ist; der endgültige Gasdruck beträgt 5 bis 10 mm. Während der ersten Zeit des Gebrauchs werden die chemisch wirksamen Verunreinigungen, die aus den Elektroden und den Glaswänden stammen, langsam entfernt; dann folgt eine zweite Periode, während welcher das Neon unter gleichzeitiger Elektrodenzerstäubung allmählich verschwindet. Innerhalb der ersten Periode wird die Leuchtkraft ständig besser, um gegen das Ende der zweiten schnell abzunehmen. Am besten haben sich Lampen erwiesen, die mit reinem Neon oder unter Zusatz von 10 % Helium bei 10 mm Druck gefüllt waren. Da die Lebensdauer durch die Anzahl der hindurchgegangenen Coulombs bestimmt ist, so wählt man die Füllung so, daß die Lichtausbeute/Coulomb ein Maximum wird.



Das verschwundene Neon wird von den zerstäubten Elektroden mechanisch gebunden, wie durch folgenden Versuch bewiesen wurde: Eine durch Zerstäubung stark geschwärzte Röhre wurde zerpulvert und in einem Quarzrohr nahe bis zum Schmelzpunkt des Glases erhitzt; zuerst wurden Kohlenwasserstoffe, darauf aber reines Neon abgegeben, wie spektroskopisch festgestellt wurde.

Andere Gase als Neon erwiesen sich als weniger gut; bei Gegenwart von Helium wird das Licht mehr rötlich, doch ist es bis zu Beträgen von 10 % ohne großen Einfluß. Zusatz von Quecksilber würde wahrscheinlich sehr gut sein, doch müßte dabei die Lampe ständig angewärmt werden. Die Überlegenheit des Neons beruht darauf, daß sein Hauptlinienspektrum sich von 5700 bis 6700 AE. erstreckt, wodurch der Kontrast gegen Sonnenlicht so stark ist, daß man bei hellem Tageslicht arbeiten kann. Der Wirkungsgrad, d. h. die für die zugeführte Energieeinheit ausgestrahlte Lichtmenge, ist nicht wesentlich größer als beim Quecksilberdampf, erscheint aber günstiger, da sie sich im wesentlichen auf den roten Spektrateil konzentriert.



Die Analyse der Entladungen der Neonlampe im rotierendem Spiegel ergab, daß sie aus zwei Teilen bestehen, einem sehr kurzen Blitz, welchem eine Flamme oder „Bogen" folgt. Der erste rührt wahrscheinlich von der gleichzeitig über die ganze Röhrenlänge erfolgenden Ionisation, der zweite von dem weiteren Stromtransport durch die von jenem gebildeten Ionen her. Dieser besteht aus breiten Streifen, die mit etwa Schallgeschwindigkeit von der Anode zur Kathode wandern. Da seine Dauer nur nach Tausendsteln Sek. zählt, bietet er für die stroboskopischen Beobachtungen kein Interesse, zumal er durch Benutzung einer genügend langen Röhre völlig ausgeschaltet werden kann, so daß die ganze Energie in dem ersten Blitz konzentriert ist, dessen Dauer sich zu höchstens 10^{-7} Sek. ergab.

Die Lampe kann auch zur Untersuchung von rotierenden Propellern sowie schnell laufender Verbrennungsmaschinen benutzt werden, im letzteren Falle läßt man sie auf 100 Umdrehungen nur 99 mal aufblitzen. *Berndt.*

Original Lambrechts Fernhygrometer. (System Lambrecht-Dr. Wever.)

Nach einer Originalmitteilung.

Die Erkenntnis von der Wichtigkeit der Messung der Luftfeuchtigkeit für die Technik gewinnt besonders unter dem Zwange der Nachkriegsverhältnisse ständig an Boden. Sie ist im Interesse der Erzielung von Ersparnissen im Energiehaushalt und der Erlangung hochwertiger Erzeugnisse für eine große Zahl von Industrien geradezu Gesetz, so z. B. für Pulverfabriken, Hütten- und Mineralwerke, Generatorenanlagen, Holztrocknereien, Papierfabriken, Spinnereien, Webereien und Färbereien, Tabak- und Zigarrenlager, Nahrungs- und Futtermittel- sowie Trocknungsindustrien, Schlachthäuser, Kühl-, Feuchtigkeits- und Lüftungsanlagen, Brauereien und Mälzereien, Korn- und Mehlspeicher, Lagerhäuser, Gewächshäuser.

In zahlreichen Fällen bietet die Überwachung der Feuchtigkeitsverhältnisse innerhalb eines Betriebes Schwierigkeiten, weil die Meßstellen entweder schlecht zugänglich sind oder aber die Messungen selbst infolge großer Entfernungen zwischen den Kontrollorten viel Zeit in Anspruch nehmen und dadurch kostspielig werden. Diese Übelstände vermeidet das Original Lambrechts Fernhygrometer, bei dem die Messungen an beliebig vielen, räumlich voneinander getrennten Stellen von einer Zentrale aus erfolgen.

Der Mechanismus der Fernhygrometer System Lambrecht-Dr. Wever beruht auf elektrischer Übertragung. Im Gegensatz zu anderen Systemen wurde als hygrometrisches Aggregat das Haarhygrometer gewählt, dessen Vorzüge gegenüber dem Psychrometer besonders für technische Zwecke bekannt sind. Die Unterhaltungskosten sind daher außerordentlich gering. Ein sehr wesentlicher Vorteil besteht darin, daß die Instrumente auch am Kontrollort selbst die Feuchtigkeit ohne weitere Rechnung abzulesen gestatten. Für Messungen in unzugänglichen Räumen, z. B. Rohrleitungen, gemauerten Schächten, können die Fernhygrometer mit Eintauchtiefen bis zu 1 m versehen werden, wobei Skala und Zeiger an der Außenwand befestigt sind und nur der hygrometrische Teil in den zu überwachenden Raum hineinragt.

Das Fernhygrometer wird in zwei Ausführungen gebaut, als Fernschreiber für ununterbrochene Registrierung und als einfacher Fernschreiber.

An einen Fernschreiber (Multifernschreiber) können höchstens 6 Fernhygrometer angeschlossen werden, da sonst die zur Unterscheidung verschiedenfarbig gehaltenen Aufzeichnungen unübersichtlich werden.

An einen Fernanzeiger können beliebig viel Hygrometer angeschlossen werden. Die Tastenschalter werden je nach Bestellung für den Anschluß von je 6, 12, 18 usw. Hygrometern eingerichtet, selbst wenn bei Auftragerteilung nicht je 6 oder je 12 Stück bestellt werden. Als Stromquelle dient ein 2-V-Akkumulator. Ein besonderer nicht zu unterschätzender Vorteil der Fernhygrometeranlagen liegt darin, daß das Anzeigeinstrument in weiten Grenzen unabhängig vom Meßstrom ist, ein Vorteil, der gestattet, jederzeit und augenblicklich eine Messung vorzunehmen, ohne die Batterie vor jeder Messung zu prüfen oder andere Manipulationen vorzunehmen.

Zur Ausführung einer Messung wird lediglich eine Drucktaste betätigt und dadurch ein Hygrometer eingeschaltet. Das Anzeigeinstrument gibt dann sofort die Feuchtigkeit des betreffenden Raumes in Prozenten relativer Feuchtigkeit an. Die Taste springt nach dem Loslassen wieder in die Ausgangsstellung zurück.

Für viele Zwecke ist es wünschenswert, daß das Anzeigeinstrument den Stand der letzten Messung beibehält, bis eine neue Messung vorgenommen wird. Der Tastenschalter wird in diesem Falle so gebaut, daß jede Taste so lange in Meßstellung bleibt, bis eine andere Taste niedergedrückt und damit die erste Taste selbsttätig aufgelöst wird. Eine Leertaste dient dazu, die zuletzt niedergedrückte Taste auszulösen, ganz gleich, welche Taste zuletzt niedergedrückt war.

Präzisions-Meß- und Prüfgeräte.

Von R. J. Whibley, *Machinery* **27**. *S. 135 u. 242. 1920.*

Es werden einige der im *National Physical Laboratory* in Teddington ausgebildeten optischen Geräte für Längenmessungen beschrieben, von denen der Fühlhebel von Eden schon aus einer früheren Veröffentlichung bekannt ist (s. *diese Zeitschr.* **40**. *S. 61. 1820*) und der Horizontalprojektionsapparat für Gewindeuntersuchungen nichts wesentlich Neues bietet. Charakteristisch alle Neukonstruktionen ist die Verwendung von Lichtzeigern und von Stahlfedern für die Gelenke, wie sie schon an dem Edenschen Apparat auftraten.

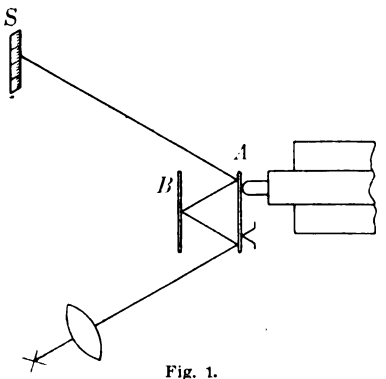


Fig. 1.

Kippspiegel sind z. B. an der Meßmaschine von Newall benutzt, da sich merkwürdigerweise die Blase der sonst an dieser als Druckindikator benutzten Kipplibelle als zu träge erwies. Ein anderer Druckanzeiger unter Be-

nutzung von Spiegeln ist in Fig. 1 wiedergegeben. Der in dem einen Support der Meßmaschine gelagerte Meßbolzen vermag einen kleinen Spiegel A zu neigen. Diese Änderung wird durch einen Lichtstrahl, der nacheinander an A, dem feststehenden Spiegel B und wieder an A reflektiert wird, auf der Skala S angezeigt.

Die weiterhin beschriebene Meßmaschine von Sears (Fig. 2) ist im Grunde auch nur ein optischer Fühlhebel, wenn auch der äußere Aufbau sich an den der Meßmaschine anschließt. Auf dem Bett befinden sich zwei Supporte; in dem rechten läßt sich der Meßbolzen A verschieben und in der gewünschten Stellung festklemmen. Der linke Meßbolzen B ruht (ähnlich wie bei der Konstruktion von Eden) auf zwei Blattfedern a und b und wird durch das an einen Winkelhebel angreifende Gewicht G immer nach rechts gezogen. An seinem linken Ende sind vier kleine Schrauben c vorgesehen, um seine Meßfläche genau parallel zu der von A ausrichten zu können. Die bei der Messung auftretenden Parallelverschiebungen von B werden auf den vertikalen Schenkel des Winkelhebels C mit der Übersetzung 1 : 10 übertragen, dessen Gelenk von zwei Paar senkrecht zueinander stehender Blattfedern dd gebildet wird. Die Drehung erfolgt dabei ohne Reibung oder toten Gang um die Schnittlinie der beiden durch die neutralen Achsen der Federn gehenden Ebenen. Genau senkrecht über dieser erfolgt auch die Berührung des Meßbolzens mit dem Winkelhebel durch Stahlkugel und -platte. Der längere Hebelarm wirkt nun wieder auf einen kleinen Spiegel mit aufgelegter Linse ein; er ruht mit drei Stahlkugeln auf je zwei in entsprechenden Nuten liegenden Stahlzylindern. Seine Drehung wird durch Reflexion eines Lichtstrahles an dem um 5′ höher angebrachten Spiegel E auf der Skala F angezeigt. Die Gesamtübersetzung ist durch die Kombination von Hebeln und Lichtzeiger auf den Betrag von 1 : 26400 gesteigert; eine Verschiebung des Meßbolzens B um 1 μ gibt also einen Ausschlag von 26,4 mm. Damit ist selbstverständlich die Genauigkeit durchaus nicht im selben Verhältnis gestiegen, da trotz der Federgelenke und der recht guten Lagerung des Kippspiegels die Rückkehr in die ursprüngliche Lage doch nur bis zu einem gewissen Betrage gewährleistet ist. Selbst die etwa beabsichtigte Erleichterung der Ablesung ist noch zu bezweifeln. Man darf eben nie vergessen, daß Ablesen und Messen zweierlei ist. *Berndt.*

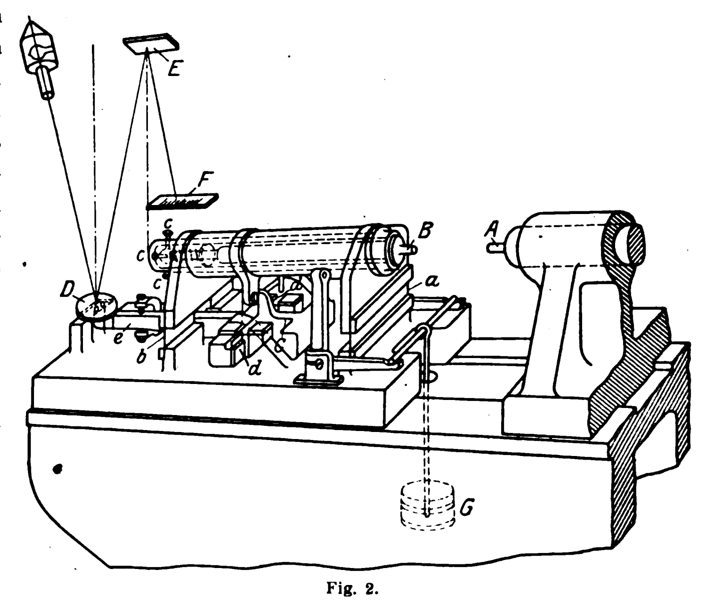


Fig. 2.

Capstan Meßuhr.

Engineering ***111.*** *S. 322. 1921.*

Bei den älteren Meßuhren wurde die Drehung eines Hebels von geringer Übersetzung (häufig 1 : 1) durch sein als Zahnradsegment ausgebildetes Ende auf einen Trieb und durch diesen mittels Zahnrad und Trieb auf den Zeiger übertragen. Da bei größeren Bewegungen der von dem Anschlage beschriebene Bogen nicht mehr gleich der Sehne gesetzt werden darf, sitzt bei den neueren Konstruktionen der bewegliche Anschlag an einem Meßbolzen, dessen oberes Ende als Zahnstange geformt ist und damit in den Trieb eingreift. Diesen gegenüber ist die von der Coventry Gauge and Tool Comp. gebaute Meßuhr eigentlich eine Kombination von Fühlhebel und Meßuhr. Bei dieser wirkt nämlich der verschiebbare Meßbolzen auf einen Hebel ein, dessen längerer Arm ein Zahnradsegment trägt. Der Hebel ist unten geschlitzt, so daß man mittels einer

Schraube den Abstand des Angriffspunktes des Meßbolzens von dem Drehzapfen, d. h. die Länge des kurzen Hebelarmes und damit die Übersetzung genau einstellen kann. Die Regulierung auf den Nullpunkt erfolgt nicht wie sonst durch Verdrehen der zifferblattähnlichen Skala, sondern durch Drehung des Ambosses, der mit Gewinde in den Meßbolzen eingesetzt ist. Der tote Gang ist wie üblich durch eine kleine Spiralfeder aufgehoben. Die Skala enthält 50 Teile von je $^1/_{1000}$", der Meßbereich beschränkt sich auf eine Umdrehung. Beim Unterschieben des zu messenden Gegenstandes wird der Meßbolzen ähnlich wie sonst bei den Fühlhebeln durch einen kleinen Hebel gelüftet. Ferner ist eine Schraube vorgesehen, um den Zeiger auf ein bestimmtes Maß, etwa das zulässige untere Abmaß, einstellen zu können. Schlägt dann der Zeiger beim Unterschieben des Werkstückes nicht aus, so ist es auf jeden Fall zu klein; das Nichtüberschreiten des oberen Abmaßes wird dagegen durch den Zeigerausschlag kontrolliert. *Berndt.*

Zeiss-Optimeter.

Nach einem Prospekt der Firma Schuchardt & Schütte.

Das Zeiß-Optimeter ist ein Fühlhebel, dessen längerer Hebelarm durch einen Lichtstrahl gebildet wird, dessen Ablenkung mit einem (geknickten) Autokollimationsfernrohr beobachtet wird. In seinem äußeren Aufbau lehnt es sich an das bekannte Hirthsche Minimeter an. Im Brennpunkte des Objektives befindet sich eine durchsichtige Skala (Fig. 1), die durch ein seitliches Beleuchtungsprisma Licht erhält. Die von ihr ausgehenden Strahlen durchsetzen das Objektiv als Parallelstrahlenbündel und werden von dem Kippspiegel so reflektiert, daß in der Brennebene mit einer kleinen Seitenversetzung ein Bild der Skala entsteht, dessen Lage gegen eine feste Marke durch das Okular beobachtet wird. Der Spiegel ruht auf einer Schneide und dem oberen Ende

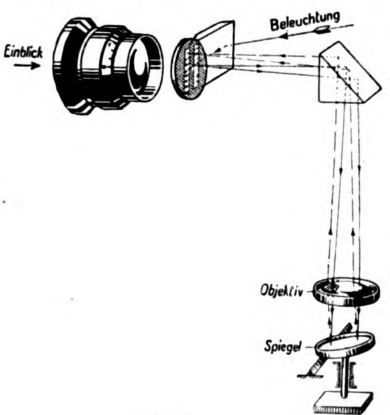


Fig 1.

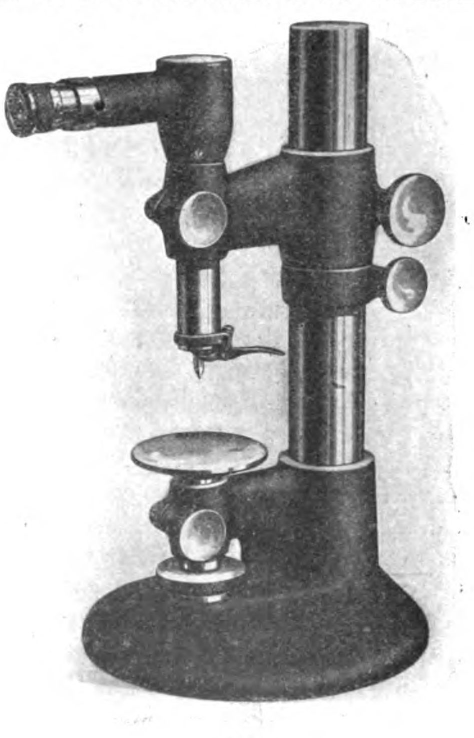


Fig. 2.

des Meßbolzens auf. Die Vergrößerung ist so gewählt, daß 1 Sktl. 1 μ entspricht und $^1/_{10}$ μ noch geschätzt werden können. Wegen unvollständiger Rückkehr in die Ruhelage kann man die Genauigkeit (nach Vers. d. Ref.) zu etwa 0,5 μ, bei besonders vorsichtigem Arbeiten zu 0,2 μ ansetzen (während die des Minimeters, selbst bei der Übersetzung 1 : 1000, nicht über 0,8 bis höchstens 0,5 μ hinausgeht). Der äußere Aufbau ist in Fig. 2 wiedergegeben. *Berndt.*

Das Stereo-Spektral-Photometer.

Nach einer Original-Mitteilung.

Am 23. September 1921 hielt anläßlich des Physikerkongresses in Jena Prof. Dr. C. Pulfrich (Zeisswerk), Jena, einen mit Demonstrationen und Projektionsbildern unterstützten Vortrag über

eine neue Art der Verwendung der Stereoskopie für die Zwecke der isochromen und heterochromen Photometrie.

Ein senkrecht zur Blickrichtung vor einem hellen Hintergrund hin und her bewegter Stab scheint nur dann geradlinig sich zu bewegen, wenn die Helligkeiten für beide Augen gleich sind. Macht man sie ungleich, etwa dadurch, daß man vor das eine oder das andere Auge ein Rauchglas oder ein Farbglas hält, so dreht sich jetzt der Stab scheinbar im Kreise links oder rechts herum. Die Erscheinung wird dadurch erklärt, daß zwischen Reiz und Empfindung eine Zeit vergeht, die mit Abnahme der Helligkeit immer größer wird. Aus der Helligkeitsdifferenz folgt die Zeitdifferenz der Empfindungen und aus dieser der angegebene, mit der Geschwindigkeit der Bewegung und dem Helligkeitsunterschied sich steigernde Stereo-Effekt. Die Erscheinung der „kreisenden Marke" wurde zuerst als eine nur gelegentlich, anscheinend ohne besondere Ursache auftretende Störung bei den Arbeiten am Stereokomparator und am Stereoautographen beobachtet. Sie fand durch die Untersuchungen des Herrn Studienassessors Fertsch ihre Erklärung in dem oben angegebenen Sinn und ist daher jetzt nicht mehr als Störung, sondern als Indikator für das Vorhandensein eines Helligkeitsunterschiedes und als Aufforderung für den Beobachter anzusehen, diesen Helligkeitsunterschied und damit das Kreisen der Marke im Interesse der Vermeidung von Messungsfehlern zum Verschwinden zu bringen.

Die Verwendung der vorliegenden Erscheinung für die Zwecke der isochromen und heterochromen Photometrie hat sich als außerordentlich erfolgreich erwiesen. Sie steht unter der Voraussetzung (Definition), daß zwei Lichter, isochrome oder heterochrome, als gleich hell anzusprechen sind, wenn die Zeit zwischen dem Reiz und der Empfindung für beide Lichter genau gleich groß ist. Bei den vorgeführten, nach diesem Prinzip gebauten Stereo-Photometern geschieht die Helligkeitsmessung durch die bekannten Hilfsmittel der Photometrie und durch Einstellung auf Geradlinigkeit der Bewegung (Verschwinden des Stereo-Effektes). Besondere Erwähnung verdient das neue Stereo-Spektral-Photometer, das in zwei verschiedenen Modellen vorgeführt wurde. Mit dem einen Apparat kann man dem einen Auge jede beliebige Stelle des einen Spektrums und dem anderen Auge jede beliebige Stelle desselben oder eines anderen Spektrums zuführen, die Lage des Helligkeitsmaximums und den Verlauf der Helligkeit im Spektrum ermitteln. Das zweite, mit auswechselbaren Prismen ausgerüstete Modell gestattet das gleiche zu tun, aber man kann mit ihm auch noch ein anderes tun in der Weise, daß man dem einen Auge das spektralunzerlegte, dem anderen Auge das spektralzerlegte Licht der Lichtquelle zuführt. Damit ist die Möglichkeit gegeben, den Helligkeitsanteil zu bestimmen, den die einzelnen Spektralbezirke an der von der Lichtquelle ausgesandten Lichtmenge besitzen.

Die neue Methode und die ihr dienenden Apparate eröffnen für den Physiologen und den Augenarzt (Hellsehen und Dämmerungssehen, foveales und extrafoveales Sehen, Farbenblindheit usw.), für den Physiker und den Beleuchtungstechniker (Temperaturmessungen usw.) ein vielversprechendes Arbeitsfeld.

Neuerung am Seemannschen Schneidenspektrographen zwecks Präzisionsmessung.

Von Anton Weber, *Zeitschr. f. Physik* ***4**. S. 360. 1921.*

Die sonst so vorzügliche Seemannsche Schneidenkamerамethode (*diese Zeitschr.* ***39**. S. 357. 1919*) leidet an dem Übelstand, daß man die Lage des Nullpunktes auf der Platte mittels des Durchstoßungsfleckes nur schwierig bestimmen kann, und daß er sich auch im allgemeinen bei Auswechslung des Kristalls verschiebt. Jenes wird aber ermöglicht, wenn man den Kristall der nur wenige mm² Oberfläche zu haben braucht, um die genau durch die Schneidenkante gehende Achse OO' (Fig. 1), die im allgemeinen nicht völlig senkrecht zur Kristallfläche steht (wie in der Figur übertrieben angedeutet), drehen kann, wobei er sich aber nicht in Richtung der Achse OO' verschieben darf.

Um die Drehung ausführen zu können, wird der Kristall unverrückbar gegen die innere ebene Fläche einer runden Metallfassung (Fig. 2) gelegt, in welche ein Schlitz N eingefräst ist, um die Röntgenstrahlen ein- und austreten zu lassen. Die Fassung wird um 180° gedreht (wobei

im allgemeinen eine Genauigkeit von $^1/_2{}^0$ ausreichend ist) und unter entsprechender Abblendung der oberen bzw. unteren Plattenhälfte zwei Aufnahmen gemacht. Die in den beiden Lagen des Kristalls (K_1 und K_2 in Fig. 3) entstehenden Linien liegen dann in L_1 und L_2 auf der Platte PP_1. Den wahren Ort der Linie bei richtiger Kristallage erhält man durch lineare Interpolation.

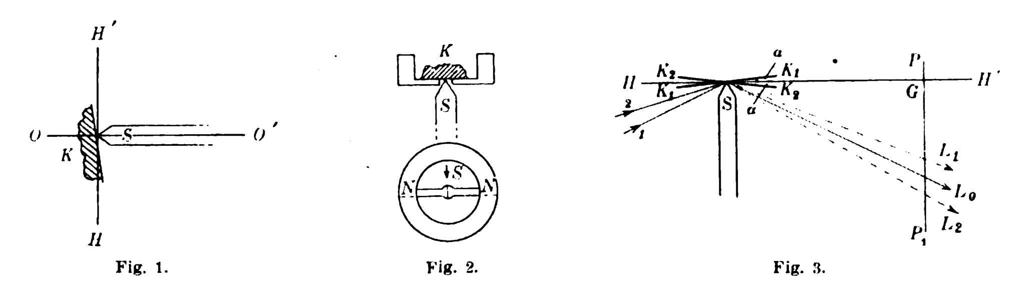


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Eine etwaige vertikale Neigung des Kristalls macht sich durch eine (gegen die Vertikale) schräge Lage des Spektrums auf der Platte bemerkbar. Der dadurch hervorgerufene Fehler liegt aber im allgemeinen unterhalb der Meßgenauigkeit; ev. kann man aus der Neigung eine Korrektion für den Linienort berechnen. *Berndt.*

Neue Apparate zur Strahlungsmessung.

Von W. Voege, *Physikal. Zeitschr.* ***21.*** *S. 288. 1920.*

Zur Nachrichtenübermittlung durch unsichtbare Wärmestrahlen sollte ein Thermoelement gebaut werden von hoher thermoelektrischer Kraft bei möglichst kleinem inneren Widerstande, geringer Trägheit und hoher Widerstandsfähigkeit gegen mechanische Erschütterungen; da es dabei im Brennpunkt eines Parabolspiegels stand, mußte es ferner die dort entstehende Wärmemenge möglichst ausnutzen. Vakuumelemente schieden dabei von vornherein aus, da sie zwar größere Empfindlichkeit, aber auch dementsprechend größere Trägheit besitzen. Der Firma Zeiss ist es gelungen, ein Thermoelement von den gewünschten Eigenschaften herzustellen, über dessen Bau aber gar keine näheren Angaben gemacht werden. Es besitzt eine 6 mal größere Thermokraft als das Element Eisen-Konstanten und hat einen inneren Widerstand von 1 bis 3 Ohm. Seine Strahlungsempfindlichkeit ist noch wesentlich durch Verwendung eines kleinen, metallisch reflektierenden Kugelspiegels erhöht, vor dem das Element etwas exzentrisch angeordnet ist, so daß die es nicht direkt treffenden Strahlen durch den Spiegel gesammelt und an der Rückseite des Elementes konzentriert werden. Dadurch wird im günstigsten Falle die Empfindlichkeit 6- bis 7 mal gesteigert; die Trägheit beträgt nur 2 bis 3 Sek., für die meisten Fälle reicht eine solche von 5 Sek. aus. Es ist der Rubensschen Thermosäule mit innerem Konus mehrfach überlegen, ganz abgesehen von dem Vorteil der kleineren Oberfläche. Für das Arbeiten im Freien muß das Element mit einer Abschlußscheibe versehen werden, wozu mit einem geeigneten Lack überzogene Steinsalzplatten verwendet wurden, die indessen in feuchter Luft auch nur beschränkt haltbar waren. Die Lackschicht absorbiert bei 100° etwa ebensoviel wie eine 4 mm dicke Steinsalzplatte, bei höherer Temperatur ist ihr Einfluß geringer.

Das Element ist auch bei der Montierung im Brennpunkt eines Parabolspiegels sehr geeignet für meteorologische, astronomische und ähnliche Beobachtungen. Es ließ sich damit die Strahlung des blauen Nordhimmels am September-Vormittag messen. Bei Verwendung eines empfindlichen (Panzer-)Galvanometers und eines Auffangspiegels von 100 cm Durchmesser könnte man noch etwa ein Millionstel der Vollmondstrahlung damit feststellen. Für Spektralbeobachtungen wurden aus 10 Elementen eine lineare Thermosäule von 18 mm Länge konstruiert. Man erhält mit dieser zwar etwas kleinere Ausschläge (die aber in derselben Größenordnung liegen), wie bei Benutzung eines Linearbolometers, dessen 15 mm lange und 0,3 mm im Durchmesser habende Eisenspiralen aus Draht von 0,015 mm Durchmesser gewickelt waren. *Berndt.*

Eine neue Bestimmung der absoluten elektrischen Widerstandseinheit.

Von E. Grüneisen und E. Giebe.

Wissensch. Abhandl. der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt 5. S. 1. 1921.

Die Bestimmung ist mit Hilfe von Selbstinduktionsspulen ausgeführt. Da das Produkt aus Induktivität und Frequenz von der Dimension eines Widerstandes ist, so ergibt sich aus dem Verhältnis einer aus ihren Dimensionen absolut in [cm] berechneten Selbstinduktion zu der elektrisch in [int. 1 Ohm × Sek.] gemessenen Selbstinduktion das Verhältnis der internationalen zur absoluten Widerstandseinheit.

Die Messungen sind an 13 verschiedenen Selbstinduktionen von viererlei Spulenform durchgeführt. Die Spulen sind einlagig mit blankem Kupferdraht von 0,5 mm Durchmesser auf Marmorkerne gewickelt und hatten folgende Abmessungen: Spule *A*, Durchmesser 35,5 cm, Ganghöhe 1 mm, Windungszahl 162, Selbstinduktion 0,01 Henry; Spule *B* und *C*, Durchmesser 35,5 cm, Ganghöhe 0,75 mm, Windungszahl 497, Selbstinduktion 0,05 Henry. Durch Anbringung von Zuleitungen auf $^1/_3$ bzw. $^2/_3$ der Spulenlänge von *B* und *C* entstanden je 3 Unterabteilungen von je 0,01 Henry, bzw. je 2 Unterabteilungen von je etwa 0,03 Henry.

Für die Berechnung der Selbstinduktionen aus Windungsradius, Ganghöhe, Drahtdurchmesser und Windungszahl ist die Formel von Lorenz mit einer von Rosa angegebenen Korrektion benutzt. An der Zuverlässigkeit der Berechnungsformel bis auf Milliontel ist nicht zu zweifeln. Die Ganghöhe wurde mit Hilfe einer Teilmaschine durch Messung des Abstandes von je 4 oder je 8 Windungen in 8 über den Umfang gleichmäßig verteilten Mantellinien gemessen. Der Windungsdurchmesser wurde 1. durch Messung einzelner Durchmesser mit Hilfe eines von F. Göpel konstruierten Spezialkomparators[1], 2. durch Messung der gesamten aufgewickelten Drahtlänge bestimmt. Als Vergleichsmaß diente beim Verfahren 1 ein Endmaß, bei dem Verfahren 2 statt eines Maßstabes eine oder mehrere leicht drehbar gelagerte Meßscheiben, über deren Umfang hin der Draht mit konstanter Spannung auf die Spulen auflief. Das zweite Verfahren ist einfach, erfordert nur geringe Hilfsmittel und ergibt bei sehr kleinem Zeitaufwand für die Ausführung der eigentlichen Messung (z. B. etwa 15 Minuten für die Messung einer Drahtlänge von 500 m) recht genaue Resultate, so daß die Anwendung dieses Verfahrens bei ähnlichen Aufgaben, sei es zur Bestimmung des mittleren Durchmessers zylindrischer Probekörper, sei es zur Messung großer Drahtlängen vorteilhaft sein dürfte.

Die Messung der Selbstinduktionen *L* geschah mit Hilfe von Wechselströmen der Frequenzen 332, 500 und 720 nach einer modifizierten Maxwellschen Brückenmethode, bei welcher sich *L* als das Produkt einer Kapazität und zweier Widerstände ergibt. Die Kapazität wurde in absoluten elektromagnetischen Einheiten nach der Maxwellschen Unterbrechermethode bestimmt. Durch Kombination beider Methoden findet man $[L] = [\text{internat. Ohm} \times \text{Sek}]$. Als Kondensatoren dienten Normalluftkondensatoren von insgesamt 0,2 μF. Die bei der Maxwellschen Brückenmethode von der Kapazität und Induktivität der Widerstände herrührende Korrektion konnte vermöge eines Kunstgriffes durch eine einzige Hilfsmessung völlig eliminiert werden. Schaffung wohldefinierter Kapazitäten und Induktivitäten durch elektrische Abschützung und Erdung der Brücke sowie bifilare Leitungsführung sind wesentliche Voraussetzungen für einwandfreie Messungen nach dieser Methode, die auch zum Vergleich zweier Selbstinduktionen gleichen oder verschiedenen Betrages besonders gut geeignet ist. Die Vergleichsmessungen lassen sich auf wenige Milliontel genau ausführen. Für die absoluten Bestimmungen der Selbstinduktion in internat. Henry, deren jede eine absolute Messung einer Kapazität einschließt, beträgt die Genauigkeit etwa $\pm {}^1/_{100000}$.

Indem man die in absolutem Maß berechneten Selbstinduktionswerte durch die in internationalem Maße erhaltenen dividiert, erhält man Verhältniszahlen, welche zugleich das Verhältnis des internationalen Ohm zum absoluten Ohm darstellen. Alle 13 Selbstinduktionen ergaben innerhalb weniger Hunderttausendstel den gleichen Wert dieses Verhältnisses und im Gesamtmittel $1{,}00051_6$.

Dank der außerordentlichen Genauigkeit der elektrischen Relativmessungen konnte bei den Spulen *B* und *C* zur Kontrolle der Durchmesserbestimmung eine interessante, bisher unbekannte Methode angewandt werden, welche es gestattet, lediglich aus Ganghöhe, dem Draht-

[1]) *Diese Zeitschr.* **34.** *S. 180. 1911*

durchmesser und den elektrischen Messungen sowohl den Windungsdurchmesser, wie das Verhältnis $V =$ int. Henry/abs. Henry zu berechnen. Das Prinzip der Methode besteht darin, daß man in die Formeln zur Berechnung der Selbstinduktionen der ganzen Spule und ihrer Teile für den Windungsdurchmesser einen solchen Wert einsetzt, daß das Verhältnis der berechneten Selbstinduktionen übereinstimmt mit dem Verhältnis der elektrisch gemessenen, oder, was dasselbe ist, daß das aus der ganzen Spule und ihren Teilen berechnete Verhältnis V konstant herauskommt. Diese „elektrische“ Durchmesserbestimmung führte zu dem Ergebnis: $V = 1{,}000\,50_0$.

Als Schlußresultat kann gelten:

$$1 \text{ int. Ohm} = 1{,}000\,51 \pm 0{,}000\,03 \text{ abs. Ohm}.$$

Die Länge der Quecksilbersäule von 0° und dem vorgeschriebenen Querschnitt, welche ein absolutes Ohm darstellt, beträgt demnach 106,246 cm.

Nach der von F. E. Smith in *National Physical Laboratory* (*N. P. L.*) 1914 ausgeführten Bestimmung ist 1 int. Ohm = 1,000 52 abs. Ohm. Beim Vergleich dieses Ergebnisses mit dem oben angegebenen der *Reichsanstalt* (*P. T. R.*) ist jedoch zu beachten, daß die internationalen Widerstandseinheiten der beiden Staatslaboratorien nicht genau einander gleich sind. Nach wiederholten Vergleichungen beider Einheiten ist

$$1 \text{ int. Ohm}_{P.T.R.} = 1{,}000\,03 \text{ int. Ohm}_{N.P.L.},$$

woraus folgt

$$1 \text{ abs. Ohm}_{P.T.R.} = 1{,}000\,04 \text{ abs. Ohm}_{N.P.L.}.$$

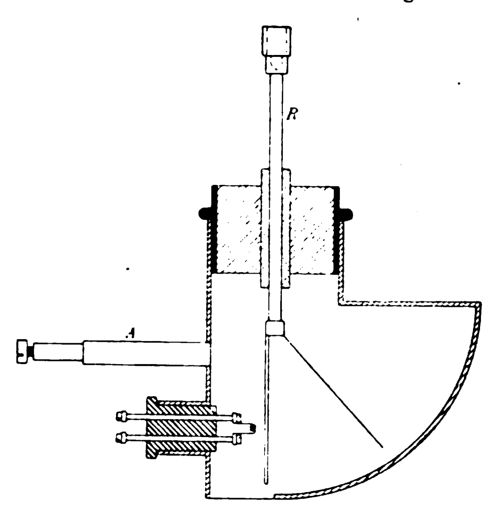
Die absolute Widerstandseinheit läßt sich also heute mit ähnlicher oder gleicher Genauigkeit reproduzieren wie die internationale Hg-Einheit.

Die Verff. benutzen den erhaltenen Wert von V, um das von Jaeger und v. Steinwehr in int. Joule/cal_{15} gemessene Wärmeäquivalent auf absolute Einheiten umzurechnen. Danach ist $1\ cal_{15} = 4{,}186_3 \cdot 10^7$ Erg. *Giebe.*

Das Schattenelektroskop.

Von R. Whiddington, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **20**. *Teil I, S. 109. 1920.*

Das Voltmeter vom Goldblattypus mit niedriger Kapazität ist im wesentlichen für Unterrichtszwecke bestimmt. Die Ablesungen erfolgen an einer um wenige cm abstehenden, in Volt geteilten halbdurchscheinenden Skala, auf die der Schatten des Blättchens mittels einer kleinen 2-Volt-lampe geworfen wird. Ein Schnitt durch das Instrument ist in der beistehenden Abbildung gegeben. Das Gehäuse ist quadrantenförmig gestaltet, weil man hierbei eine nahezu lineare Skala und eine konstante Kapazität über den Meßbereich erhält. Die Isolation des Blättchenträgers R erfolgt durch ein Quarzrohr, das in Schwefel eingegossen ist. Mittels des Armes A, an dem sich auch die Erdungsklemme des Gehäuses befindet, läßt sich durch das Elektroskop einspannen und ev. neigen. In dem darunter befindlichen Ansatzrohre ist eine kleine, mit Alkalioxyd bedeckte Drahtspirale angebracht, welche bei Erhitzung durch den Strom eines Akkumulators als Ionisierungsquelle dient. Durch ihren Einbau hinter dem Blättchenträger sind störende Konvektionsströme vermieden. Die Kapazität des Elektrometers wurde mittels einer Kugel von 3,25 cm Radius nach der Methode der Ladungsteilung bestimmt; um Störungen hierbei zu vermeiden wurde dabei auf den Blättchenträger ein längerer steifer Draht aufgesetzt. Dieselbe Methode wurde benutzt, um zunächst die Kapazität des Elektrometers mit einem angeschalteten Plattenkondensator und mit Hilfe der vorhergehenden Messung die Kapazität dieses allein zu vermitteln. Weiterhin ist es verwendet zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Materialien, die



als Platten zwischen die Kondensatorbelegungen gebracht werden. Ein anderer Versuch war, die Kapazität zweier Kondensatoren zu vergleichen, indem man bei eingeschaltetem konstanten Ionisator den Rückgang des Blättchens in einer bestimmten Zeit beobachtete. *Berndt.*

Ein Beitrag zur physikalischen Erklärung des Wünschelrutenproblems.
Von Ed. Haschek *und* K. F. Herzfeld. *Die Naturwissenschaften* **9.** *S. 1029. 1921.*

In der vielumstrittenen Frage der Wünschelrute sind seit dem Jahre 1919 im Physikalischen Institut der Wiener Universität eingehende Versuche vorgenommen worden. Da Haschek und Herzfeld auf Grund ihrer Beobachtungen von der Objektivität der Ruteneffekte überzeugt sind und damit deren instrumentelle Verwertung im Bereich der Möglichkeit liegt, soll hier kurz auf die Veröffentlichung hingewiesen werden.

Die Versuche waren natürlich nur möglich durch Heranziehung eines anerkannten „Rutengängers". Als solcher stellte sich der Chefgeologe der Geologischen Reichsanstalt in Wien, Bergrat Dr. Waagen, zur Verfügung. Die zahlreichen in einwandfreiester Anordnung und unter den verschiedensten Bedingungen in einem Zimmer vorgenommenen Versuche führen die Verfasser zu der Annahme, daß das Nervensystem des Rutengängers auf geringe Deformationen des elektrischen Erdfeldes reagiert, die durch die verschiedensten in diesem Feld befindlichen Inhomogenitäten (Wasseradern, Erzgänge usw.) hervorgerufen werden können. Diese Annahme gewinnt eine Stütze durch den experimentellen Nachweis, daß der Rutengänger gegen direkte elektrische Beeinflussung außerordentlich empfindlich war, ebenso gegen ionisierte Luft. Eine Erklärung, wie die Wirkung des gestörten Feldes auf die Körperorgane zustande kommt, läßt sich allerdings auf Grund der Versuche vorerst nicht geben. *G.*

Einige sorgfältige Feld-Versuche mit Rutengängern, die indes durchweg negativ ausgefallen sind, wurden neuerdings auch von der Preuß. Geologischen Landesanstalt vorgenommen. (Zur Wünschelrutenfrage. Berlin 1921. Preußische Geologische Landesanstalt.)

Bücherbesprechungen.

G. Berndt und H. Schulz. Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen. 8°. IV und 216 S. m. 218 Textfiguren. Berlin, Julius Springer, 1921. M. 48.—, geb. M. 54.—.

Die durch den Krieg und im Anschluß daran durch die Normalisierungsarbeiten besonders gesteigerte Entwicklung der technischen Längenmessungen ließ eine übersichtliche Darstellung dieses Gebietes vermissen und so kommt das Buch dringenden Wünschen entgegen.

Der I. Abschnitt behandelt die Grundlagen des metrischen Systems unter besonderem Eingehen auf die Auswertung des Meters in Wellenlängen des Lichts. Abschnitt II gibt nach einem kurzen geschichtlichen Überblik über die Entwicklung der technischen Messungen Erläuterungen über die technischen Strich- und Endmaße unter Hervorhebung der mannigfachen Fehlereinflüsse infolge von Parallaxe, Durchbiegung, Wärmeausdehnung, Nachwirkung, Deformation und Beobachtungsanomalien. Die Meßgeräte mit Strichmaßstab, die Fühlhebel, Schraubenmikrometer, Meßmaschienen, Teilmaschinen und Interferenzkomparatoren sind in dem besonders umfangreichen III. Abschnitt mit großer Vollständigkeit und begründeter Kritik behandelt, während im Abschnitt IV auf die Grundlagen für die Konstruktion der Lehren sowie deren Einzelanordnungen für Außen- und Innenmessungen eingegangen wird. Der angefügte Literaturnachweis erleichtert dem Fachmann je nach Wunsch näheres Eingehen auf die behandelten Fragen.

Dem Meßtechniker wird das Buch ein vorzüglicher Führer sein, umsomehr als die Verfasser bemüht sind, wiederholt und eindringlich auf die Wichtigkeit größter Selbstkritik beim Messen hinzuweisen. Aber auch dem Hersteller von Meßwerkzeugen wird es unentbehrlich sein als Mittel zur Vervollkommnung seiner Arbeitsmethoden und als Helfer gegenüber übertriebenen und wirtschaftlich unrationellen Genauigkeitsansprüchen. Daß der „Wettlauf nach der nächsten Dezimale" nicht immer durch das Streben nach höheren Leistungen, sondern nicht selten durch unverhüllte Wettbewerbsgründe hervorgerufen wird, ist ja bekannt. Hoffentlich wird das Buch auch die zum Teil noch schwebenden Entscheidungen der Normenausschüsse bezüglich der Toleranzen im Sinne weiser Beschränkung beeinflussen. *G.*

Förteckning på trigonometriska tabeller med vinkelargumentet i ny delning. Von Dr. Tryggve Rubin. (S. A. aus der Schwedischen Landmesserzeitschrift, Jahrg. 1921. 11 S. 8°.)

Manchem Leser mag der Hinweis auf diese Zusammenstellung der für die Rechenpraxis bestimmten trigonometrischen Tabellen für die „neue" Winkelteilung willkommen sein; sie ist trotz ihres Erscheinungsorts nicht unbequem zu erlangen, da die Buchdruckerei (Isaac Marcus, Stockholm) Sonderdrucke hergestellt hat. Das Verzeichnis umfaßt 8-, 7-, 6-, 5-, 4- und 3stellige Tafeln der goniometrischen Zahlen selbst und ihrer Logarithmen für Winkel „neuer" Teilung (Quadrant zu 100 Neugraden zu je 100' zu je 100''); es findet sich übrigens auch je eine Tafel für die Dezimalteilung des vollen (stets des rechten) Winkels und für die „neueste" Winkelteilung (der alte Grad $= \frac{1}{90}$ des Quadranten dezimal geteilt). Diese letzte neueste Teilungsart, die in Wirklichkeit in die Entstehungszeit der Logarithmen zurückreicht und die für manche besondern Zwecke Vorteile bietet, wird hoffentlich nicht (wie angestrebt wird) allgemeine Verbreitung erlangen, so daß abermals neue Teilmaschinen für Kreise neben den für die „alte" und die „neue" Teilung und ebenso eine umfangreiche weitere Tabellenliteratur notwendig würden. An Ländern, in denen für die geodätischen Messungen die „neue" Teilung ($1^g = {}^1/_{100}{}^q$ und zentesimale Unterteilung des ^{g}) verwendet wird, zählt der Verf. auf: Frankreich und seine Kolonien, Schweden, Norwegen, Baden, Belgien, Hessen, Württemberg, Schweiz, Italien, Spanien, Tschechoslowakei, Jugoslawien, Rumänien, Türkei, Argentinien, China. Zu bemerken ist, daß in den aufgezählten deutschen Ländern neben der neuen Teilung auch die alte im Gebrauch ist; in demselben Sinn könnte Preußen (Katasterverwaltung) angeführt werden.

Zu bedauern ist, daß die 6stellige Tafel der natürlichen goniometrischen Zahlen für die neue Teilung, die Enberg und Långström in Stockholm hergestellt haben, immer noch als Manuskript aufgezählt werden muß.

Auch einige „Koordinaten"- (und Tachymeter-)Tafeln für neue Teilung, eine deutsche (Clouth) und drei italienische, zählt der Verf. in seiner Liste auf. *Hammer.*

Dr. H. Praesent, Beiträge zur Deutschen Kartographie. Im Auftrag der „Deutschen Bücherei" herausgegeben von Dr. Praesent. 8°. 160 S. Leipzig, Akad. Verl.-Gesellsch. 1921.

Die Gegenstände dieser „Beiträge" hängen z. T. nicht unmittelbar zusammen mit den dieser Zeitschrift gesteckten Zielen. Sie setzen sich nämlich, von einer Einleitung des Herausgebers über „die Aufgaben der Kartensammlung der Deutschen Bücherei" abgesehen, zusammen aus I. einer „Historisch-Kartographischen Abteilung" (vier Aufsätze: Rudolphi, Entwicklung des Stadtplans von Leipzig; Beschorner, Landesvermessung und Kartenwesen Kursachsens bis 1780; Treitschke, Landesaufnahme Sachsens 1780 bis 1921; Richter, Sächsische Landesvermessung [Katastervermessung]), II. einem Abschnitt „Amtliche Kartographie", der 5 Aufsätze umfaßt (s. u.), endlich III. einem Aufsatz von G. Schulze über Schulkartographie.

Nur über den II. Abschnitt ist es mit Rücksicht auf den Raum möglich, hier einiges mitzuteilen. Die 5 Abhandlungen, die er bietet, sind: v. Rönne, Die zukünftigen Aufgaben der Landesaufnahme; L. Schmidt, G. Zacharias und W. Wilke, Die Entwicklung des deutschen Seekartenwerks; Obst, Die deutsche Kolonialkartographie; Bölcke, Die erdkundliche Bedeutung von Kriegskarte und Geländebild; Ginzel, Das Kriegskartenwesen der ehemaligen österreichisch-ungarischen Monarchie.

Als Fortsetzung des im vorigen Heft *S. 29* besprochenen Werks (I. Jahresbericht der Landesaufnahme) erscheint der Aufsatz von Rönne, dem man anmerkt, daß er bei Gelegenheit eines Geographen-Tags (20. Deutscher Geogr.-Tag, Leipzig 1921) entstanden ist, wie die ganze vorliegende Schrift; ob in der Tat die Geographen insbesondere berufen sind, über die Zuverlässigkeit (vor allem also Genauigkeit), Güte und Zweckmäßigkeit der deutschen amtlichen Karten (im engeren Sinn der topographischen Karten) zu urteilen, ist mir nach Urteilen von Geographen über topographische Dinge nicht zweifelsfrei. Man wird aber mit Interesse von dem Standpunkt Kenntnis nehmen, den der Verf. (Preußische Landesaufnahme) in der viel umstrittenen Frage der topographischen Bedeutung der Photogrammetrie, von der Erde aus und aus der Luft, einnimmt; er spricht die Überzeugung aus, daß das Luftlichtbild im Wirtschaftsleben noch eine große Rolle spielen werde, es werde aber für die topographische Verwendung

„sich immer auf das durch terrestrische Triangulation geschaffene Festpunktnetz stützen müssen". Dieselbe Anschauung kehrt in dem Aufsatz des früheren deutschen Kriegsvermessungschefs Bölcke wieder, nach der „ohne eine vorhandene dichte und sehr deutliche Vermessung" (gemeint sind auffallend bezeichnete Festpunkte, trigonometrisch oder polygonometrisch bestimmt) „die Auswertung auch der besten Luftbilder für Kartenzwecke ausgeschlossen" sei; womit die Hoffnung „entfalle", „etwa in Kolonien Kartenwerke von der Luft her zu schaffen", vielmehr sei der Trigonometer als Vorarbeiter durchaus unentbehrlich, ja auch der Topograph alten Stils müsse mithelfen. Was sagt die Finsterwaldersche Schule dazu? Irrtümlich ist jedenfalls die Auffassung, daß man gerade für Kartenzwecke „steil aufgenommene Bilder" haben müsse; überall dort, wo es besonders auf gute Kartendarstellung der Höhenverhältnisse des Geländes aus Luftlichtbildern ankommt, sind Aufnahmen mit kleinen Nadirdistanzen der Kammerachse nicht brauchbar und Aufnahmen mit etwa 30° Tiefenwinkel die besten. Auch zu andern Paragraphen des Aufsatzes von Bölcke muß man Fragezeichen machen; z. B. lassen sich die „Magnetverhältnisse" auf der Erdoberfläche (deren „Feststellung" in Deutschland nicht dem Geodätischen Institut Potsdam, sondern den meteorologischen Instituten der einzelnen Länder übertragen war) nicht durch „rohe Ermittlungen der Nadelablenkung" (?) „für allgemeine Begriffe genügend genau klären", jedenfalls kann durch sie nicht „das örtliche Schwingen" (?) der Bussole auf den Rändern der „großmaßstäblichen Karten" genügend genau gedruckt sichtbar gemacht werden. Die Erforschung des Erdmagnetismus kann sich nicht auf die Mißweisungen der horizontalen Deklinationsnadel beschränken, wenn auch der Topograph und Kartenbenutzer in der Tat nur diese Komponente der Nadelrichtung und ihre zeitlichen und örtlichen Veränderungen zu kennen braucht. Gern unterschreiben wird aber jedermann das hohe Lob, das der Verfasser den deutschen Werkstätten für geodätische Instrumente spendet, und zu hoffen ist, daß der „frische Zug", der Herstellung und Anwendung der vielerlei Messungsgeräte für die Kriegskarten durchweht hat, auch dauernd dem „Erdkundler" und seiner Wissenschaft zugut komme, „indem künftig leichter und rascher Karten entstehen".

Hammer.

Chr. von Hofe, Fernoptik. Zweite Aufl. 8°. VI, 166 S. m. 123 Abb. Leipzig, J. A. Barth, 1921. Geb. 48 M.

Die erste (1911 erschienene) Auflage dieses Buches ist in *dieser Zeitschr.* **32.** *S. 395—396*, 1912 besprochen worden (siehe hierzu noch *diese Zeitschr.* **33.** *S. 103—104 und S. 104*). Die bei der damaligen Besprechung geäußerten Wünsche sind in der nunmehr vorliegenden 2. Auflage zum Teil berücksichtigt worden. Allerdings konnte sich der Verf. nicht dazu entschließen (siehe auch *diese Zeitschr.* **33.** *S. 103*), in der 2. Auflage die Bedeutung des Augendrehpunktes zu würdigen; hier gehen eben die Ansichten auseinander. Die Anordnung ist dieselbe geblieben wie in der ersten Auflage; gewissermaßen als Kriegsfolge ist der Abschnitt „Richtinstrumente für veränderliche Bedingungen" (S. 128—140) neu hinzugekommen. Dieser Abschnitt gibt einen guten Überblick über diejenigen optischen Vorrichtungen, die notwendig werden, wenn entweder das Geschütz oder das Ziel oder beide während des Schießens ihre Standorte ändern, so daß sich während der Geschoßflugzeit die Verbindungslinie Geschütz—Ziel und die Entfernung Geschütz—Ziel (bzw. Beobachter bis Ziel) ändern. Es handelt sich dabei also um Zusatzvorrichtungen entweder am Entfernungsmesser oder am Beobachtungsgerät. Der Verf. beschreibt dabei — dem Umfang des Buches entsprechend selbstverständlich nur in groben Umrissen — verschiedene von den Firmen Zeiss und Goerz auf diesem Gebiete während des Krieges geschaffenen Geräte, von denen wir nur die Auswanderungsmesser (zur Verwendung bei der Beschießung von Luftzielen) und die Zielfernrohre für den Abwurf von Bomben aus Flugzeugen nennen. Zum letzten Satz dieses Abschnittes (S. 140) und zu S. 55 sei hier die Bemerkung hinzugefügt, daß inzwischen die Firma Zeiss verschiedene Prismenfeldstecher mit von H. Erfle angegebenen Okularen herausgebracht hat, die großes Gesichtsfeld ergeben und, auch für den freihändigen Gebrauch geeignet, besonders in der Dämmerung den bisher benutzten Prismenfeldstechern mit kleinerem Gesichtsfeld bzw. schwächerer Vergrößerung überlegen sind.

Auch bei den Jagdgewehrfernrohren (S. 62—63) wäre ein Hinweis angebracht auf das Zielfernrohr mit Vergrößerung Eins, das durch das D.R.P. 272102 von W. Thorner geschützt und

von der Firma Carl Zeiss ausgeführt wird in der Form, daß außer der einfachen Vergrößerung (in der Art, wie es von Hofe S. 95 oben schildert) eine zweite Vergrößerung durch Umschaltung der Umkehrlinse ermöglicht wird.

Vielleicht entschließt sich der Verf. in einer hoffentlich in nicht zu ferner Zeit erscheinenden neuen Auflage in dem Abschnitte „Das Sehen" (S. 24—25), eine ganz kurze Darstellung des Baues der Netzhaut aufzunehmen (Stäbchen, Zapfen, Dämmerungssehen), damit besonders die Verwendung des Fernrohrs in der Dämmerung dem Laien etwas klarer wird; selbst wenn eine solche Darstellung nur wenige Zeilen umfaßt, wird sie den Gebrauch eines Fernrohrs in der Dämmerung verständlicher machen.

Von den Stellen des Buches, in denen dem Berichterstatter Zusätze aufgefallen sind gegenüber der ersten Auflage, seien außer dem eingangs genannten größeren Abschnitt genannt: S. 38, S. 62 unten bis 63, S. 68, 69—70, wo u. a. die Spiegelfernrohre etwas eingehender behandelt werden, S. 79—80 (Hinweis auf die Fortschritte der Firmen Goerz und Zeiss im Bau von Sehrohren für Unterseeboote und andere Zwecke), S. 85, wo ein schönes Aufrichteprisma beschrieben wird, das im Gegensatz zum Amicischen Reflexionsprisma (von Hofe nennt es S. 82 Dovesches Prisma) auch in einem konvergenten oder divergenten Strahlenbündel benutzt werden kann (andere bekannte Prismen mit gleichem Verwendungszweck hat von Hofe nicht beschrieben), S. 87 oben, S. 103 unten (eine ganz kurze Beschreibung und eine Abbildung eines von Zeiss ausgeführten Doppelbildentfernungsmessers für Sehrohre siehe *die Naturwissenschaften* **7.** *S. 832 und Abb. 24, S. 831. 1919*), S. 113 und S. 133 die Einrichtung eines Entfernungsmessers für die wechselweise Messung von Feld- und Luftzielen, S. 114 der besonders im Kriege geförderte Ersatz der größeren Pentaprismen durch Winkelspiegel besonderer Bauart, S. 148 der Abschnitt über die Prüfung von Fernrohren für terrestrische Zwecke.

Für manchen Leser des von Hofeschen Buches mag es als nützliche Ergänzung dienen, noch zu erfahren, daß die auf S. 98 beschriebenen pankratischen Zielfernrohre durch die früheren Lieferungen der Firma Zeiss an die deutsche Marine und an das Ausland einem großen Personenkreis bekannt geworden sind. Auch beim Tripelspiegel hätte die Firma Zeiss (Straubel) als Schöpferin dieses Geräts, das als eine Weiterbildung des Beckschen Zentralspiegels bezeichnet werden kann, genannt werden können. Ob es gerechtfertigt ist, vom stereoskopischen Entfernungsmesser im Anschluß an (S. 109) „die Anregung zu diesen Instrumenten stammt von Hektor de Grousilliers" zu sagen „die weitere Ausarbeitung der Idee von Adolf Miethe", scheint dem Berichterstatter recht zweifelhaft. Tatsache ist jedenfalls, daß von dem Augenblick an, in dem de Grousilliers sich an die Firma Zeiss wandte (siehe auch von Rohr, Die binokularen Instrumente, Berlin, J. Springer, 1920, S. 201) bis zur Verwirklichung des ersten brauchbaren stereoskopischen Entfernungsmessers noch ein weiter Weg zurückzulegen war.

Das Buch von Hofes hat den gewünschten Zweck, daß „alle Fernrohre im weitesten Sinne des Wortes in gemeinverständlicher Weise erläutert werden" sollen, vollauf erreicht. *Dr. H. Erfle.*

Rudolph Lämmel, Die Grundlagen der Relativitätstheorie, populärwissenschaftlich dargestellt. Mit 32 Textfig. Berlin, Julius Springer, 1921. VIII + 158 S. M. 14.—.

In einfacher Form und in einer durch plastische Bilder vielfach belebten Sprache werden die Fragen, welche zur Aufstellung der Relativitätstheorie führten, sowie die Folgerungen aus dieser Theorie besprochen. Die Seite 128 aufgestellte Behauptung, daß aus den Gesetzen von Keppler und Newton die Bezeichnung „Masse=Raum durch Zeitquadrat" folgt, ist unrichtig. *Hng.*

Hermann Weyl, Raum, Zeit, Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie. Mit 15 Textfig. 4. erweiterte Aufl.. IX, 300 S. Berlin, J. Springer, 1921. M. 48.—.

Das rühmlichst bekannte Buch des Züricher Mathematikers gibt eine streng wissenschaftliche systematische Darstellung des Problems. Zwar baut der Verfasser auf mathematisch einfacher Grundlage auf, doch bedarf es harter Arbeit, um allen Gedankengängen bis ans Ziel zu folgen.

Hng.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

3. Heft: März.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 120,— für den Jahrgang, M. 30,— für das Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 3,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12mal.	Aufnahme
	10	20	30%	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **März 1922.** Drittes Heft.

Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1921[1]).

Allgemeines.

Die Reichsanstalt beklagt den Tod der nachfolgenden Beamten: Technischer Gehilfe Bierfreund, gestorben 29. Dezember 1920; Regierungsrat Dr. Groschuff, gestorben 9. Dez. 1921. *1. Personalien.*

Ausgeschieden: In die Privatindustrie übergetreten sind die Wissenschaftlichen Hilfsarbeiter Dr. Merkel am 30. April 1921, Dr. Dieterle am 30. Juni 1921, Dr. Baisch am 31. Juli 1921 und Dr. Lechner am 30. November 1921; ferner Stenotypistin Hoffmann am 1. Mai 1921.

Der Oberregierungssekretär Schultz ist am 1. Juli 1921 in den Ruhestand getreten.

Neu eingetreten sind: die Wissenschaftlichen Hilfsarbeiter Dr. Goens in das Laboratorium des Direktors der Abteilung II am 1. Juni 1921, Dr. Burmester in das Wechselstromlaboratorium der Abteilung II am 1. Juli 1921, Dr. Ebert am 15. August 1921 und Dr. Blankenstein am 1. Oktober 1921 in die Unterabteilung IIIb, Dipl.-Ing. Kümmel am 1. Dezember 1921 in das Maschinenlaboratorium der Abteilung II, der Bürodiätar Warnecke am 11. April 1921 in das Büro I und der Bürohilfsarbeiter Meier am 15. Juni 1921 in das Büro III, die Stenotypistin Dunkelberg in die Abteilung II am 1. Mai 1921; der außerplanmäßige Techniker Moldenhauer am 19. Mai 1921 in die Hauptwerkstatt; der außerplanmäßige Techniker Ehrhardt am 15. Juni 1921, die Techniker auf Probe Wacker am 1. September 1921 und Lewandowski am 2. Januar 1922 in die Unterabteilung IIIb; der außerplanmäßige Amtsgehilfe Treder II am 1. Mai 1921 in die Unterabteilung Ia; der außerplanmäßige Technische Gehilfe Gutowski am 1. Mai 1921 in die Unterabteilung IIIb.

Ferner in die Unterabteilung IIIb: die Laborantinnen Schnabel (bereits in gleicher Eigenschaft in der Reichsanstalt vom 6. Mai 1916 bis 31. Januar 1919 beschäftigt), Hartwig, Auguste Schmidt und Johanna Klitzing am 1. Juni 1921, Barz, Neun, Horlbogen am 15. Juni 1921; Herzberg (bereits in gleicher Eigenschaft vom 8. Mai 1916 bis 31. Januar 1919 in der Reichsanstalt beschäftigt) am 27. Juni 1921; Musick, Thurn, Buchholz, Klingner am 1. Juli 1921; Delling und Klink am 15. Juli 1921; Martens, Friederichs, Treskow am 1. September 1921; Schulz, Kühnemund, Breitenfeld am 15. September 1921; Elfriede Schmidt, Gutmann, Fromm und Pirrß am 1. Oktober 1921; Jahn, Noffke, Gröpler, Neumann, Käthe Klitzing und Brüne am 1. Dezember 1921; der Laborant Salewski am 8. Dezember 1921; die Laborantinnen Manger, Saager, Hüter, Most, Siewert, Raatz, Schrickel am 15. Dezember 1921; Jaene am 16. Dezember 1921; die Laborantin Eichner und der Laborant Pörschke am 2. Januar 1922.

Aushilfsweise eingestellt wurden: am 15. Oktober 1921 in das Laboratorium für Elek-

[1]) Auszug aus dem an das Kuratorium der Reichsanstalt im März 1922 erstatteten Bericht.

trochemie der Abteilung II der Techniker Knackfuß, am 12. Dezember 1921 in das Maschinenlaboratorium der Abteilung II der Laboratoriumsarbeiter Kühnast.

Planmäßig angestellt wurden: als Regierungsräte: mit Wirkung vom 1. April 1920 ab die Wissenschaftlichen Hilfsarbeiter Dr. Scheld und Dr. Wetthauer;

mit Wirkung vom 1. Juni 1921 ab die Wissenschaftlichen Hilfsarbeiter Dr. Bothe und Dr. Behnken;

als Oberregierungssekretär mit Wirkung vom 1. Dezember 1921 ab der Bürodiätar Fengler:

als Amtsgehilfe mit Wirkung vom 1. November 1921 ab der außerplanmäßige Amtsgehilfe Treder.

Befördert wurden: die Mitglieder Geheimen Regierungsräte Professoren Dr. Mylius, Dr. Jaeger, Dr. Brodhun, Dr. Gumlich, Dr. Scheel, Dr. Liebental zu Oberregierungsräten mit Wirkung vom 1. April 1920.

Die Mitglieder Regierungsräte Professoren Dr. Schönrock, Dr. Gehrcke, Dr. v. Steinwehr, Dr. Grützmacher, Dr. Henning, Dr. Günther-Schulze, Dr. Hoffmann, Dr. Göpel, Dr. Giebe und Dr. Schering sind auf Grund der Fußnote [2]) zur Gruppe XII der Besoldungsordnung I mit Wirkung vom 1. April 1920 in diese Gruppe eingereiht worden und haben die Amtsbezeichnung Oberregierungsrat erhalten.

Ferner wurden befördert mit Wirkung vom 1. April 1920 ab: die Oberregierungssekretäre Rechnungsrat Barowsky, Tappert und Kiel zu Regierungsinspektoren; die bisherigen Technischen Gehilfen Treder, Grauer I und Mai zu Laboratoriumsgehilfen; der Amtsgehilfe Hilmer zum Amtsobergehilfen;

mit Wirkung vom 1. Februar 1921 ab der Amtsgehilfe Klingner zum Kanzleiassistenten.

2. Dienstreisen, Besichtigungen und Teilnahme an Versammlungen.

Die Reichsanstalt war amtlich vertreten durch:

Regierungsrat Jakob bei der Sitzung des wissenschaftlichen Beirats des Vereins deutscher Ingenieure am 17. Januar 1921;

Oberregierungsrat Mylius bei der Hauptversammlung der Gesellschaft für Metallkunde am 29. April 1921;

Regierungsrat Geiger bei den Beratungen über Vereinheitlichung der Meßweise radioaktiver Quellen in Freiberg i. S. vom 26. bis 29. Mai 1921;

Oberregierungsrat Henning bei der Hauptversammlung der Deutschen Bunsen-Gesellschaft in Jena vom 13. bis 17. September 1921;

Regierungsrat Alberti beim Deutschen Physikertag in Jena vom 18. bis 24. September 1921.

Nichtamtlich nahmen am Physikertag in Jena teil: Direktor Grüneisen, Ob.-Reg.-Räte Scheel, Gehrke, Henning, Hoffmann, Reg.-Räte Geiger, Schmidt; Dr. Goens, Dr. Lau.

Oberregierungsrat Gumlich vertrat die Reichsanstalt bei den Sitzungen des Vorstandsrates und des Ausschusses des Deutschen Museums in München am 30. September und 1. Oktober 1921.

Direktor Grüneisen, Oberregierungsrat Schering, Regierungsrat Schmidt und Regierungsrat Vieweg nahmen teil an der Tagung der Vereinigung der Elektrizitätswerke in Berlin am 11. November 1921.

Oberregierungsrat Schering vertrat die Reichsanstalt in der am 29. April in Nürnberg abgehaltenen Sitzung der Isolierstoff-Kommission des Verbandes Deutscher Elektrotechniker. Am 26. Mai besuchte er das Hochspannungsinstitut der Technischen Hochschule Darmstadt, um die dort von Prof. Petersen ausgebildete elektrische Schlagprüfung an Hochspannungsisolatoren kennen zu lernen; anschließend nahm er an der Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker in Essen vom 30. Mai bis 1. Juni teil. Am 14. September vertrat er in Nürnberg die Reichsanstalt in der Sitzung des Kuratoriums für die vom Verbande Deutscher Elektrotechniker bei der Landesgewerbeanstalt Nürnberg eingerichtete Prüfstelle, welche Methoden zur Prüfung von Isolierteilen in der Verwendungsform ausbilden soll.

Regierungsrat Vieweg vertrat die Reichsanstalt bei den Sitzungen des Ausschusses für Lagerversuche des Vereins deutscher Maschinenbauanstalten und bei den Sitzungen des Forschungsausschusses des Verbandes Deutscher Elektrotechniker.

Oberregierungsrat Scheel weilte vom 7. bis 8. Juni 1921 in Dessau und Zerbst zu Vor-

besprechungen über die Einrichtung eines Prüfamtes in Zerbst. Vom 4. bis 9. Juli und vom 23. bis 26. Oktober nahmen Direktor Holborn und Oberregierungsrat Scheel in Ilmenau und Gehlberg an einer Versammlung des Verbandes deutscher Glasinstrumentenfabriken teil und pflogen Verhandlungen über die Einführung des Prüfungszwanges für Fieberthermometer.

Vom 14. September bis 1. Oktober beteiligte sich Techniker Lips an der Einrichtung des Prüfungsamtes in Zerbst, das am 26./27. September von Oberregierungsrat Scheel abgenommen und am 7./8. Dezember von Oberregierungsrat Grützmacher einer ersten Revision unterzogen wurde.

Regierungsräte Jakob und Blaschke nahmen wiederholt in dienstlichem Auftrag an den Sitzungen des Normenausschusses der deutschen Industrie teil; der erstere beteiligte sich außerdem an den Sitzungen des Ausschusses für Einheiten und Formelzeichen.

Außerdienstlich besuchte Regierungsrat Blaschke die Hauptversammlung der Deutschen Gesellschaft für Mechanik und Optik zu München vom 3. bis 5. Oktober 1921.

3. Veröffentlichungen.

Die Veröffentlichungen von Beamten der Reichsanstalt sind im Anhang aufgeführt. Bei ihrer Herausgabe wurde ein neuer Weg beschritten. Nachdem die Veröffentlichungen wie bisher in den verschiedenen geeigneten Fachzeitschriften erschienen sind, wird eine größere Anzahl Sonderabdrucke im einheitlichen Format von 19×27 cm² hergestellt und von der Firma Julius Springer Berlin, zu einzelnen Heften der *„Wissenschaftlichen Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt"* zusammengefaßt. Die Hefte werden zwanglos ausgegeben, sobald ein genügender Umfang erreicht ist, und jährlich zu einem Bande vereinigt. Sie werden teils durch die Reichsanstalt an Interessenten versandt, teils durch die Firma Springer im freien Buchhandel vertrieben. Das erste Heft dieser neuen Form der wissenschaftlichen Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ist im Oktober erschienen.

Die Herausgabe besorgt Oberregierungsrat Günther-Schulze, dem Oberregierungsrat Scheel für die Organisation der Herausgabe seine Hilfe angedeihen ließ.

4. Sitzungen der wissenschaftlichen Beamten.

Das Kolloquium der Reichsanstalt hat im Berichtsjahre wieder innerhalb der Dienststunden stattgefunden.

5. Bibliothek.

Die Verwaltung der Hauptbibliothek ging Anfang April auf den Oberregierungsrat Günther-Schulze über, der darin anfangs vom Bureau I, vom Herbst an vom Bureau III unterstützt wurde.

6. Benutzung des Zweiglaboratoriums auf dem Telegraphenberge bei Potsdam.

In dem Laboratorium auf dem Telegraphenberge setzte Oberregierungsrat Schönrock die Strahlungsmessungen fort.

Abteilung I.

Unterabteilung Ia.

1. Stille Entladung in Siemensschen Röhren[1]).

Die Ströme, welche sinusförmige Wechselspannungen von der Frequenz 50/sek in Siemensröhren (Ozonröhren) hervorbrachten, wurden oszillographisch aufgenommen (von Herrn Alberti). Enthielt der Entladungsraum der Siemensröhre einen Elektrolyten, so war der Theorie entsprechend der Strom auch sinusförmig[2]). Fig. 1 zeigt die Stromkurven eines Rohres von 1,5 mm Dicke des Entladungsraumes, *a* und *b* für Sauerstoffüllung bei Spannungen von bzw. 9800 und 6000 V eff., *c* für Wasserstoffüllung bei 8700 V. Der Sauerstoff durchfloß den Entladungsraum mit einer Geschwindigkeit von etwa 1,5 l/min. Oszillogramme von Röhren verschiedener Dicke des Entladungsraumes (1—3,5 mm) zeigen sehr deutlich, daß der Leitungsstrom innerhalb einer Periode um so länger aussetzt, je größer die Dicke des Entladungsraumes, d. h. je höher das Minimumpotential ist.

Der Effektivwert der Ströme ergab sich aus der effektiven, durch ein Elektrometer gemessenen Spannung zwischen den Enden eines induktions- und kapazitätsfreien Widerstandes, der zwischen die äußere Belegung des Siemensrohres und die Erde gelegt war.

[1]) Warburg.

[2]) Herr Rubens machte mich auf eine sehr kleine Abweichung von der Sinusform an den Schwingungsbäuchen des Oszillogramms aufmerksam.

Es wurde auch versucht, die Ströme thermoelektrisch bei Eichung mit Gleichstrom zu messen, entweder durch ein Thermokreuz nach Klemenčič[1]) oder durch die von Schering[2]) wesentlich verbesserte Brückenanordnung von Salomonsen. Wenn der Entladungsraum des Siemensrohres einen Elektrolyten enthielt oder wenn anstatt des Siemensrohres ein Spitzenrost oder ein Ohmscher Widerstand eingeschaltet war, so lieferten beide Methoden übereinstimmende Ergebnisse. Im Falle des mit Gas gefüllten Siemensrohres lieferte aber die thermoelektrische Methode ganz falsche, nämlich viel zu hohe Werte, ebenfalls, wenn an Stelle des Siemensrohres ein Ohmscher Widerstand mit dahinter geschalteter kleiner Funkenstrecke gesetzt war. Auf die Angaben des Elektrometers hatte die Einschaltung der Funkenstrecke nur einen geringen Einfluß. Übrigens bedarf auch die beschriebene elektrische Messung der Stromstärke noch näherer Untersuchung.

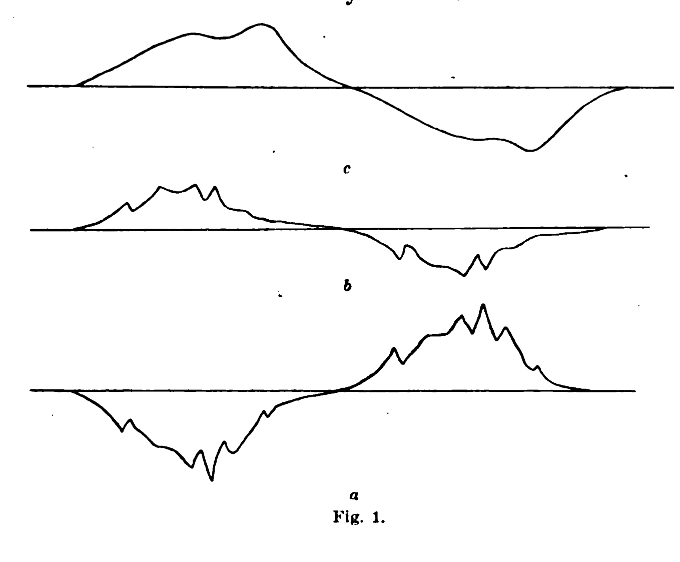


Fig. 1.

Die Stromstärken J durch das gasdurchströmte Siemensrohr ließen sich für Frequenzen von 50/s und 500/s in Abhängigkeit von der Spannung E befriedigend durch die lineare Beziehung

$$J_{eff} = f \cdot (E_{eff} - M),$$

wo f und M von E unabhängig sind, darstellen, solange E dem Wert von M nicht zu nahe kam. M ist von der Frequenz unabhängig, f der Frequenz proportional. Ersetzt man Sauerstoff durch Wasserstoff, so erhält man erheblich stärkere Ströme, bedeutend kleineres M, aber wenig verändertes f. Für den Fall, daß die Spannung E abwechselnd und plötzlich auf die Werte $\pm E$ gebracht und vor jedem Spannungswechsel der Gleichgewichtszustand abgewartet wird, läßt sich die Formel theoretisch begründen, wobei f sich unabhängig von der Natur des Gases im Entladungsraum ergibt[3]). Durch die letztgenannten Ergebnisse werden die Versuche von St. Sachs[4]) bestätigt und erweitert.

Ferner wurden Versuche über Jodwasserstoffbildung durch stille Entladung im Siemensrohr angestellt, wobei ein Wasserstoffstrom über eine Jodvorlage in das Siemensrohr gelangte und Jodvorlage sowie Siemensrohr sich in demselben Temperaturbade befanden. Indem man die Badtemperatur zwischen $+18^0$ und $+40^0$ variierte, erhielt man verschiedene Jodkonzentrationen des in das Siemensrohr eintretenden Gemisches. Bei den verschiedenen Badtemperaturen wurden maximal, d. h. bei hinreichender Größe der Reaktionszeit und der Stromstärke etwa 88 Proz. des eintretenden Jods in Jodwasserstoff verwandelt. Die Partialdrücke des Jods in dem in das Siemensrohr eintretenden Gemisch betrugen bei $+30^0$ und $+40^0$ durchschnittlich bzw. 0,42 und 0,93 mm Q.

2. Bestimmung der Konstanten σ[5]). Um über die Ursachen der erheblichen Differenzen zwischen den Kurlbaum-Valentinerschen bzw. Gerlachschen Werten Aufklärung zu gewinnen, sind an älteren in der Reichsanstalt vorhandenen Flächenbolometern von der Art der von Kurlbaum und Valentiner be-

[1]) *Wied. Ann.* **45**. *S. 78. 1892.*
[2]) *Diese Zeitschr.* **32**. *S. 69. 1912.*
[3]) *Verh. d. Deutsch. physikal. Ges.* **5**. *S. 382. 1903.*
[4]) *Ann. d. Phys.* **47**. *S. 886. 1915.*
[5]) C. Müller.

nutzten Type Vorversuche in Richtung der von **Paschen** und **Gerlach** geltend gemachten Einwände[1]) angestellt worden. Es wurden 2 Flächenbolometer benutzt, die in einem mit Glasfenster versehenen evakuierbaren Gefäß großer Wärmekapazität eingebaut waren und von einer konstant belasteten Glühlampe bestrahlt werden konnten. Bei dem einen Bolometer ergänzten sich die beiden dicht hintereinander stehenden Streifensysteme analog wie bei **Kurlbaum** zu einer geschlossenen Fläche, bei dem andern waren die Streifensysteme in genaue Deckung hintereinander gestellt, so daß Lücken blieben und von der Strahlung nur das vordere Streifengitter, vom Strom jedoch beide Gitter erwärmt wurden.

Anordnung und Stromverhältnisse, sowie Strahlungsintensität waren denen von **Kurlbaum** möglichst angenähert. Es wurde zuerst mittels der **Kurlbaum**schen Methode des 1. Ausschlags die Abhängigkeit der Strahlungsangaben von dem das Bolometer umgebenden Gas untersucht. Trotz erheblich verschiedener äußerer Abkühlungsverhältnisse (Luft, Wasserstoff von Atmosphärendruck, Vakuum von 0,5 mm Hg) differierten die Strahlungsmessungen um nicht mehr als 1,5 %. Weitere Kontrollen betrafen die Möglichkeit falscher Strahlung und den Einfluß der Streifenenden.

Bei der **Kurlbaum**schen Stromverstärkung stellt sich ein ausreichend stationärer Zustand erst nach erheblicher Zeit ein, so daß kurze Beobachtungen mittels des ersten Ausschlags gewisse Unsicherheiten enthalten. Um hierüber ein Urteil zu gewinnen, wurde daneben eine Kompensationsmethode benutzt, dergestalt, daß bei ausgeglichener Brücke das Einschalten der Bestrahlung mit gleichzeitiger äquivalenter Stromabschwächung solchen Betrages verbunden wurde, daß Bolometererwärmung und Brückenverhältnis ungeändert blieben, das Galvanometer also in Ruhe blieb. Die zugestrahlte Energie ist bei dieser Methode, die schnelle Vergleiche zuläßt, $= (J_2^2 - J_1^2)\, w \cdot C$ gegenüber $(J_2^2 w_2 - J_1^2 w_1)\, c \cdot \frac{J_2}{J_1}$ bei der **Kurlbaum**schen Methode. Eingehende Vergleichsreihen zeigten jedoch, daß die Unterschiede aus beiden Methoden selbst bei verschiedenen Gasfüllungen 1,5 % nicht überschritten. Es soll nunmehr die Konstante σ bei 1063° C Strahlertemperatur an einem nach **Gerlachs** Anordnung[2]) eingebauten geschwärzten Platin- und Goldstreifen gleichzeitig nach der **Kurlbaum**schen und **Paschen-Gerlach**schen Methode gemessen werden. Die hierfür erforderliche sorgfältige Apparatur ist bis auf die Thermosäule fertiggestellt. Versuche sind im Gange.

3. Lichteinheit[4]).

Bei der für die **Warburg**sche Temperatureinstellung ursprünglich in Aussicht genommenen Ausgangstemperatur von 1700° abs. und Wellenlänge $\lambda = 0{,}656\,\mu$[3]) ist die sehr schwache Spektralstrahlung zurzeit noch nicht mit der erforderlichen hohen Genauigkeit lichtelektrisch meßbar. Nähere Prüfung zeigte, daß man durch die Wahl einer höheren Ausgangshilfstemperatur wesentlich günstigere Bedingungen erhält, da dann neben erhöhter radiometrischer Gesamtenergie und besserer Strahlerschwärze für die lichtelektrischen Helligkeitsvergleichungen eine kürzere Wellenlänge nahe dem Empfindlichkeitsmaximum der Kaliumzelle benutzbar wird, wo die Zellenempfindlichkeit 300 bis 400 mal größer ist als bei $\lambda = 0{,}656\,\mu$, so daß gleichzeitig mit einem stärkeren Strom und reinerem Spektralbezirk gearbeitet werden kann. Ferner dürfte es sich empfehlen, um die schleichenden Empfindlichkeitsänderungen der Photozelle während der Temperaturumstellungen unschädlich zu machen, den Spalt des lichtelektrischen Spektralphotometers abwechselnd durch den Strahler und eine derart konstant belastete Nitralampe bestrahlen zu lassen, daß bei der Ausgangstemperatur spektrale Gleichheit zwischen Ofen- und Lampenstrahlung besteht. Da Strahler und Vergleichslampe hierbei mit gleicher Wellenlänge auf die gleiche Stelle derselben Photozelle wirken und die Lampenstrahlung sehr konstant gehalten werden kann, ist zu hoffen, daß sich auf diese Weise ein genauer und sicherer Vergleichsmaßstab für ausgedehnte lichtelektrische Messungen gewinnen läßt.

---

[1]) E. **Paschen**, *Ann. d. Phys.* ***38.*** *S. 30. 1912; Verh. d. D. Physikal. Ges.* ***14.*** *S. 788. 1912.* W. **Gerlach**, *Ann. d. Phys.* ***38.*** *S. 1. 1912;* ***40.*** *S. 701. 1913.*

[2]) **Gerlach**, *Ann. d. Phys.* ***41.*** *S. 99. 1913.*

[3]) E. **Warburg**, *Verh. d. D. Physikal. Ges.* ***1917.*** *S. 1.*

[4]) C. **Müller**.

4. Neuer Vakuumofen[1]. Der für die Lichteinheit erforderliche Kohlevakuumstrahler großer Abmessungen, bezüglich dessen dankenswerterweise die Deutsche Beleuchtungstechnische Gesellschaft Mittel zur Verfügung gestellt und die Osramfabrik A auf Veranlassung von Direktor Dr. Mey Ausführung und Erprobung übernommen hatte, ist soweit fertiggestellt, daß Heizversuche erfolgen konnten. Besondere Schwierigkeiten bereitet bei derartigen, für genaue Temperaturkonstanz bestimmten Öfen die Zuführung der sehr hohen Stromstärke zum Kohleheizrohr, welche der Wärmeausdehnung des Heizrohrs nachgeben, andererseits sicheren Kontakt auf breiter Fläche mit ihm haben muß. Das hier angewandte neue Prinzip, welches sich bei den bisherigen Versuchen befriedigend bewährt hat, besteht darin, daß das Heizrohr an dem einen Ende mit mehreren Längsschlitzen derartiger Ausdehnung versehen wird, daß eine gewisse radiale Federung entsteht. Das ungeschlitzte Rohrende wird in einem gekühlten festen Stromanschluß festgespannt, das geschlitzte Ende in eine ebenfalls feste und gekühlte versilberte Kupferbuchse derartiger Bohrung eingeschoben, daß die Kohlerohrstreifen ohne Spannung eben anliegen. Der erforderliche Kontaktdruck erfolgt alsdann durch Einlegen eines nach außen federnden Rings aus Warmgesenkstahl in das geteilte Rohrende. Um auch bei hohen Ofentemperaturen sicheren Druck zu behalten, ist der Innenring noch mit einem weiteren, außerhalb der Kupferbuchse geschützt liegenden Federring durch Stahlschnallen verbunden. Das vorliegende Prinzip hat neben dem Vorteil kurzer Baulänge und einfacher Ausführung den Vorzug, daß das in der neutralen Lage bleibende geschlitzte Rohrende nicht auf Biegung, sondern nur auf Zug und Druck beansprucht wird, ferner, daß die festliegenden Stromzuführungsbuchsen sicher gekühlt werden können, so daß bei ihnen ein Glühendwerden im Vakuum vom Heizrohr her nicht wie bei biegsamen Kabelanschlüssen eintritt.

5. Balmerserie des Wasserstoffspektrums[2]. *a) Bei Zimmertemperatur.* Die Untersuchung der Balmerserie nach der Methode der Interferenzspektroskopie ergab die Intensitätsverteilungskurven der einzelnen Komponenten von H_α, H_β, H_γ. Diese wurden im Einklang mit der Rayleighschen Theorie, innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit identisch mit der Gaußschen Fehlerkurve gefunden. Als Träger der Balmerserie ergaben sich H-Atome (vgl. Anhang Nr. 7.)

Die relativen Intensitäten der einzelnen Komponenten von H_α, H_β, H_γ erwiesen sich als beeinflußbar durch Druck und Rohrweite. Die Änderung des Intensitätsverhältnisses der Duplettkomponenten bei den verschiedenen Linien ist innerhalb der Beobachtungsfehler umgekehrt proportional dem Quadrat der Seriennummer (vgl. Anhang Nr. 8).

b) Bei der Temperatur der flüssigen Luft. Die Messungen an der Balmerserie (vgl. die obigen Veröffentlichungen) weisen mit Bestimmtheit darauf hin, daß das Leuchten des H-Atoms durch die Sommerfeldsche Erklärungsweise nicht wiederzugeben ist. Um diesen Punkt, insbesondere den genauen Wert der Größe der Duplettabstände der Linien, welche nach Sommerfeld durch die Feinstrukturkonstante gegeben werden, weiter zu klären, wurden Strukturbilder der Balmerlinien bei der Temperatur der flüssigen Luft aufgenommen. Diese ergaben, wie zu erwarten war, eine erhebliche Zunahme der Schärfe der einzelnen Komponenten. Über genauere Einzelheiten soll berichtet werden, sobald die Aufnahmen mittels Registriermikrophotometers ausgemessen sind.

6. Viellinienspektrum des Wasserstoffs[2]. Die Untersuchung der Struktur einzelner Linien des Viellinienspektrums hatte ergeben, daß die bisher verwandte Vordispersion wegen der Kompliziertheit des Spektrums nicht ausreichte. Um dem Übelstande abzuhelfen und um einen 4-Prismen-Apparat zur Vordispersion verwenden zu können, mußte eine besondere lichtstarke Röhre hergestellt werden. Eine solche wurde schließlich dadurch erhalten, daß in den Weg der das Spektrum ergebenden Gasentladung eine geeignete Glaskapillare eingeschaltet wurde, deren (zur Erzeugung des zu untersuchenden Spektrums nicht dienendes) Leuchten eine starke Natriumlinie enthielt, herrührend aus dem heißen Glase. Auf diesem Wege wurde mithin die bekannte Warburgsche Methode der schärfsten Trocknung und Sauerstoffbefreiung des Gases in technisch sehr einfacher Form verwirklicht, und es zeigte der so gereinigte Wasserstoff das Viellinienspektrum verhältnismäßig stark neben den Balmerlinien.

[1]) C. Müller.
[2]) Gehrcke, Lau.

Die für die Registrierung mittels Mikrophotometers störende Krümmung des Spaltbildes der Linien ließ sich beheben, indem zu dem alten Verfahren von Madan zurückgegriffen und ein krummer Kollimatorspalt verwendet wurde, der die Krümmung der Linien ausglich bezw. hinreichend klein machte.

7. Erscheinungen beim Sehen kontinuierlicher Helligkeitsverteilungen[1].

Im Verfolg der Untersuchung der Intensitätsverteilung der Wasserstofflinien (vgl. oben 5), wo es sich darum handelte, auf einer kontinuierlichen Helligkeitsverteilung einer photographischen Aufnahme von Interferenzstreifen eine Linie gleicher Helligkeit zu finden, wurden eigentümliche Kontrasterscheinungen beim Sehen solcher Helligkeitsverteilungen beobachtet und näher studiert. Die Ergebnisse sind veröffentlicht (Anhang Nr. 9).

8. Isotopen des Quecksilbers[2].

Die der Reichsanstalt übergebenen Isotopen des Quecksilbers (von Hevesy-Kopenhagen) wurden mittels der Methode der Interferenzpunkte hinsichtlich etwaiger Unterschiede ihrer Linienstrukturen untersucht. Es zeigten die bisherigen Aufnahmen keine Verschiedenheiten der verschiedenen Hg-Sorten.

9. Bestimmung von ε/μ[3].

Bei der Erzeugung der Kathodenstrahlen mittels primärer Röntgenstrahlung treten bedeutende technische Schwierigkeiten auf. Es wurden deshalb Versuche angestellt, um eine andere, bequemere und meßtechnisch brauchbare Erzeugungsart der Elektronenstrahlen zu erhalten und solche augenscheinlich in der Straubelschen Methode der Erhitzung im Brennpunkt eines großen Scheinwerferspiegels gefunden. Es wurde eine Bogenlampe mit Beck-Kohlen (von der Firma Goerz-Friedenau[4]) in der Nähe des Brennpunkts eines Scheinwerferspiegels gebrannt und die Strahlung durch einen zweiten Scheinwerferspiegel von 80 cm Durchmesser (von der Firma Goerz-Friedenau) gesammelt; im Brennpunkt dieses zweiten Spiegels konnte dann eine Wehnelt-Kathode oder blankes Platin, ohne jeden Strom, nur durch Strahlungsenergie, zum Glühen erhitzt werden. Diese Methode der Erhitzung durch Strahlung hat den Vorteil, vom Vakuum unabhängige, nur von der Temperatur abhängige Elektronenstrahlen zu geben, und es entfällt auch jede elektrische Korrektion der gewöhnlichen, durch Stromwärme erhitzten Wehnelt-Kathode.

10. Prüfungen von stark radioaktiven Präparaten[5].

In diesem Berichtsjahre wurden 130 (181)[6]) stark radioaktive Präparate nach der Gammastrahlenmethode geprüft, darunter 24 Mesothorpräparate und 1 Radiothorpräparat. Der Gesamtgehalt aller Präparate entsprach 1339 (3037) mg Radiumelement, der Gesamtgehalt der Mesothor- und Radiothorpräparate entsprach 305 mg. Von den Prüfungsanträgen wurden 4 vom Ausland gestellt.

Von einem größeren Krankenhaus wurde die Reichsanstalt ersucht, auf dem dortigen Gelände Nachforschungen nach einem verlorengegangenen Radiumpräparat von 11 mg Gehalt anzustellen. Es gelang mittels eines zweckentsprechend eingerichteten Elektrometers das Präparat aufzufinden. Dieses fand sich zwar nicht, wie vermutet, in der Abortgrube, wurde aber beim Absuchen der einzelnen Räume in einer Kiste, welche Asche aus dem Verbrennungsofen für gebrauchtes Verbandszeug enthielt, in Gestalt eines schlackenartigen Teilchens entdeckt. — Eine andere Klinik sandte ein größeres Quantum Asche zur Prüfung ein, da die Vermutung bestand, daß diese ein vermißtes Radiumpräparat enthielt. Es konnte festgestellt werden, daß die Hauptmenge des gesuchten Radiums in der Asche verteilt war.

11. Prüfung schwach radioaktiver Substanzen[5].

Die Anträge auf Prüfung schwach aktiver Substanzen häuften sich erheblich gegen das Vorjahr. Es wurden untersucht:

5 Erze und Erzrückstände,
7 künstlich aktivierte Substanzen (Düngemittel, aktivierte Cellonplatten und ähnliche Handelsartikel),
1 Emanator,
5 Radiumlösungen, 2 Grubenwässer.

---

[1]) Gehrke, Lau. — [2]) Janicki. — [3]) Gehrcke, Janicki, Lau.

[4]) Wir möchten der Firma Goerz-Friedenau und besonders den Herren Dr. Gehlhoff und Dr. Schulz für die liebenswürdige Überlassung der wertvollen Spiegel und Kohlen unsern verbindlichsten Dank auch an dieser Stelle zum Ausdruck bringen.

[5]) Geiger, Bothe.

[6]) Die in Klammern gesetzten Zahlen beziehen sich auf das Jahr 1920.

Bei 9 der untersuchten Substanzen konnte eine mit gewöhnlichen Mitteln meßbare Aktivität nicht festgestellt werden.

12. Radiumnormallösungen[1]). Am 26. Mai fand in Freiberg i. S. eine von dem Sächsischen Bergamt einberufene Tagung von Radiologen statt, auf welcher die Reichsanstalt vertreten war, und welche die Vereinheitlichung der Meßweise radioaktiver Quellen zum Ziele hatte. Auf dieser Tagung wurde die Reichsanstalt ersucht, Radiumnormallösungen von der Größenordnung 10^{-9} g herzustellen, welche den an radioaktiven Messungen interessierten Stellen als Standardlösungen dienen sollen. Die Verwendung derartiger Lösungen scheiterte bisher an ihrer geringen Haltbarkeit. Nachdem es nunmehr gelungen ist, diese Schwierigkeit zu überwinden, hat die Reichsanstalt es übernommen Normallösungen von der meist benutzten Größenordnung auszugeben. Als Ausgangslösung dient die gelegentlich der Zerfallskonstantenbestimmung hergestellte Lösung (s. 13.).

13. Zerfallskonstante der Radiumemanation[2]). Die Zerfallskonstante der Radiumemanation wurde ähnlich wie früher von Rutherford durch Kombination der Gammastrahlenmethode mit der Emanationsmethode neu bestimmt. Ein kleines $RaCl_2$-Präparat wurde durch Gammastrahlenmessung mit einem mit Radiumemanation gefüllten Glasröhrchen verglichen. Das Radiumsalz wurde sodann aufgelöst und die Lösung in genau bekanntem Verhältnis verdünnt. Andererseits wurde das Emanationsröhrchen eine bestimmte Zeit (etwa 50 Tage) dem Zerfall überlassen und dann im Emanationselektrometer mit einer bekannten Menge der verdünnten Radiumlösung verglichen. Dabei gelang es, durch sorgfältige Kontrolle der Empfindlichkeit des Emanationsinstrumentes die Zerfallskonstante der Radiumemanation auf 1 Prom. genau zu bestimmen. Der so gefundene Wert (Halbwertszeit = 3,81 Tage) weicht um etwa 1 Proz. von dem bisher angenommenen Rutherford-Curieschen ab.

14. Reichweitemessungen[3]). Die Präzisionsmessungen der Reichweiten aller bekannten α-Strahler wurden zum Abschluß gebracht. Es ergaben sich sichere, außerhalb der Meßfehlergrenze liegende Abweichungen von der Geiger-Nuttalschen Beziehung zwischen Reichweite und Lebensdauer.

15. Fluoreszenzerregung durch α-Strahlen[4]). Die Leuchterregung in verschiedenen auf α-Strahlen ansprechenden Kristallen wurde mikroskopisch untersucht; bei etwa 400facher Vergrößerung zeigte sich, daß jedes auffallende α-Teilchen eine seiner Reichweite entsprechende leuchtende Spur erzeugt. Die Untersuchungen werden fortgesetzt.

16. Photographische β-Strahlen-Messung[5]). Wo es sich um Messung sehr kleiner β-Strahlenintensitäten in einem sehr kleinen Raum handelt, versagen die gewöhnlichen Meßmethoden, dagegen ist hier die photographische Methode anwendbar. Das Verfahren entspricht dem der photographischen Photometrie, als Normalskalen dienen Zeitskalen, die mittels einer Sensitometervorrichtung und eines β-Strahlenpräparates von bekannter Stärke hergestellt werden. Die Verwendung von Zeitskalen statt Intensitätsskalen rechtfertigt sich durch den Umstand, daß das Bunsen-Roscoesche Reziprozitätsgesetz für β-Strahten gilt. Die Schwärzung nimmt für kleine Intensitäten und Expositionszeiten proportional mit diesen zu, ein Schwellenwert existiert nicht. In diesen beiden Punkten liegt ein wesentlicher Unterschied gegen die optischen Schwärzungsgesetze, welcher beträchtliche Vereinfachungen mit sich bringt. Vom Einfallswinkel der Strahlung ist die Schwärzung in einem weiten Bereich praktisch unabhängig.

17. Zerstreuung der β-Strahlen[6]). Nach der photographischen Methode wurden Messungen der Zerstreuung von β-Strahlen in dünnen Metallfolien vorgenommen. Abgeschlossen wurde die Untersuchung für die zusammengesetzte, nach dem Gaußschen Fehlergesetz vor sich gehende Streuung. Abweichungen von den für α-Strahlen geltenden Gesetzen zeigten sich in zwei Punkten: 1. Für die kleinsten Schichtdicken ist die Zerstreuung kleiner, als die Proportionalität mit der Wurzel aus der Schichtdicke fordern würde. 2. Die Zerstreuung ist für Elemente kleiner Ordnungszahl kleiner als der Porportio-

---

[1]) Geiger, Bothe.
[2]) Bothe, Lechner.
[3]) Geiger.
[4]) Geiger, Werner.
[5]) Bothe. — [6]) Geiger, Bothe.

nalität mit der Ordnungszahl entsprechen würde. Für größere Schichtdicken ist der Anschluß an ältere Messungen (Crowther) hergestellt.

Die Untersuchungen über die Einzelstreuung (bei größerem Streuungswinkel) sind noch im Gange. Es läßt sich bereits sagen, daß die Größenordnung der über große Winkel gestreuten Intensität die von der Theorie geforderte ist, wenn man den Vorgang als analog dem der α-Strahlenstreuung betrachtet.

Unterabteilung Ib.

1. Photometrische Prüfungen[1].

Die im Jahre 1921 ausgeführten photometrischen Prüfungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

47 Hefnerlampen, davon
- 37 (55) beglaubigte und zwar
  - 3 (1) mit Visier,
  - 18 (30) mit optischem Flammenmesser,
  - 11 (22) mit Visier und optischem Flammenmesser,
  - 5 (1) mit Visier, optischem Flammenmesser und Ersatzdochtrohr;

40 (16) Kohlenfadenlampen als Normallampen für photometrische Zwecke;

335 (221) Metallfadenlampen, davon
- 235 (183) als Normallampen für photometrische Zwecke,
- 46 (9) Lampen in Dauerprüfung mit im ganzen 35765 (2066) Brennstunden,
- 54 (21) Lampen in kurzdauernder Prüfung;

3 (0) Glimmlampen;

3 (0) Kohlensorten für Gleichstrombogenlampen;

1 (0) Quarzquecksilberdampflampe besonderer Konstruktion;

2 (0) Metallreflektoren für elektrische Glühlampen;

10 (0) Glasröhrchen mit radioaktiver Leuchtmasse;

6 (0) mit einem Sauerstoff-Azetylengemisch gespeiste Lichtquellen für Projektionsapparate und Kinematographen.

Die Prüfungen haben im Berichtsjahr so stark zugenommen, daß mehrfach, besonders in der letzten Hälfte des Jahres, die sonst übliche Erledigungsfrist wesentlich überschritten werden mußte. Diese Zunahme der Prüftätigkeit rührte teilweise daher, daß besonders zeitraubende und schwierige Prüfungen auszuführen waren.

Wie aus der Tabelle hervorgeht, genügten von 47 geprüften Hefnerlampen nur 37 den Beglaubigungsvorschriften.

Die Zahl der geprüften für photometrische Zwecke bestimmten elektrischen Glühlampen hat weiter zugenommen (275 gegen 199 im Vorjahr), und zwar sind erfreulicherweise auch die Kohlenfadenlampen an diesem Zuwachs beteiligt. Unter den Normallampen befanden sich 15, die der ersten Nachprüfung unterzogen wurden und 1, die bereits zum vierten Male nachgemessen wurde.

Im Vergleich zum Vorjahre haben die Dauerprüfungen besonders zugenommen (46 Metallfadenlampen gegen 9 und 35765 Brennstunden gegen 2066). Bemerkenswert sind infolge ihrer relativ hohen durchschnittlichen Lebensdauer 26 wiederhergestellte (regenerierte), von im ganzen 4 Firmen eingesandte Lampen (zu 220 Volt). Die anfängliche Leistung für 1 HK mittlere horizontale Lichtstärke betrug im Mittel 1,2 Watt. Bei einer Serie von 4 Stück (zu 32 HK) waren bei Beendigung der Prüfung nach 1000 Brennstunden noch alle gebrauchsfähig; bei einer anderen Serie (zu 25 HK) brannte die erste Lampe nach etwa 1200 Brennstunden durch, und eine überstand die nach 1500 Brennstunden abgebrochene Dauerprüfung.

Die 3 Glimmlampen wurden unter Benutzung von Gleichstrom bei einer Spannung von 220 Volt, sowohl wenn der Ring, als auch wenn die Kappe leuchtete, bei vertikaler Aufhängung auf horizontale Lichtstärke in einer bestimmten Ausstrahlungsrichtung, auf mittlere horizontale Lichtstärke und auf mittlere räumliche Lichtstärke untersucht.

[1]) Brodhun, Liebenthal.

Von den geprüften 3 Kohlensorten waren 2 mit besonderen Zusätzen versehen, während die dritte, zum Vergleich mitgelieferte, eine Kohle gewöhnlicher Herstellung war. Die Prüfung der ersteren beiden Sorten war dadurch schwierig, daß die Kohlen nur in kurzen (15 mm langen) Stücken vorhanden waren, so daß wegen des schnellen Abbrandes die Einstellungen sehr schnell ausgeführt werden mußten. Das Prüfungsergebnis zeigte keine besonderen Unterschiede zwischen den 3 Sorten.

Bei der Quarzquecksilberlampe besonderer Konstruktion für Gleichstrom wird die Zündung durch einen vorgeschalteten Heizwiderstand bewirkt. Dem Antrage gemäß wurde die Lampe bei verschiedenen Stromstärken (zwischen etwa 1 und 2 A) auf Lichtstärke in einer bestimmten horizontalen Ausstrahlungsrichtung gemessen.

Die beiden geprüften Metallreflektoren sind für elektrische Glühlampen bestimmt. Die Prüfung wurde in der Weise ausgeführt, daß eine mitgelieferte Spiraldrahtlampe (220 V, 25 HK) einmal allein und sodann mit jedem der Reflektoren auf räumliche Lichtverteilung untersucht wurde. Die Reflektoren bewirkten eine Verstärkung der mittleren unteren hemisphärischen Lichtstärke um etwa 30%, eine Schwächung der mittleren räumlichen Lichtstärke um etwa 20%.

Sehr viel Zeit nahm die Prüfung der 10 Glasröhrchen mit radioaktiver Leuchtmasse in Anspruch. Die Röhrchen waren an beiden Enden zugeschmolzen; sie hatten einen äußeren Durchmesser von etwa 1,6 mm, eine Länge von etwa 6 mm und trugen die Leuchtmasse nahe ihrem einen Ende. Dem Antrage gemäß wurde der Mittelwert aus den Flächenhellen der Glasröhrchen in Richtung ihrer Achse bestimmt.

Die 6 Lichtquellen für Projektionsapparate und Kinematographen bestanden aus kreisrunden Plättchen, die durch einen mit Sauerstoff und Azetylen gespeisten Brenner in Weißglut versetzt wurden. Die Plättchen waren nach Angabe des Einsenders aus schwer schmelzbaren Erden hergestellt; sie waren etwa 4 mm dick und hatten Durchmesser zwischen 16 und 20 mm. Nach Beendigung der Messungen, welche durchschnittlich etwa 2 Stunden dauerten, waren sämtliche Plättchen noch nicht verbraucht.

2. Leuchtmittelsteuergesetz[1]. Für Steuerbehörden wurden von der Reichsanstalt nur 36 (54) Metallfadenlampen geprüft. Von den elektrischen Prüfämtern sind nach deren letztem Jahresbericht für die Zeit vom 1. Mai 1920 bis zum 30. April 1921 keine derartigen Prüfungen ausgeführt worden (im vorhergehenden Jahre 63 Metallfadenlampen vom Prüfamt VI, Frankfurt a. M.).

3. Prüfungen auf Lichtverlust durch Reflexion und Absorption[2]. Die im Berichtsjahre ausgeführten Prüfungen auf Lichtverlust durch Reflexion und Absorption sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Anzahl	Gegenstand	Art der Prüfung
3 (0)	Sextantenspiegel	Lichtverlust bei Reflexion für weißes Licht
2 (0)	Metallhohlspiegel	Bestimmung des Reflexionsvermögens für weißes Licht
1 (0)	photographisches Objektiv	Lichtverlust beim Durchgang für weißes Licht
2 (0)	Prismenfernrohre	Lichtverlust beim Durchgang für weißes Licht
8 (0)	Glasproben	Durchlässigkeit für weißes Licht und ultraviolette Strahlen
22 (10)	Glasproben	Durchlässigkeit für ultraviolette Strahlen
3 (0)	farbige Gläser	Lichtdurchlässigkeit für verschiedene sichtbare Spektralgebiete
1 (0)	farbige Lösung	Lichtdurchlässigkeit für verschiedene sichtbare Spektralgebiete

[1]) Brodhun, Liebenthal. — [2]) Brodhun, Wetthauer.

Die Bestimmungen im Ultravioletten sind durch Aufnahmen mit dem Quarzspektrographen gemacht worden. Quantitative Messungen sind dabei nicht ausgeführt worden.

4. Prüfung von Quarzplatten[1]).

Während des Jahres 1921 wurden 5 Saccharimeter-Quarzplatten zur Prüfung eingesandt, welche den an Saccharimeterquarze zu stellenden Anforderungen genügten.

5. Zuckerrefraktometer[1]).

Im Jahre 1911 (s. den Tätigkeitsbericht für dieses Jahr) ist in der Reichsanstalt ein besonderes Refraktometer zur Ermittlung der Trockensubstanz von Zuckerfabrik-Produkten berechnet worden. Die nach diesen Angaben von der Firma Carl Zeiss in Jena gebauten Zuckerrefraktometer haben inzwischen schon in der ganzen Welt Verbreitung gefunden. Nun hat neuerdings Herr Hugo Krüß in einer Veröffentlichung *(Zeitschr. d. Vereins d. Deutsch. Zucker-Indust. 70. Techn. Teil S. 617. 1920)* nachzuweisen gesucht, daß die theoretischen Grundlagen des neuen Refraktometers unrichtig seien, indem er nicht nur die von der Reichsanstalt aufgestellte Zuckerskale verwirft und eine neue berechnet, sondern auch die Konstruktionsdaten für die optischen Teile des Refraktometers angeblich berichtigt. Die Ergebnisse, zu denen er hierbei gelangt, sind jedoch sämtlich unrichtig.

Um noch genauere Unterlagen für die Berechnungen zu erhalten, wurden in der Reichsanstalt Dispersionsbestimmungen von Zuckerlösungen mit dem großen Heeleschen Präzisions-Spektrometer ausgeführt. So konnte eine sehr eingehende und genaue Theorie des Refraktometers gegeben werden (Anhang Nr. 13) mit dem Schlußergebnis, daß die seinerzeit für das neue Zuckerrefraktometer angegebenen Konstruktionsdaten gänzlich einwandfrei sind und dieses in der Zuckertechnik unbedenklich zur Ermittlung der Trockensubstanz in Zuckersäften benutzt werden kann.

6. Lichtbrechung von Quarz[1]).

Im Zweiglaboratorium auf dem Telegraphenberg bei Potsdam ist zur Bestimmung der Dispersion des bei den früheren Strahlungsmessungen benutzten, optisch ausgezeichnet reinen Quarzprismas für das unsichtbare Spektrum bis 2,9 μ eine Reihe ultraroter Linien gemessen worden. Ähnlich wie früher für Flußspat, liefern diese Messungen im Ultrarot auch für Quarz überaus genaue Werte mit zufälligen Beobachtungsfehlern von nur Bruchteilen einer Bogensekunde. Infolge der verbesserten Ablesung der den Prismentisch mit Spiegel drehenden Mikrometerschraube an dem Wadsworthschen Spiegelspektrometer, sowie einiger anderen Vervollkommnungen in der Justierung mit den sichtbaren Linien beträgt jetzt im Durchschnitt der mittlere Einstellungsfehler $\pm 0{,}6''$ bei den okularen Beobachtungen und nur $\pm 0{,}2''$ bei den bolometrischen Einstellungen des Spaltbildes auf den Bolometerstreifen.

Dieser hohen Genauigkeit entsprechend sind aber, wie die bisherigen Messungen am Quarz einwandfrei gezeigt haben, die Fehler der Meßschraube am Wadsworthschen Spiegelspektrometer noch nicht mit hinreichender Sicherheit bekannt. Die definitive Berechnung der Resultate kann daher erst dann erfolgen, wenn nach Abschluß aller bolometrischen Versuchsreihen die Auswertung der Mikrometerschraube in Winkelmaß, wegen des starken Schwankens ihrer periodischen Fehler, noch für viel kleinere Intervalle durchgeführt worden ist, als bisher geschehen. Zu dem Zwecke wurde bereits ein verstellbarer Spiegelapparat gebaut und erprobt, mit welchem man beliebige kleine Winkel von 0 bis 5° zu erzeugen vermag, die dann einerseits mit der Schraube vom Wadsworth-Apparat, andererseits mit dem großen Potsdamer Spektrometer von Heele ausgemessen werden sollen, so daß auf diese Weise eine genügend genaue Fehlerkurve für die Meßschraube aufgestellt werden kann.

7. Dioptrische und sphärometrische Prüfungen[2]).

Die in der folgenden Tabelle aufgeführten dioptrischen und sphärometrischen Prüfungen sind im Berichtsjahre ausgeführt worden.

---

[1]) Schönrock.

[2]) Brodhun, Schönrock, Wetthauer.

Anzahl	Gegenstand	Art der Prüfung
8 (14)	Glasproben	Lichtbrechungsvermögen für Natriumlicht
4 (0)	Glasprismen	Prismenwinkel und Lichtbrechungsvermögen für 4 Wellenlängen
4 (0)	Linsen	Bestimmung der Krümmung und der Dicke
4 (2)	Paar Probegläser	Bestimmung der Krümmung
2 (0)	Objektive	Bestimmung der Brennweite für weißes Licht
4 (0)	Zielfernrohre	Bestimmung der optischen Konstanten

8. Sphärometrische Untersuchungen[1]).

Das Sphärometer liefert infolge der Unvollkommenheit der Schneiden an den Sphärometerringen für Flächen gleicher Krümmung verschiedene Werte, je nachdem man diese Krümmung an der Konkav- oder Konvexfläche bestimmt. Aus demselben Grunde ergeben sich auch verschiedene Werte für die Krümmung der gleichen Konkav- oder Konvexfläche je nach der Größe des zur Messung benutzten Sphärometerringes. Das Mittel aus den für eine Konkav- und eine Konvexfläche gleicher Krümmung mit ein und demselben Sphärometerringe gemessenen Werten gibt den wirklichen Betrag dieser Krümmung. Die so erhaltenen Mittelwerte stimmen also für die verschiedenen Ringe überein. Hat man, wie das meistens der Fall ist, nur eine konkave oder konvexe Fläche bei der Messung zur Verfügung, so muß man den mit dem Sphärometer gemessenen Wert mit einer Korrektion versehen, um den wirklichen Krümmungsradius dieser Fläche zu erhalten. Diese Korrektionen wurden mit Hilfe von 4 Paaren Probegläser (jedes Paar bestehend aus einer konvexen und einer konkaven Fläche von genau gleicher Krümmung) für Krümmungsradien von etwa 300, 100, 50 und 30 mm für sämtliche passenden Sphärometerringe der Reichsanstalt festgestellt.

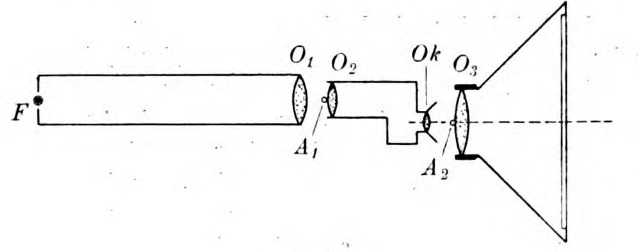


Fig. 2.



Fig. 3.

Zur Ergänzung der Messungen mit dem Sphärometer ist ein Apparat im Bau, der gestatten wird die Krümmung von Kugelhohlflächen von etwa 30 bis 750 mm zu bestimmen, und zwar mit einer Genauigkeit, die bei Krümmungsradien von mehr als 300 mm Länge größer ist als bei den sphärometrischen Messungen. Die Ermittlung der Radien erfolgt durch Feststellung des Abstandes der Kugelfläche von dem parallaxefreien Bilde eines beleuchteten Spaltes, welches von ihr mit Hilfe eines Autokollimationsokulars im Kugelmittelpunkte erzeugt wird. Da die Güte dieses Bildes nicht durch Abbildungsfehler beeinträchtigt wird, so ist die Einstellung sehr sicher. Die Messung des Abstandes erfolgt mit dem Tiefenmaß oder dem Kathetometer.

[1]) Wetthauer.

9. Fernrohruntersuchungen[1].

Zur Prüfung von Prismengläsern auf ihre optische Leistungsfähigkeit wurde versucht, eine photographische Methode anzuwenden, indem das vom Prismenglase an verschiedenen Stellen des Bildfeldes erzeugte Bild eines geeigneten Testobjektes mit Hilfe eines guten Anastigmaten photographiert wurde.

Die Versuchsanordnung geht aus der Fig. 2 hervor. Im Brennpunkte F des Kollimatorobjektivs O_1 befindet sich das beleuchtbare in Fig. 3 wiedergegebene Testobjekt. Der Kollimator ist um die zur Papierebene senkrechte Achse A_1, die etwa durch den Scheitel der vorderen Linse des Prismenglasobjektivs O_2 geht, drehbar. Ok ist das Okular des Prismenglases, O_3 das Objektiv der Kamera, mit der die photographischen Aufnahmen erfolgen. Prismenglas und Kamera sind auf ∞ eingestellt. Bei der Untersuchung der Prismengläser entspricht dann dem Bildkreis (Gesichtsfeldblende) des Fernrohrs ein Bildkreis auf der photographischen Platte der Kamera. Durch Drehen des Kollimators um die Achse A_1, kann man nun das Bild des mit monochromatischem Licht beleuchteten Testobjektes an den verschiedenen Stellen des horizontalen Durchmessers des Bildkreises erzeugen. Die so erhaltenen Bilder geben einen Anhalt für die Verschlechterung der Abbildung nach dem Rande des Gesichtsfeldes. Durch Vergleich der mit verschiedenen Prismengläsern gewonnenen Bilder kann man auch ein relatives Urteil über die optische Leistungsfähigkeit der einzelnen Gläser erhalten. Bei den untersuchten 28 Prismengläsern (56 Einzelrohre) zeigten sich bereits für die Bilder der Mitte des Gesichtsfeldes größere Unterschiede. Nicht selten wiesen diese Bilder astigmatische Abbildungsfehler auf, die bei einigen den Betrag von einer Dioptrie überschritten.



Fig. 4.

Da der Querschnitt des aus dem Okular Ok austretenden Strahlenbündels verhältnismäßig klein ist, so spielen die Abbildungsfehler des benutzten photographischen Objektivs O_3 nur eine

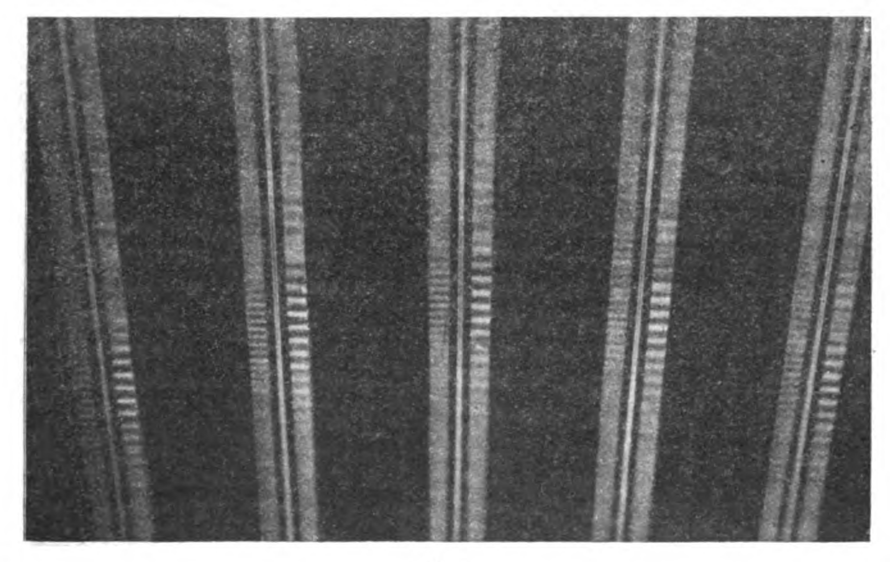


Fig. 5.

untergeordnete Rolle. Hiervon kann man sich dadurch überzeugen, daß man die Kamera um eine senkrechte Achse A_2 dreht, die durch die Austrittspupille des Prismenglases und den dort befindlichen Linsenscheitel der Vorderlinse des Objektivs O_3 geht, und das in der Mitte des Prismenfernrohr-Bildfeldes erzeugte Bild des Testobjektes an den verschiedenen für die eigentliche Untersuchung in Frage kommenden Stellen der photographischen Platte abbildet.

Benutzt man statt des Testobjektes der Fig. 3 ein derartiges, wie es Fig. 4 zeigt, und neigt die photographische Platte um eine horizontale Achse, die senkrecht zur Achse von O_3 liegt und

[1]) Wetthauer.

durch deren Durchstoßungspunkt mit der photographischen Platte geht, so daß die Achse von O_3 mit der photographischen Platte einen Winkel von etwa 10^0 einschließt, dann erhält man Aufnahmen von der Art wie Fig. 5 (S. 77) zeigt[1]). Diese Aufnahmen geben in erster Linie Aufschluß über die astigmatische Korrektion des Prismenglases. Da die Brennweite des Objektivs O_3 für die schiefen Strahlenbündel länger ist als für die Paraxialstrahlen und infolgedessen der Maßstab für die astigmatischen Fehler je nach dem Bildwinkel verschieden ist, so ist die Anordnung für die Aufnahmen neuerdings so gewählt, daß das Objektiv O_3 nur in der Achse benutzt wird (durch Schwenken der Kamera und Verschieben der photographischen Platte in ihrer Ebene) und somit für alle Bildwinkel der gleiche Maßstab vorhanden ist.

Abteilung II.

Unterabteilung IIa.

1. Permeabilität und Hysteresis bei schnellen Schwingungen[2]). Die für die quantitative Bestimmung der Hysteresis bei schnellen Schwingungen nötigen Apparate konnten noch nicht vollzählig beschafft werden. Insbesondere konnte Siemens & Halske die gewünschte Braunsche Röhre besonderer Konstruktion noch nicht liefern. Bezüglich der Permeabiltät sind bei den Messungen verschiedene inzwischen erfolgte Untersuchungen, insbesondere die von R. Urbschat, *Zeitschr. f. Phys.* **7.** *S. 260.* **1921**, zu berücksichtigen, nach der bis zu Frequenzen von $6 \cdot 10^7$/s keine wesentliche Änderung der Permeabilität eintritt.

2. Thermische und elektrische Leitfähigkeit der Metalle[3]). Es wurde das neuere Beobachtungsmaterial auf eine zu Vergleichungen geeignete Form umgerechnet und daran eine Prüfung der bisher vorliegenden Elektronentheorien der thermischen und elektrischen Leitfähigkeit vorgenommen. Keine der Theorien, die beide Leitfähigkeiten gemeinsam umfassen, ist quantitativ brauchbar (Anhang Nr. 77). Neue Messungen konnten wegen der Arbeiten an der Erweiterung der Einrichtungen zur Gasverflüssigung nicht ausgeführt werden.

3. Hochfrequenztelephone[3]). Die Versuche mit dem Kondensatortelephon wurden in der Weise fortgesetzt, daß Empfangsmessungen mit einer quadratischen Rahmenantenne von 2 m Seitenlänge angestellt wurden, um in bezug auf Stärke und Störungsfreiheit einen Vergleich mit anderen Empfangsmethoden zu erhalten. Die Versuche sind noch nicht abgeschlossen.

4. Polarisationskapazität wässeriger Elektrolyte bei Hochfrequenz[4]). Von den für die Messung der Polarisationskapazität bei hoher Frequenz in Betracht kommenden Methoden ist die Messung vermittels der Wheatstoneschen Brücke für den vorliegenden Zweck näher untersucht und ausgearbeitet worden. In den Galvanometerkreis der Brücke wurde die Primärwickelung eines Lufttransformators eingeschaltet, in dessen Sekundärkreis sich ein Kontaktdetektor und ein Blockkondensator mit parallel geschaltetem Spiegelgalvanometer befand. Zur Unschädlichmachung störender Kapazitätsströme wurde nach dem Vorgange von Wagner und Wertheimer eine Hilfsbrücke benutzt. Die Untersuchungen mußten vorläufig anderer Arbeiten wegen unterbrochen werden.

5. Permutit[5]). Die Untersuchung des Einflusses des Kristallwassers auf die Eigenschaften des Permutits ergab u. a., daß das Kristallwasser auf die Beweglichkeit der Kationen des Permutits nur geringen, auf die Basengleichgewichte keinen merklichen Einfluß hat.

Die Versuche sind veröffentlicht.

Ferner wurde die Abhängigkeit der Basengleichgewichte im Permutit von der Konzentration der umgebenden Lösung untersucht. Es zeigte sich, daß es unzulässig ist, beim Aufsuchen von Gesetzmäßigkeiten der Gleichgewichte mit Gesamtkonzentrationen an Stelle der unbekannten Ionenkonzentrationen zu rechnen.

6. Selbstkomplexbildung in wässerigen Kupfersalzlösungen[5]). Da sich Permutit durch Kationenaustausch mit allen in der umgebenden wässerigen Lösung vorhandenen Kationen ins Gleichgewicht setzt, läßt sich die Frage, ob irgendein Kation oder Kationenkomplex in einer wässerigen Lösung anwesend ist, dadurch prüfen, daß untersucht wird, ob sie in den in Berührung mit der wässerigen Lösung gebrachten Permutit einwandern.

---

[1]) Vergl. *diese Zeitschr.* **41.** *S. 148. 1921.*

[2]) Jaeger, Meißner.

[3]) Meißner.

[4]) Jaeger, v. Steinwehr.

[5]) Günther-Schulze.

Nach dieser Methode ließ sich nachweisen, daß die einfachen komplexen Kationen CuR˙, wo R˙ ein einwertiges Säureradikal ist, in fast sämtlichen untersuchten Kupfersalzlösungen selbst bei den größten untersuchten Verdünnungen vorhanden sind. Der sichere Nachweis der höheren Komplexe $Cu_2R_3^{\cdot}$ ließ sich jedoch nur bei den konzentrierteren Lösungen von $CuCl_2$ und $CuBr_2$ zwingend erbringen, während bei den anderen Salzen sich eine derartige Komplexbildung wohl vermuten läßt, aber jedenfalls nicht in so großem Umfange vorhanden ist, daß sich nach der hier benutzten Methode zwingende Schlüsse ziehen lassen. Die Komplexität der Kupfersalzlösungen nimmt bei gleicher Konzentration mit der Stärke der Säure zu und ist außerdem bei den Halogensäuren größer als bei den gleichstarken Sauerstoffsäuren.

Die Ausdehnung der Versuche auf andere zweiwertige Salze ist begonnen.

7. Elektrolytische Ventilwirkung[1]).

Die Untersuchung der elektrostatischen Kapazität der bei der Formierung des Tantals sich bildenden außerordentlich dünnen wirksamen Schicht wurde bis zu sehr geringen positiven und über die Spannung Null hinüber zu negativen Spannungen bis — 2 Volt fortgesetzt. Es zeigte sich, daß bei negativer Polarisation des Tantals die Kapazität der wirksamen Schicht vom Kation abhängt und für das Kation H am größten, für das Kation Rb am kleinsten ist, während die übrigen Alkali-Kationen je nach ihrer Größe dazwischenliegende Werte ergeben. Bei der Mischung von Elektrolyten mit Kalium und Wasserstoffionen bewirken bereits Spuren von Wasserstoffionen eine starke Zunahme der Kapazität.

Bei einem Versuche, auf Aluminium durch Formierung bis zu besonders hoher Spannung gut schützende Deckschichten zu erzeugen, wurde eine abnorm große Gasentwicklung am Aluminium beobachtet. Solange die Maximalspannung noch nicht erreicht ist, ist die Gasentwicklung an der Aluminiumanode, wie zu erwarten, etwas geringer als an einer unangreifbaren Anode, weil ein Teil des Sauerstoffes zu Oxydbildung verbraucht wird. Sobald aber die Maximalspannung erreicht wird und die sogenannten Maximalspannungsfunken einsetzen, steigt die Gasentwicklung bei konstant gehaltenem Strome weit über den elektrochemisch zu erwartenden Wert hinaus.

Bei Verwendung von Aluminium und Borax- oder Borsäurelösung steigt der nach Abzug der elektrochemisch berechneten Gasmenge übrig bleibende Gasüberschuß sowohl mit zunehmender Spannung wie mit zunehmender Stromstärke stark an. Bei einer Maximalspannung von 1900 Volt und 100 mA Formierungsstromstärke beträgt der Gasüberschuß 10 ccm/min und besteht aus 70% Knallgas und 30% überschüssigem Wasserstoff. Letzterer rührt daher, daß die ihm entsprechende Menge Sauerstoff durch Bildung von H_2O_2 verbraucht wird. Bei Tantal zeigte sich deutlich, daß nur die Maximalspannungsfunken diese Wirkung haben, die zwischen der sogenannten Funkenspannung und der Maximalspannung auftretenden Funken dagegen wirkungslos sind. Soweit die Versuche bisher reichen, ist bei gegebener Spannung und Stromstärke die Menge des Gasüberschusses vom Elektrolyten unabhängig, solange sehr verdünnte Lösungen benutzt werden, was im allgemeinen zur Erreichung hoher Maximalspannungen nötig ist. Dagegen ergaben sich bei konzentrierten schlechtleitenden Lösungen, die ebenfalls hohe Maximalspannungen zu erreichen erlauben, noch höhere Gasüberschußwerte. So ergab beispielsweise eine 20%-ige NH_4OH-Lösung schon bei der niedrigen Maximalspannung von 583 V und nur 50 mA 10 ccm/min, Gasüberschuß, während 62% Essigsäurelösung bei 710 V und 50 mA sogar 38 ccm/min 98,0% Ameisensäure bei 100 mA und 725 V nahezu 200 ccm/min lieferte. Ähnliche Mengen Gas entstehen in 96%igem Alkohol, in dem NH_4NO_3 gelöst ist.

Die Beobachtung der Funken zeigt, daß aus ihnen heraus feine Gasstrahlen mit außerordentlicher Heftigkeit senkrecht zur Oberfläche des Ventilmetalles ausgeschleudert werden, die sich trotz der winzigen Größe der einzelnen Gasblasen bis zu 4 cm weit horizontal wegbewegen, ehe sie in die Höhe steigen.

Die Ursache der Erscheinungen dürfte darin zu suchen sein, daß durch die Spannungen bis 1900 V in der außerordentlich dünnen wirksamen Schicht durch Ionenstoß positiv geladene Wasserstoffionen „Protonen" gebildet werden und in dem außerordentlich starken Spannungsfelde,

---

[1]) Günther-Schulze.

das sie bis zum Elektrolyten durchlaufen, eine solche Geschwindigkeit erlangen, daß sie eine ganze Anzahl Wassermoleküle zu zertrümmern vermögen.

Nimmt man an, daß der gesamte Strom durch diese positiven Wasserstoffionen transportiert wird, so muß jedes von ihnen bei dem oben angegebenen Versuche bei 1900 V und 100 mA, bei dem 10 ccm/min Gasüberschuß gebildet werden, mehr als 10 Wassermoleküle zertrümmern. Die Trümmer H, O und OH fügen sich teils wieder zu H_2O, teils zu H_2, O_2 und H_2O_2 zusammen. Daher die Entwicklung von Knallglas, Wasserstoffperoxyd und überschüssigem Wasserstoff. Da die Ionen, um mehrere Wassermoleküle zertrümmern zu können, auch mehrere Molekülschichten durchdringen müssen, die Zertrümmerung also im Innern des Wassers, d. h. erstens bei extrem starker Kühlung und zweitens außer unmittelbarer Verbindung mit den Funken vor sich geht, vermag das Knallgas sich nicht wieder zu Wasser zu verbinden.

8. Metallkristalle[1]. Es wurden Versuche über die elektrolytische Abscheidung von Bleikristallen aus wässerigen Lösungen von Bleisalzen bei hohen Stromdichten ausgeführt, wobei eine Elektrodenanordnung gewählt wurde, die Störungen durch ungleichmäßige Stromdichte möglichst ausschloß. Es zeigte sich folgendes:

1. Blei scheidet sich in drei verschiedenen Kristallrichtungen verschieden schnell und nach verschiedenen Gesetzen ab. Wird die Stromdichte allmählich gesteigert, so zeigen die drei Abscheidungsrichtungen nacheinander die Erscheinung des Sättigungsstromes. In der günstigsten Richtung ist dieser Sättigungsstrom sehr groß. In gesättigter Bleinitratlösung ergab sich die maximale Bleiabscheidungsgeschwindigkeit in der günstigsten Richtung zu 2,1 mm in der Sekunde. Da auf eine Länge von 2,1 mm $0{,}67 \cdot 10^7$ Bleiatome im festen Blei entfallen, ist die zur Abscheidung eines Bleiions im Mittel zur Verfügung stehende Zeit gleich $1{,}5 \cdot 10^{-7}$ sek. Innerhalb dieser Zeit muß sich das Bleiatom aus einem elektrolytisch leitenden zweiwertigen Ion in ein metallisch leitendes festes Bleiatom verwandeln. In der Achse der mit dieser Geschwindigkeit wachsenden Kristalle beträgt die Stromdichte 224000 A/dm^2.

Ähnliche Erscheinungen zeigen sich beim Zinn.

Die Versuche werden fortgesetzt.

9. Dielektrische Festigkeit[1]. Auf Wunsch des Zentralverbandes der Deutschen elektrotechnischen Industrie soll durch eine wissenschaftliche Untersuchung die Frage geklärt werden, wie die dielektrische Festigkeit von Nichtleitern von ihrer chemischen und physikalischen Beschaffenheit abhängt. Der Zentralverband hat zu diesem Zwecke 20000 M. zur Verfügung gestellt. Aus diesen Mitteln wurde ein Hilfstechniker bis zur amtlichen Bewilligung seiner Stelle besoldet, während an Apparaten ein Hochvakuumpumpenaggregat, 2 Glühkathoden-Gleichrichter für 100000 V und ein Manometer beschafft wurden. Die Firma Meyrowski stellte zwei Hochspannungskondensatoren von je 0,01 μF kostenlos für die Versuche zur Verfügung.

Die Versuche sind in verschiedenen Richtungen begonnen.

10. Elektrolytische Ventile bei Hochfrequenz[2]. Die Wirkung der elektrolytischen Ventile ist durch die Annahme erklärt worden, daß sie in der einen Richtung, in der das Ventilmetall Kathode ist, die Elektronen schon bei einer viel geringeren Spannung abgeben, als in der entgegengesetzten Richtung, in der der Elektrolyt Kathode ist, weil dieser keine freien Elektronen enthält. Wenn diese Erklärung richtig ist, muß die Ventilwirkung selbst bei den höchsten Frequenzen noch vorhanden sein. 1913 ist durch Günther-Schulze und R. Lindemann gezeigt worden, daß die große elektrostatische Kapazität der elektrolytischen Ventile in Verbindung mit der Mindestspannung in der durchlässigen Richtung den Nachweis der Ventilwirkung mit zunehmender Frequenz immer mehr erschweren und schließlich unmöglich machten. Nun zeigt Aluminium in geschmolzenem KNO_3 bei guter Ventilwirkung eine elektrostatische Kapazität, die nur $^1/_{10}$ und eine Mindestspannung, die nur $^1/_2$ von der in wässerigen Lösungen ist. Außerdem erlaubt die große Leitfähigkeit des geschmolzenen KNO_3 wesentlich höhere Stromdichten anzuwenden als in wässerigen Lösungen.

Deshalb wurde untersucht, ob diese Kombination bei wesentlich höheren Frequenzen als

[1]) Günther-Schulze.

[2]) Günther-Schulze, E. Alberti.

elektrolytische Ventile mit wässerigen Lösungen noch Ventilwirkung zeigt. Es ergab sich im Einklang mit den angegebenen Erwartungen, daß hier infolge der geringeren Störungen durch die Kapazität und die Mindestspannung noch bei einer Wellenlänge von 1000 m, also der Frequenz $0{,}3 \cdot 10^6$ eine gut ausgeprägte Ventilwirkung vorhanden ist. Die Kurvenform des gleichgerichteten Stromes wurde mit dem Braunschen Rohre aufgenommen und zeigte das für einen gleichgerichteten Strom charakteristische Bild.

Die Versuche sind veröffentlicht.

11. Schallgeschwindigkeit in Luft und Wasserstoff[1].

Die kritische Untersuchung der Thiesenschen Methode des geschlossenen Zylinderresonators wurde zu Ende geführt (s. Anhang Nr. 39). Der bereits im vorigen Tätigkeitsbericht erwähnte Einfluß der Rohrenden rührt von den Schallöchern her und muß bei absoluten Messungen durch Versuche mit zwei Rohren gleichen Durchmessers, aber verschiedener Länge eliminiert werden. Für relative Messungen ist dies nicht nötig, sofern der Wärmeaustausch an den Endflächen keine Rolle spielt.

Die zur Erprobung der Versuchsanordnung mit Luft und Wasserstoff von 0° C und 1 Atm. ausgeführten Messungen ergaben die Schallgeschwindigkeit in trockner, kohlensäurefreier Luft zu 331,57 m/s, die in Wasserstoff zu 1260,6 m/s, das Verhältnis der spezifischen Wärmen in Luft zu $1{,}403_4$, in Wasserstoff zu 1,408. Für sehr verdünntes, im idealen Zustand befindliches Gas gelten entsprechend $1{,}401_7$ (für Luft) und 1,408 (für Wasserstoff).

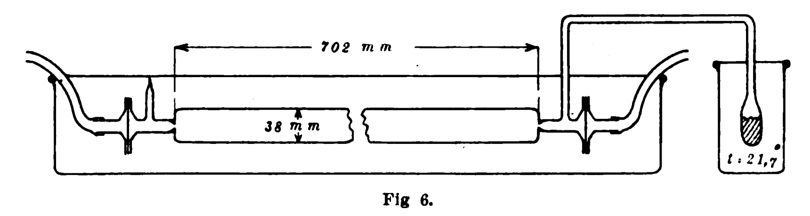


Fig 6.

12. Schallgeschwindigkeit in teilweise dissoziierten Gasen[2].

Nach mancherlei Fehlschlägen gelang es, die Schallgeschwindigkeit von Stickstofftetroxyd (N_2O_4) bei Atmosphärendruck und den Temperaturen 25 und 35° für Schwingungszahlen n zwischen 275 und 6000/s nach der Thiesenschen Methode zu messen. Das Schallrohr (Fig. 6) nebst Ansätzen war im Prinzip dem früher benutzten ähnlich, war jedoch ganz aus Glas geblasen. Die dabei unvermeidlichen Unebenheiten der Endflächen beeinträchtigten die Versuche nicht. Die zur Schallzu- und -abführung dienenden Glimmermembranen (0,01 bis 0,02 mm dick) waren zwischen geschliffene Glasringe mit Paraffin gekittet, welches von N_2O_4 nicht angegriffen wurde. Das ganze Schallrohr lag in einem Wasserbade von 25 oder 35° und war durch ein geheiztes kurzes Glasrohr mit dem auf etwa 21,7° gehaltenen N_2O_4-Behälter verbunden, so daß die Füllung stets etwa unter Atmosphärendruck stand, was der dünnen Membranen wegen nötig war. Vor der Füllung mit N_2O_4 wurde das Schallrohr gut evakuiert, wobei die Membranen besonders geschützt waren.

Wenn die Zeit τ, welche für die Einstellung des Dissoziations-Gleichgewichts nötig ist, groß ist gegen die Schwingungsdauer $1/n$, so würde das Gas den Schallschwingungen gegenüber sich verhalten, wie ein Gemisch aus N_2O_4 und NO_2-Molekülen, zwischen denen keinerlei Reaktion stattfindet. Die Schallgeschwindigkeit u würde sich berechnen aus der Formel

$$u^2 = \frac{p}{\varrho}\left(1 + \frac{R}{\bar{c}}\right), \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

(p = Druck, ϱ = Dichte, R = Gaskonstante, $\bar{c}$ mittlere Molwärme des Gemisches).

Ist andererseits τ klein gegen $1/n$, so folgt das Dissoziationsgleichgewicht den Verdichtungen und Verdünnungen des Schalles vollkommen und es gilt nach Einstein die Formel

$$u^2 = \frac{p}{\varrho}\left[1 - A + \frac{(1 + AB)^2}{AB^2 + \bar{c}/R}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

$$\left(A = \frac{\alpha(1-\alpha)}{(2-\alpha)(1+\alpha)}; \quad B = \frac{D}{RT}; \quad \alpha = \text{Dissoziationsgrad}; \quad D = \text{Dissoziationswärme}\right).$$

[1]) Grüneisen, Merkel (bis 31. III. 21).

[2]) Grüneisen, Goens.

Ist dagegen τ von der Größenordnung $1/n$, so wird man eine Änderung der Schallgeschwindigkeit mit der Frequenz zu erwarten haben.

In Tab. 1 bedeutet q die Ordnungszahl des beobachteten Resonanztons n, n/q also die aus diesem Ton errechnete Grundschwingungszahl, die mit der doppelten Rohrlänge multipliziert die Schallgeschwindigkeit ergibt. Die Versuche (Tab. 1 und 2) zeigen, daß zwischen $n = 275$ und $n = 6000$ unter den angegebenen Verhältnissen die Schallgeschwindigkeit völlig konstant war und ungefähr den Wert besitzt, der sich für den Fall $\tau \ll 1/n$ aus Formel 2 annähernd errechnen läßt. Eine Änderung der Schallgeschwindigkeit ist also erst bei höheren Frequenzen zu erwarten. Daß die von Keutel (Diss. Berlin 1910) beobachteten Schallgeschwindigkeiten für N_2O_4 zwischen die nach den Formeln 1) und 2) berechneten Werte fallen, hängt vielleicht damit zusammen, daß er niedrigere Drucke benutzte. Die Versuche sollen fortgesetzt werden.

Tabelle 1.
Eigentöne des Schallrohrs mit Luft und Stickstofftetroxyd.

q	n/q für $p = 760$ mm Hg Luft (18°)	 N_2O_4 (25°)	 N_2O_4 (35°)
2	245,7	—	(138,3)
3	244,1	$131{,}8_4$	$138{,}7_0$
4	243,2	$130{,}8_3$	$137{,}8_0$
5	243,8	$131{,}0_7$	$138{,}1_1$
9	243,2	$130{,}8_7$	—
15	243,4	$130{,}6_6$	$137{,}6_8$
20	243,4	$130{,}7_0$	$137{,}7_2$
25	243,5	$130{,}9_3$	—
30	243,3	$130{,}7_3$	—
34	243,6	$130{,}7_3$	—
40	243,3	$130{,}6_5$	$137{,}7_1$
44	243,3	$130{,}6_4$	$137{,}6_7$

Tabelle 2.
Schallgeschwindigkeit in Stickstofftetroxyd.

t ° C	p mm Hg	α %	$u_{beob.}$ m/s	$u_{ber.}$ nach Gl. 2 $\tau \ll 1/n$	 nach Gl. 1 $\tau \gg 1/n$
25	760	17,6	183,9	186,0	193,4
35	760	25,2	193,8	195,3	203,9

(Fortsetzung folgt.)

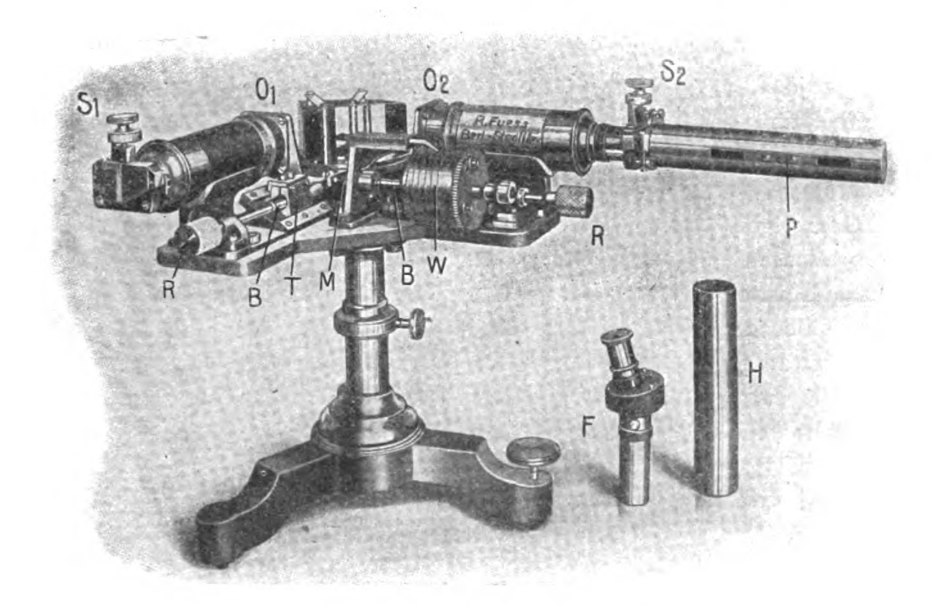
Monochromator für ultraviolettes Licht.

Von
E. Schoof in Berlin-Steglitz.

Der in *dieser Zeitschr.* **32.** *S. 292. 1912* beschriebene Monochromator, welcher von der Firma R. Fueß in Berlin-Steglitz hergestellt wird, hat in letzter Zeit eine für den praktischen Gebrauch wesentliche Verbesserung erfahren. Infolge der Schwierigkeit, genügend große und reine Flußspatstücke zur Anfertigung apochromatischer Objektive zu erhalten, war dieser Monochromator mit chromatischen Quarzobjektiven ausgerüstet worden, die natürlich, den verschiedenen Schnittweiten der einzelnen Wellenlängen entsprechend, ihre Entfernung vom Eintritts- und Austrittsspalt ändern mußten. Diese Änderung geschah von Hand nach einer bestimmten Skala. Es waren

daher beim Übergange von einem Spektralgebiet zum anderen mehrere Handgriffe und Ablesungen auszuführen, die sich, namentlich in einem verdunkelten Raume, häufig schwierig gestalteten und einen schnellen Übergang zu einer anderen Wellenlänge ausschlossen. Bei der vorliegenden Konstruktion sind die Einstellungen und Ablesungen auf eine, unbedingt notwendige, die der Wellenlänge, verringert.

Der Hauptteil des Apparates (Fig.) baut sich auf einer im Schwerpunkt desselben getragenen und daher leicht und ausgiebig der Höhe nach verstellbaren kräftigen Grundplatte auf. An den Enden zweier rechtwinklig zueinander stehenden Röhren sind der Eintrittsspalt S_1 und der Austrittsspalt S_2 befestigt. Davor werden die beiden Quarzobjektive O_1 und O_2, von denen die Abbildung nur die Fassungen erkennen läßt, durch zwei gleichartige Schlitten T getragen, die ihrerseits



mit Hilfe eines beliebigen der beiden Rändelknöpfe R durch die Schrauben B gleichzeitig und in demselben Sinne verstellt werden, da die Schraubenspindeln durch zwei unter dem Prismentisch liegende Kegelräder miteinander gekuppelt sind, welche die Abbildung nicht erkennen läßt. Die Meßschraube M ist in langer Mutter und am Ende nochmals in einem Halslager sicher gelagert. Sie trägt die große Wellenlängentrommel W mit schneckenförmig aufgetragener Wellenlängenteilung, welche an einem zwangläufig bewegten Index abgelesen wird. Durch die Meßschraube wird der Prismentisch mit dem Straubelschen Quarzdoppelprisma gedreht. Zwischen der Wellenlängentrommel und der rechten Bewegungsschraube besteht eine zwangsläufige Verbindung durch Zahnräder. Durch Betätigung eines der beiden Rändelknöpfe werden also beide Objektive um einen entsprechenden Betrag verschoben, gleichzeitig wird die Wellenlängentrommel gedreht und durch die Meßschraube auch das Dispersionsprisma. Da Prisma und Objektive denselben Gang der Dispersion haben, muß Proportionalität zwischen der Trommeldrehung und der Änderung der Schnittweiten bestehen, und es konnte durch die Wahl eines passenden Übersetzungsverhältnisses die Objektivverschiebung mit der Schnittweitenänderung in Übereinstimmung gebracht werden. Man hat daher nur mit einem der

Rändelknöpfe *R* eine bestimmte Wellenlänge auf der Trommel einzustellen, sofort erscheint der Eintrittsspalt in der betreffenden Lichtart im Austrittsspalt scharf abgebildet.

Der Austrittsspalt S_2 wird durch eine verschiebbare Projektionslinse in Fassung *P* in einer 200 mm vom Spalt entfernten Ebene abgebildet, oder *P* wird so gestellt, daß von ihr parallele Strahlen ausgehen. Die Einstellung erfolgt wie bei dem älteren Apparat nach einer Skala.

Die Hülse *H* dient zum lichtdichten Anschluß an den Untersuchungsapparat. Zur unmittelbaren Beobachtung wird das an Stelle des Austrittsspaltes einschiebbare Fluoreszenzokular *F* verwendet. Das störende Nebenlicht wird durch eine über den Mittelteil gesetzte Kappe abgehalten, die zugleich einen großen Teil des Mechanismus verdeckt und schützt. Für die bei Arbeiten im Ultraviolett wichtige Beseitigung von Reflexen und Seitenlicht ist durch eine sorgfältige Blendung in den Rohrkörpern und am Prisma weitgehendst gesorgt.

Zur Nachjustierung des Instrumentes läßt sich die Verbindung zwischen Wellenlängentrommel und großem Zahnrad lösen und die Trommel zur Meßschraube drehen. Das Quarzdoppelprisma hat eine feste Ablenkung von 90^0 bei einem brechenden Winkel von 60^0. Die Dispersion zwischen 200 und 500 $\mu\mu$ beträgt 9^0 36,5′.

Die Objektive haben gleiche Brennweite und die freie Öffnung beträgt 30 mm. Das Öffnungsverhältnis ist bei 500 $\mu\mu$ 1 : 5,3, bei 200 $\mu\mu$ 1 : 4,5. Das Instrument gestattet die Einstellung aller Wellenlängen zwischen 200 und 500 $\mu\mu$. Der mittlere Einstellfehler ist 1 bis 2 $\mu\mu$.

Die angewandte Methode der selbsttätigen Objektiveinstellung ist in dem vorliegenden Falle, wo Dispersionskörper und Objektive aus demselben Werkstoff bestehen, verhältnismäßig einfach. Sie ist aber auch bei verschiedenem Gang der Dispersion durch geeignete Zwischenglieder ausführbar. Beide Ausführungsarten werden unter Patentschutz gestellt.

Der beschriebene Monochromator wird ebenso wie die ältere Ausführungsform in den mechanisch-optischen Werkstätten von R. Fueß in Berlin-Steglitz hergestellt.

Referate.

Die Herstellung von Spiegelflächen.

Nach dem Bericht über einen Diskussionsabend der Physikalischen und Optischen der Gesellschaft in London. *The Fleetway Press.* London 1921.

Einen Überblick über den reichen Inhalt der kleinen Schrift gibt bereits das Verzeichnis der in ihr zusammengefaßten Beiträge:

1. R. Kanthack, Übersicht über die Arbeiten betreffend metallische Niederschläge auf Glas.
2. R. Kanthack, Zusammenstellung der wichtigsten Arbeiten über Herstellung und Beschaffenheit reflektierender Oberflächen.
3. H. N. Irving, Bemerkungen zum Formaldehyd-Prozeß.
4. J. W. French, Werkstatterfahrungen beim Versilbern.
5. F. Ellermann, Das Versilbern von Glas auf chemischem Wege.
6. C. R. Davidson, Die Versilberung eines großen Reflektors.
7. R. S. Whipple, Bemerkungen über das Versilbern von Glas und Quarzfäden.
8. Ch. Ferry, Bemerkungen über Spiegel für Wärmestrahlung.
9. F. Ellerman und H. D. Babcock, Metallniederschläge durch Kathodenzerstäubung im Vakuum.

10. F. Simeon, Bemerkungen über die Herstellung von Spiegeln durch Kathodenzerstäubung.
11. J. Rheinberg, Herstellung von Platinspiegeln durch den Einbrennprozeß.
12. W. G. Collins, Bemerkungen über Spiegel für optische Instrumente, die in der Industrie Verwendung finden.
13. J. W. T. Walsh, Eine photometrische Methode zur Bestimmung des Reflexionsvermögens von Spiegeln.

Obwohl bereits im Laufe von mehr als 100 Jahren eine Unzahl von Arbeiten über dieses Gebiet erschienen ist, zeigt doch eine genauere Prüfung, daß nur wenige von ihnen wirklich Wichtiges enthalten und daß selbst in diesen eine vollständig erschöpfende Behandlung nicht zu finden ist. Von grundlegender Bedeutung ist die im Jahre 1835 erschienene Arbeit von Liebig in den *Annalen der Pharmazie*, die sich auf die Abscheidung von Silber aus Silberoxyd durch Einwirkung von Aldehyd bezieht, und welche den Ausgangspunkt für das chemische, den Amalgamprozeß ersetzende Versilberungsverfahren bildet. An Stelle des Aldehyds werden andre Reduktionsmittel benutzt, so von Drayton Alkohol und Cassiaöl (1843), von Faraday Cassia- und Nelkenöl (1845), von Petitjean Weinsäure (1855), von Cimeg Seignettesalz (1861). Alle Verfahren sind, ebenso wie das Lumièresche Formaldehyd-Verfahren, weiter ausgebaut werden. Obwohl aber verschiedentlich Ansätze zu einer theoretischen Behandlung des Problems gemacht worden sind, wie beispielsweise von Pratt (1876) und Namias (1897), der die Bedeutung einer vorhergehenden Behandlung der Glasfläche mit Zinnchlorid in der Bildung einer Schicht von Zinnsilikat sah, ist weder eine einwandfreie theoretische Lösung noch eine praktisch vollkommene Methode gefunden worden.

Über den Formaldehyd-Prozeß macht Irving folgende Angaben: 1 Teil Silbernitrat wird in 64 Teilen dest. Wasser gelöst und Ammoniak (spez. Gew. 0,880) tropfenweise so lange zugesetzt, bis die Lösung eine schmutzigbraune Färbung angenommen hat. Dann wird weiter Ammoniak zugefügt, bis das Aussehen schwach milchig ist. Die Reduktionslösung soll 8 bis 10 Tropfen Formaldehyd in 120 ccm Wasser enthalten und wenigstens einen Tag vorher angesetzt sein. Nachdem die Glasfläche mit destilliertem Wasser gewaschen worden ist, wird Silbernitratlösung aufgegossen und wenigstens eine Minute in Berührung mit der Glasfläche gelassen. Dann wird ein Gemisch von 2 Teilen Formaldehydlösung mit 1 Teil Silberlösung gleichmäßig auf der Glasfläche verteilt und die Flüssigkeit während der Abscheidung des Silbers, die in zwei Minuten beendet sein soll, in Bewegung gehalten. Nach Abwaschen mit destilliertem Wasser und Trocknen kann die Silberfläche mit fein geschlämmtem Polierrot und einem Lederlappen poliert werden.

French gibt an, daß der Amalgamprozeß einerseits wegen der Gesundheitsgefahr, andrerseits wegen der Unmöglichkeit der Herstellung von Oberflächenspiegeln praktisch nicht mehr ausgeübt wird. Der Formalinprozeß wird als leicht ausführbar bezeichnet, gibt aber geringeres Reflexionsvermögen wie das Brashearsche und das Seignettesalz-Verfahren, welch letzteres wegen seines Reflexionsvermögens und des geringen Temperatureinflusses von den Optikern viel angewendet wird. Der Weinsäureprozeß gibt nur bei etwa 40° C befriedigende Ergebnisse.

Als häufig auftretende Fehler sind zu erwähnen die Bildung brauner Flecken, die auf Verunreinigungen der Oberfläche und unreine Chemikalien zurückzuführen sind, während als Ursache der nadelstichähnlichen Löcher Gasblasen oder Staubteilchen angesehen werden müssen. Sind derartige Stellen in der Silberschicht vorhanden, so genügt es nicht, sie nur mit einem elektrolytischen Kupferüberzug zu versehen, weil dieser an den gleichen Stellen Löcher aufweist; ein weiteres Abdecken durch Schellack oder Firnis ist erforderlich.

Um bei Oberflächenversilberung den Einfluß der Atmosphärilien auszuschalten, empfiehlt French die Anwendung eines Überzuges von Zelluloid, der in Azeton und Amylazetat zu lösen ist und tropfenweise auf die Mitte der schnell rotierenden Silberschicht aufgebracht wird. Wenn man den Rand mit einer dickeren Schicht von Damaralack bestreicht, nimmt das Reflexionsvermögen innerhalb eines Jahres um weniger als 10% ab.

Für die Beschaffenheit der Silberschicht ist auch die Vorbehandlung der Glasfläche maßgebend. Für das Brashearsche Verfahren ist Reinigung mit Naphtha, Ammoniak, Salpetersäure und mit destilliertem Wasser erforderlich, während beim Seignettesalz-Verfahren noch eine Be-

handlung mit Zinnchlorid einzuschalten ist, die zwar das Reflexionsvermögen ein wenig herabsetzt, aber ein besseres Haften der Schicht bewirkt.

Die große Festigkeit der nach dem Brashearschen Verfahren erzeugten Spiegel und die Möglichkeit öfteren Nachpolierens ist der Grund für seine Verwendung im Mount-Wilson-Observatorium. Als Reduktionslösung, die wenigstens einen Monat lang altern muß, um ihre volle Wirksamkeit zu erhalten, wird die folgende benutzt:

Destilliertes Wasser	100 Teile
Reiner Alkohol	12 „
Kandiszucker	10 „
Salpetersäure	0,5 „

Für die Einheit der Oberfläche (1 qdm) ist erforderlich 2 g Silbernitrat, $^4/_3$ g Natron- oder Kalihydroxyd mit $^{40}/_3$ g Reduktionsflüssigkeit. Für die Versilberung ist das Silbernitrat zunächst in der 16-fachen Menge Wasser zu lösen und nach einer besonderen Vorschrift die hinreichende Menge Alkali zuzufügen, so daß die Silberlösung eine dunkelstrohgelbe Farbe zeigt. Die filtrierte Lösung ist mit der abgemessenen Menge Reduktionsflüssigkeit zu mischen und auf den vorher gereinigten Spiegel zu gießen, auf dem sich eine Schicht destillierten Wassers befindet. Vorteilhaft ist es, die Lösung in zwei Teilen zu verwenden, da die Silberschicht etwa 40—50 % dicker wird, als wenn die ganze Lösung mit einem Male aufgegossen wird. Während des Aufgießens ist die Flüssigkeit in Bewegung zu halten und beim Erscheinen flockiger Ausscheidungen muß die Spiegelfläche mit Watteballen gerieben werden. Nachdem die Schicht sich gebildet hat, soll sie noch etwa 10 Minuten lang mit Watteballen unter Wasser gerieben werden. Das Wasser wird durch Alkohol vertrieben und die trockene Oberfläche mit Leder poliert, zuletzt unter Zusatz von Polierrot.

Zur Versilberung eines großen Spiegels benutzt, wie Davidson angibt, das Observatorium in *Greenwich* ein den Brashearschen ähnliches Verfahren (*English Mechanic*, 1893). Für große Gegenstände kann an Stelle der sonst üblichen Glas- oder Porzellanschalen das Versilberungsbad in Holz- oder Metallgefäße gegossen werden, die innen mit einer dicken Schicht Paraffin ausgekleidet werden müssen, während sehr große Spiegel, wie z. B. der 30-Zoll-Reflektor in *Greenwich*, am besten selbst zur Aufnahme der Flüssigkeit hergerichtet werden, indem paraffiniertes Papier um den Spiegelrand gewickelt wird, das noch durch Vergießen mit heißem Paraffin so befestigt wird, daß sich keine Hohlräume am Spiegelrand zwischen Papier und Glas bilden, in denen von der Reinigung Salpetersäure zurückbleibt. Um die notwendige Bewegung der Flüssigkeit hervorzurufen, wird der Spiegel auf einen an drei Schnüren aufgehängten eisernen Ring aufgelegt und in eine konische Pendelbewegung versetzt. Sorgfältigste Reinigung und Einhaltung einer Temperatur von 18—21° C ist für das Entstehen einer guten Schicht Bedingung. Infolge der zeitlich veränderlichen Reaktionsfähigkeit der Reduktionslösung kann kein bestimmtes Verhältnis von Silberlösung zu Reduktionsflüssigkeit angegeben werden. Dieses ist vielmehr durch Versuch von Fall zu Fall zu ermitteln. Auch hier ist, wie bei French, darauf hingewiesen, daß während der Silberabscheidung die in der Flüssigkeit befindlichen Niederschläge durch Watteballen am Absetzen gehindert werden müssen.

Für die Quarz- oder Glasfäden, wie sie für Saitengalvanometer benutzt werden, ist eine besonders harte und gleichmäßige Silberschicht notwendig, da der Widerstand möglichst konstant bleiben soll und außerdem Zuleitungsdrähte angelötet werden müssen. Die nach dem Souttarschen Verfahren durch fallende Gewichte in einem elektrischen Ofen hergestellten Glasfäden können unmittelbar in das Versilberungsgefäß eingehängt werden, wenn sie vor dem Erhitzen mit Benzol entfettet worden sind, vorausgesetzt, daß die Versilberung kurze Zeit nach der Herstellung erfolgt. Andernfalls müssen sie, ebenso wie die durch Schießen erhaltenen Quarzfäden, mit Salpetersäure und folgend mit starker Lauge gereinigt werden. Die Fäden werden an einer Holzscheibe befestigt und so in das Gefäß gehängt, in welches dann ein Gemisch gleicher Teile zweier Lösungen A und B gegossen wird, bestehend aus:

Lösung A	$AgNO_3$	10 g
	H_2O	1000 g

Lösung B	$AgNO_3$	2 g
	Seignettesalz	1,66 g
	H_2O	1000 g

Bei der Herstellung der Lösung B ist das Wasser zuerst zum Kochen zu bringen und dann der Reihe nach das Silbersalz und dann das in möglichst kleinen Wassermengen gelöste Tartrat zuzufügen. Nach wenigstens 25 Minuten dauerndem Kochen ist mehrfach zu filtrieren. Als Lot wird empfohlen eine Mischung von 50 Teilen Wismut, 31,25 Teilen Zinn, 18,75 Teilen Blei. Der Widerstand eines Fadens vom 7,5 cm Länge und 0,003 mm Durchmesser ist etwa 2500 Ω, doch hängt die Größe des Widerstandes naturgemäß von der Länge der Einwirkungszeit ab.

Féry weist darauf hin, daß Spiegel für Wärmestrahlung aus Silber und Spiegelmetall allmählich abnehmendes Reflexionsvermögen unter dem Einfluß von Atmosphärilien aufweisen und daß selbst ein Goldüberzug, der an sich chemisch widerstandsfähiger ist, nur dann günstig wirkt, wenn er vollständig das unedlere Metall abdeckt. Ist dies nicht der Fall, so findet durch Auftreten elektrischer Spannungen an den fehlerhaften Stellen eine schnellere Korrosion statt, als ohne Goldüberzug. Als guter Schutz soll sich eine Schicht von Judees Bitumen, ein natürlicher Kohlenwasserstoff von hoher Transparenz, bewährt haben, wobei nur ein Verlust von 3 % gegenüber der Silberreflexion anzunehmen ist.

Dem Prozeß der Kathodenzerstäubung sind die Beiträge von Ellerman und Babcock und von Simeon gewidmet. Mit einer Stromstärke von 0,02 A bei etwa 15000 V läßt sich in 10 Minuten ein guter Metallbelag erzielen, dessen Durchmesser jedoch höchstens 7—8 cm beträgt. Das Vakuum ist so einzustellen, daß der Kathodendunkelraum gerade bis zur Spiegelfläche reicht, die etwa 4 cm über der Kathode sich befindet.

Die Schicht haftet viel fester als bei chemischen Niederschlägen; außerdem bietet das Verfahren den Vorteil, daß auch halbdurchlässige Schichten von großer Gleichmäßigkeit leicht erzielt werden können.

Die dritte Art der Herstellung reflektierender Flächen, über die sich Rheinberg äußert, sind die Einbrennprozesse, welche kolloide Lösungen verschiedener Metalle benutzen, aus denen das Lösungsmittel durch Erhitzung ausgetrieben wird, wobei gleichzeitig infolge der erhöhten Temperatur ein Eindringen des Metalles in die Oberfläche festzustellen ist, dessen Tiefe auf 0,2 μ geschätzt wird. An Stelle des früher gebrauchten Lavendelöles, bei dessen Benutzung häufig eine für die Reflexion ungünstige Struktur der Metallschicht sich ergibt, benutzt Rheinberg eine Lösung von Kollodium in Methylalkohol, welche eine gleichmäßigere Verdampfung und damit eine vollständig strukturlose Ausscheidung zuläßt, und daher besser ist, als die Lösung von Kollodium im Alkohol-Äthergemisch. Ferner ist ein Zusatz von Wismutchlorid zur Erniedrigung der Einbrenntemperatur benutzt; gleichzeitig wird hierdurch die Neigung zur Fleckenbildung und die meist durch chemische Veränderung der Oberfläche bewirkte Opaleszenz vermindert.

Als Beispiel wird folgende Zusammensetzung einer Platinierungsflüssigkeit angegeben:

6 % Kollodium in reinem Methylakohol	3 Vol.-Teile
6 % H_2PtCl_6 in Spiritus	3 "
Spiritus (Handelsware)	3 "
1 % Wismutchlorid in Spiritus unter Zusatz von 5 % Salzsäure (frisch bereitet)	1 "

Im ersten Stadium ist der Überzug so wenig fest, daß die feine strukturlose Schicht noch leicht entfernt werden kann. Bei Temperaturerhöhung wird der Überzug fester, kann aber mit harten Sticheln noch entfernt werden und daher immer noch zur Aufzeichnung von Oszillogrammen usw. dienen, bis endlich bei noch stärkerer Temperatursteigerung das Metall in die Glas- oder Quarzoberfläche eindringt. Nur bei einer Verletzung der Glasoberfläche selbst kann eine Zerstörung der spiegelnden Schicht stattfinden; selbst starke Säuren (mit Ausnahme der Flußsäure) verändern sie nicht merklich, doch ist häufige mechanische Reinigung bei der geringen Dicke des spiegelnden Belags schädlich.

Am besten geeignet sind für das Einbrennverfahren Hartkron, gewöhnliches Spiegel- oder Plattenglas, sowie Mikroskopdeckgläser; hingegen verliert sich bei Flintgläsern die Durchsichtigkeit

und bariumhaltige Gläser ergeben eine geringere Eindringungstiefe. Die Temperatur muß auf etwa 10° eingehalten werden, wobei die Einbrenntemperaturen je nach dem Material des Spiegelträgers zwischen 600° nnd 700° C liegen. Sonderbarerweise erfordert geschmolzener Quarz die geringste Erwärmung (610—625°). Die zur Verdampfung des Kollodiumfilmes notwendigen Erhitzungstemperaturen sind folgende:

bei	600—650° C	2,2 Min.
„	550—600° C	4 „
„	450—500° C	18 „
„	400° C	30 „

Das Einbrennen selbst geschieht in einem elektrischen Muffelofen, dessen Heizwindungen an der Oberseite angeordnet sind, damit die auf ebenen Unterlagen von geschmolzenem Quarz befindlichen Versuchsstücke möglichst von oben erhitzt werden und die Gefahr einer Überhitzung möglichst gering ist. Um jede Veränderung der zu platinierenden Stücke zu vermeiden, muß die Dicke der Größe angemessen sein, also bei Platten von 7—15 cm Durchmesser nicht geringer als 5—6 mm; Platten, welche dünner sind als 2 mm, bleiben nicht mehr optisch plan. Erwähnt mag noch werden, daß als letzte Stufe der sonst in üblicher Weise ausgeführten Reinigung eine kurze Erhitzung auf 200—300° C anzufügen ist.

Um das Reflexionsvermögen zu erhöhen, ist das Verfahren nochmals anzuwenden. Das erhaltene Maximum des Reflexionsvermögens ist etwa 56% für blaues Licht, 70% für rotes. Die meist noch schwach durchsichtigen Spiegel zeigen daher eine Färbung, die nach den Versuchen für Platin nahezu neutral grau, für Iridium schwach blau, für Palladium gelb ist.

Außer der Bemerkung von Collins, nach der nichtrostender Stahl ein von der Wellenlänge nahezu unabhängiges Reflexionsvermögen von 68% bei 45° aufweist, ist noch die Beschreibung der photometrischen Methode von Interesse, die Walsh gibt. Die zu untersuchenden Spiegelproben werden an einem besonders konstruierten Halter befestigt, und es wird die Helligkeit eines Photometerfeldes beobachtet einmal bei direkter Beleuchtung durch die benutzte Metallfadenlampe, das andere Mal bei Einschaltung einer dreimaligen Reflexion unter 45° unter Wahrung des Abstandes von dem Photometerschirm. Es sind nur relative Messungen ausgeführt worden ohne Berücksichtigung des Einflusses der Spiegelbilder an den vorderen Glasflächen der rückseitig versilberten Spiegel unter Beschränkung auf den Einfallswinkel von 45° an der Glasfläche, 28° an der Silberfläche, unter Vernachlässigung mehrfacher Reflexionen und der Absorption im Glase, da nur Vergleichswerte bestimmt werden sollten.

In dem anschließenden Bericht über die Diskussion wird mehrfach hervorgehoben, daß für die Ursachen von Mißerfolgen bis jetzt häufig keine Gründe angegeben werden können, und daß zwei scheinbar gleiche Prozesse doch wesentlich verschiedene Resultate zeitigen. *H. Schulz.*

Messung und Längenänderungen von Präzisions-Endmaßen.

Von C. G. Peters *und* H. S. Boyd, *Amer. Machinist* **53**. *S. 627 u. 674. 1921.*

Das *National Bureau of Standards* hat nicht nur die Messung von Endmaßen und die Ausbildung dafür geeigneter Methoden, sondern auch die Herstellung solcher aufgenommen. Trotz der vielen Anpreisungen ist unter 30000 Endmaßen auch nicht eins gefunden, welches bis auf 10^{-6} seiner Länge planparallel und maßhaltig war. Diese Genauigkeit ist auch übertrieben, da eine solche von 10^{-5} der Länge für fast alle Zwecke genügt, wobei 0,2 μ nicht unterschritten zu werden braucht (diese Ansicht deckt sich auch mit der Garantie der Johansson Endmaße und entspricht auch der in der deutschen Industrie geforderten). Auf denselben Betrag muß auch mindestens die Ebenheit und Parallelität der Meßstücke verbürgt sein. Genauere Messungen für spezielle Zwecke sind möglich, wenn man sich dabei auf einen kleineren Teil der Flächen beschränkt. Um die Endmaße gut aneinander zu sprengen, wird empfohlen, sie mit Benzol, darauf mit Alkohol zu waschen, sie mit einem reinen Baumwolltuch abzuziehen, dann einen Tropfen Alkohol heraufzubringen und, nachdem dieser nahezu verdunstet, sie übereinanderzuschieben (von anderen Seiten wird Alkohol verworfen und vorgeschlagen, sie anzuhauchen oder über den Handrücken zu ziehen). Die Molekularschicht bleibt dann unter 0,025 μ, während sie bei den zuletzt genannten Verfahren bis auf 0,075 μ steigen soll.

Die Prüfung auf Parallelität erfolgt nach dem Ansprengen von zwei halbdurchlässig versilberten Glasplatten an die beiden Meßflächen durch Interferenzen gleicher Neigung. Hiermit ist auch eine Absolutbestimmung der Länge möglich, wobei Temperatur und Luftdruck zu berücksichtigen sind; bei sehr guten Flächen beträgt die hierbei erreichte Genauigkeit 0,025 μ. Gewöhnlich erfolgt die Ermittlung der Länge durch Vergleich mit einem Normalendmaß, und zwar durch Interferenzen gleicher Dicke. Hierzu werden beide nebeneinander an eine Planplatte angesprengt und dann eine zweite Planplatte auf zwei Ecken der beiden Endmaße aufgelegt. Da an diesen Stellen die Interferenzstreifen der Ordnungszahl 0 auf beiden Endmaßen entstehen, so gibt die Anzahl der auf dem kleineren zwischen den beiden Ecken liegenden den Dickenunterschied in halben Wellenlängen an. Statt dessen kann man auch die Differenz der Anzahl der Streifen von A und B bis zu irgendeinem Punkte C (s. Fig. 1) nehmen.

Die Genauigkeit dieser Methode wird aber entschieden überschätzt, da sie voraussetzt, daß die Flächen und Kanten der Endmaße sich in geometrischen Linien bzw. Punkten schneiden, was aber des unvermeidlichen Randabfalles wegen nicht zutrifft. Hierdurch können Fehler bis zu 0,1 μ entstehen (s. G. Berndt, *Der Betrieb 2. S. 121. 1920*).

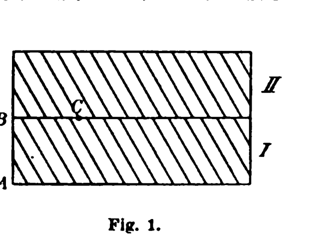


Fig. 1.

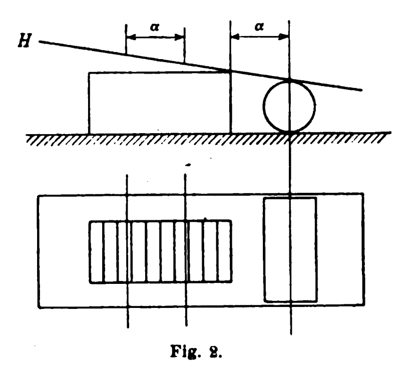


Fig. 2.

. Die Methode ist auch anwendbar zum Vergleich von Kugeln oder Zylindern mit einem Normalendmaß. Das dabei benutzte Verfahren geht aus Fig. 2 hervor. Wählt man den Abstand des Endmaßes von der Zylinderachse gleich seinem Durchmesser a und beobachtet man die Zahl der Interferenzen zwischen zwei gleichfalls im Abstand a liegenden Marken, so gibt diese direkt den Höhenunterschied in halben Wellenlängen. Hier ist die Methode weniger bedenklich, da man sich bei Rundkörpern stets mit einer Genauigkeit von 0,2 μ wird begnügen können.

Aus Parallelendmaßen kann man sich auch einen genauen Strichmaßstab herstellen, wenn man an sie beiderseits zwei Meßklötze ansprengt, die auf ihren oberen Flächen je einen Strich besitzen; ihr Abstand wird bei aneinandergesprengten Meßklötzen ausgemessen.

Die Untersuchung einer Reihe von Endmaßen ergab bei solchen von Johansson Ausdehnungskoeffizienten von 12,5 bis $13{,}2 \cdot 10^{-6}$; nur bei deutschen fand sich (wohl zufällig) der gewöhnlich angenommene Wert $11{,}5 \cdot 10^{-6}$; beim Härten verschiedener Stahlsorten stieg er um 0,4 bis $1{,}4 \cdot 10^{-6}$. Eine Reihe von getemperten Endmaßen zeigte im ersten Jahre Längenänderungen von $+5$ bis -5 μ (auf 100 mm Länge umgerechnet). Im allgemeinen decken sich also die Erfahrungen des *Bureau of Standards* mit den schon vor Jahren in Deutschland gemachten.

Berndt.

Die Erdbebenwarten Deutschlands und Deutsch-Österreichs nach dem Stande vom November 1921.

Veröffentl. d. Hauptstation f. Erdbebenforschung in Jena, früher in Straßburg i. E. 8°. 16 S. Jena 1921.

Es bestehen zur Zeit im ganzen 22 Einzelstationen, und zwar in Aachen, Bochum, Breslau-Krietern (außer Betrieb), Darmstadt-Jugenheim, Feldberg, Göttingen, Hamburg, Heidelberg-Königstuhl, Hohenheim, Ravensburg, Jena, Karlsruhe, Durlach, Königsberg-Groß-Raum, Leipzig, Plauen, München-Bogenhausen, Nördlingen, Hausham, Hof, Potsdam, Graz, Innsbruck, Wien. Als Hauptstationen für Erdbebenforschung sind bezeichnet außer Jena: Göttingen, Hamburg, Königsberg-Groß-Raum. Abschnitt I macht zunächst für jede Station Angaben über ihre geographischen

Elemente, Meereshöhe und Untergrund. Im II. Abschnitt berichten die Leiter der einzelnen Erdbebenwarten in kurzer und übersichtlicher Form über Einrichtung und Betrieb, und zwar 1. über die vorhandenen seismischen Instrumente unter Angabe der wichtigsten Konstanten; 2. über die technischen Einzelheiten des angegliederten Zeitdienstes; 3. über die Veröffentlichung der Beobachtungen. Eine dankenswerte Zusammenstellung über die den verschiedenen Warten zugehenden Auslands-Veröffentlichungen beschließt die Schrift. *G.*

Eine neue Kadmiumdampf-Bogenlampe.

Von Frederick Bates. *Phil. Mag.* **39**. *S. 353. 1920.*

Sehr bequem zu handhabende Kadmiumlampen liefert die Firma Heraeus. Es sind dies Lampen aus Quarzglas, die mit einem Amalgam passender Zusammensetzung von Quecksilber und Kadmium gefüllt werden. Desgleichen sind Quecksilber-Zinklampen zu haben und auch Lampen, die alle drei Metalle Quecksilber, Kadmium und Zink enthalten. Diese Lampen erzeugen im sichtbaren Spektrum die bekannten Linien der Metalle und zwar in so hoher Intensität, daß die einzelnen Linien zu den feinsten polarimetrischen Messungen benutzbar sind. Der Verf. erklärt dagegen, daß er beim Füllen der Lampen mit Quecksilber-Kadmium neben dem hellen Quecksilber-Spektrum immer nur sehr schwache und daher nicht brauchbare Kadmiumlinien erhalten habe. Es ist klar, daß dies nur an dem Verf. liegen kann, indem er bei seinen Versuchen eben nicht auf die richtige Zusammensetzung des Amalgams gestoßen ist.

Vorzügliche Resultate erzielte er aber, als er das Quecksilber durch reines Gallium ersetzte, dessen Schmelzpunkt nahe 30° C beträgt, während sein Siedepunkt über 1500°, also sehr hoch liegt. Die entsprechenden Daten für das Kadmium sind 321° bzw. 778°. Das Gallium behält deshalb in der Lampe einen sehr geringen Dampfdruck, so daß seine Linien nur sehr schwach erscheinen und das Kadmium-Spektrum nicht stören. Da sich das Gallium sehr leicht mit dem Kadmium legiert, so wird die Adhäsion des letzteren an den Quarzwänden verhindert, die sonst nach kurzer Zeit regelmäßig zum Platzen des Gefäßes führt.

Die Quarzglas-Lampe (siehe Figur) faßt nur etwa 10 ccm und wird mit Kadmium gefüllt, das mit etwa 2% Gallium versetzt worden war. Behufs Zündung legt man unter Vorschaltung eines Widerstandes 110 Volt an die Lampe und erhitzt diese mit einem Brenner zur Erzeugung des erforderlichen Dampfdruckes. Am besten wird die Lampe dann mit 7 A bei 25 V Spannung an den Lampenpolen betrieben. In diesem Falle besteht das schwach sichtbare Gallium-Spektrum aus den vier Linien 4033, 4172, 6397 und 6414. Augenscheinlich irrt der Verf., wenn er auch die Wellenlänge 3021 zu den „sichtbaren" Linien rechnet. Das Kadmium-Spektrum zeigt die wohlbekannten hellen Linien von großer Stärke. *Schck.*

Elektrische Anziehung nach Johnsen-Rahbek und ihre Anwendung.

(Mitteilung aus dem Laboratorium der Dr. Erich F. Huth G. m. b. H.)

Von Karl Rottgardt, *Zeitschr. f. techn. Phys.* **2**. *S. 315. 1921.*

Unsere Nachrichtentechnik und ein großer Teil der Starkstromtechnik beruhen fast gänzlich auf der Anwendung des Elektromagneten. Er tritt überall da in die Erscheinung, wo es gilt, durch elektrische Ströme mechanische Wirkungen auszulösen. Viel länger bekannt als der Elektromagnet ist jedoch ein anderes Verfahren, auf elektrischem Wege mechanische Bewegungen hervorzurufen: die statische Anziehung bzw. Abstoßung ungleichnamiger Ladungen. Zwischen den beiden Belegungen eines geladenen Zweiplattenkondensators tritt z. B. eine mechanische Anziehungskraft auf, die bei gleichbleibender Spannung um so größer ist, je geringer der Abstand der Kondensatorplatten ist. Auf diesem Prinzip beruhen z. B. die elektrostatischen Meßinstrumente, bei ihnen ist die eine Belegung beweglich angeordnet und trägt den Index. Eine umfassende Verwendung hat das Prinzip jedoch bislang in der Praxis nicht gefunden, da man, um einigermaßen merkliche Kräfte zu erzielen, entweder zu sehr geringen Plattenabständen übergehen muß, was mechanisch oft schwierig durchzuführen ist, oder gezwungen ist, sehr hohe Spannungen zu verwenden, was wiederum anderweitige Nachteile im Gefolge hat.

Diese Verhältnisse haben sich seit 1917 etwas verschoben, und zwar durch eine Entdeckung der beiden dänischen Ingenieure Johnsen und Rahbek, welche seit Sommer 1919 in Gemeinschaft mit der Dr. Erich F. Huth G. m. b. H. die Idee weiter durchgebildet und technisch verwertet haben.

Das physikalische Prinzip der Entdeckung ist aus dem in Fig. 1 dargestellten Versuch ersichtlich. Eine Platte *P* aus Solnhofener Lithographenstein (Halbleiter) trägt an der Unterseite eine feste Metallbelegung *S*. Auf ihrer mechanisch plan geschliffenen Oberseite liegt eine ebenfalls ebene Messingplatte *M*. Beide Metallplatten können über hohe Widerstände mit den Polen einer Spannungsquelle (Gleichstromnetz von 220 Volt) verbunden werden. Ohne die angelegte Spannung haftet die Messingplatte an dem Stein nur sehr geringfügig durch Adhäsion, mit angelegter Spannung jedoch so fest, daß sich der Stein von 70 g Gewicht mit der Messingplatte von nur 20 qcm haftender Oberfläche emporheben läßt. Die dazu erforderliche Kraft ist weit größer als die aus den Dimensionen des Kondensators errechnete, dessen Dielektrikum der Lithographenschiefer und dessen Belegungen die beiden Metallplatten bilden. Der Stein fällt ab, sobald man die Spannung durch Unterbrechung einer der Zuleitungen abnimmt. Bei angelegter Spannung fließt durch die ganze Anordnung ein Strom von etwa $1 \cdot 10^{-6}$ Amp. Hierin liegt der Schlüssel zum Verständnis der Erscheinung. Befeuchtet man nämlich die Oberfläche des Steins, so nimmt der Strom stark zu, um nach Trocknung derselben wieder auf den alten Wert zurückzukehren. Es ist also an der Trennfläche der beiden Materialien ein Schichtwiderstand von solcher Größe vorhanden, daß der gesamte übrige eingeschaltete Widerstand einschließlich dessen des Halbleiters klein gegen ihn ist, so daß also die gesamte Spannung von 220 Volt praktisch an der Trennfläche liegt.

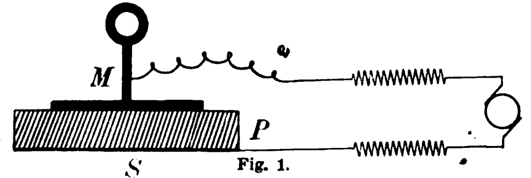


Fig. 1.

Man hat daher die beiden aufeinander liegenden Oberflächen des Leiters und des Halbleiters als Belegungen eines Luftkondensators mit äußerst geringem Plattenabstand aufzufassen, wodurch sich die Anziehungskraft zwischen Stein und Platte, welche die Größenordnung 1 kg hat, zwanglos erklärt. Rechnet man den Plattenabstand aus der gemessenen Anziehungskraft, Spannung und Plattengröße aus, so kommt man auf Werte, die zwischen $^1/_{100}$ und $^1/_{200}$ mm liegen.

Wie Experimente ergaben, wächst die Anziehungskraft stärker als quadratisch mit der Spannung, woraus der Schluß zu ziehen ist, daß bei höheren Spannungen der Oberflächenabstand noch kleiner wird, als er bei niedrigeren Spannungen ist.

Für die praktische Verwendung der Erfindung war eine Reihe von Hindernissen zu überwinden. Da es sich um Oberflächenwirkungen handelt, so gilt es in erster Linie, von äußeren Einflüssen auf die Oberfläche, z. B. Wetter, Feuchtigkeit, Temperatur, Staub usw., freizukommen. Dies ist in weitem Umfange gelungen.

Auf dem geschilderten Prinzip läßt sich nun eine Reihe von Apparaten zu den verschiedenartigsten Zwecken aufbauen. Zunächst sei ein Relais erwähnt. Eine geladene Metallplatte hält eine Halbleiterscheibe fest, die an einem durch eine Feder gespannten Arm befestigt ist. Die erforderliche Spannung kann z. B. über eine lange Leitung von hohem Widerstande herangeführt werden. Wird der äußerst geringe Strom in dieser Leitung unterbrochen, so reißt die Feder die Halbleiterscheibe von der Metallscheibe los und dreht den Arm, wodurch ein Kontakt geschlossen wird. Die Federspannung kann so eingestellt werden, daß es genügt, die zugeführte Spannung um einige Volt zu verringern, um das Relais in Tätigkeit zu setzen. Zu neuer Wirkung muß es neu gespannt werden. In etwas anderer Form läßt sich auch ein selbstspannendes Relais bauen. Ein Taschenelektroskop in Bleistiftform enthält einen hohen Widerstand und in Reihe damit einen Halbleiterstift, dem sich ein mit der Metallhülse verbundenes, sehr dünnes Metallblättchen anschmiegt, wenn man mit der isolierten Spitze des Instrumentes einen spannungführenden Punkt berührt. Das Metallblättchen schiebt dabei ein farbiges Plättchen vor ein Schauloch an der Oberseite.

Eine Anrufuhr ist folgendermaßen konstruiert. Mit dem Sekundenrade der Uhr auf der gleichen Achse sitzt eine Metallscheibe, auf der eine Achatscheibe (Halbleiter) aufliegt. Legt man Spannung zwischen die beiden Scheiben, so wird letztere von ersterer mitgenommen, wodurch ein Hebel in Bewegung gesetzt wird, der nach einer bestimmten, einstellbaren Sekundenzahl das Läutewerk der Uhr auslöst. Es handelt sich also um ein Zeitrelais, welches nur bei einer bestimmten Erregungsdauer anspricht.

Bei dem Vibrationsschreiber bewegt der Vibratoranker eine kleine Metallscheibe über einer Halbleiterplatte hin und her, während sein Schreibstift eine Wellenlinie auf einem ablaufenden Papierstreifen zeichnet. Beim Anlegen von Spannung an die Scheiben wird der Anker festgehalten und der Schreibstift zeichnet einen Strich. Mit Hilfe dieser Vorrichtung können Morsezeichen von hoher Schreibgeschwindigkeit bequem fixiert werden.

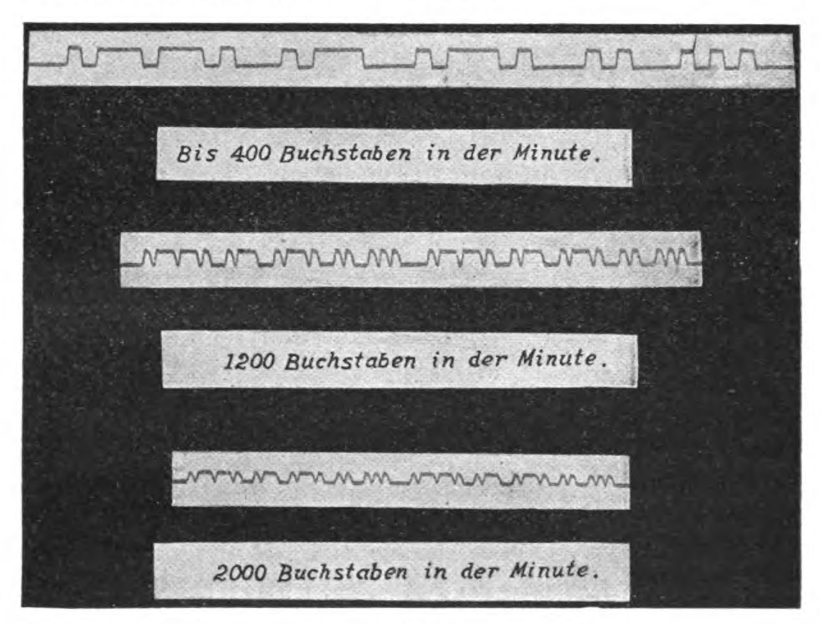


Fig. 2.

Bei den im folgenden besprochenen Apparaten hat sich ein rotierender Halbleiter in Zylinderform bewährt. Die zugehörige Leiterfläche wird durch ein aufgelegtes, den Zylinder teilweise umhüllendes Metallband gebildet. Die Halbleiterwalze besteht aus Achat, dessen Oberfläche sich gut in eine für den vorliegenden Zweck geeignete Beschaffenheit bringen läßt. Die Stromzuführung geschieht durch die metallene Achse der Walze. Die Anziehung zwischen Band und Walze beim Anlegen von Spannung vergrößert die Reibung derart, daß sich durch Drehen der Walze bedeutende Gewichte heben lassen. Wie Versuche ergeben haben, steigt die Anziehungskraft bei dieser Anordnung schneller als die vierte Potenz der Spannung.

Bei dem Schnellschreiber ist das Gewicht durch eine Zugfeder ersetzt. Das Metallband ist mit einem Winkelhebel verbunden, der den Schreibstift trägt. Dieser zeichnet auf einem ablaufenden Papierstreifen einen Strich in der Bewegungsrichtung des Papiers. In dem Moment, wo ein Morsezeichen eintrifft, also eine Spannung zwischen die motorisch gedrehte Walze und das Band gelegt wird, nimmt diese das Band und letzteres den Winkelhebel mit, wodurch der Schreibstift senkrecht zur Papierlaufrichtung ausschlägt und während der Dauer des Zeichens in der neuen Lage verbleibt, so daß hier der ursprüngliche Strich mit seitlicher Verschiebung fortgesetzt erscheint. Beim Aufhören des Zeichens geht der Schreibstift in die ursprüngliche Lage zurück. Die entstehende Morseschrift hat das Aussehen der Fig. 2. Wie die Figur zeigt, sind mit dem Apparat recht beträchtliche Schreibgeschwindigkeiten zu erreichen.

Legt man zwischen Band und Walze eine konstante, der Federkraft entsprechend gewählte

Vorspannung, so kann man das Ansprechen des Schreibers durch eine kleine Zusatzspannung bewirken.

Die Oberfläche der Achatwalze wird durch eine Samtwalze während des Betriebes automatisch gesäubert.

Ein in dieser Weise gebauter Apparat ist in der Lage, unabhängig von den äußeren Verhältnissen, wie Feuchtigkeit usw., zuverlässig tagelang ununterbrochen zu schreiben. Sein wesentlichster Vorzug gegenüber den Magnetschreibern besteht jedoch darin, daß der Widerstand der Kabel- bzw. Drahtleitung gegenüber dem Übergangswiderstand des Systems keine Rolle spielt, wodurch wesentliche Ersparnisse infolge Verringerung der Leitungsquerschnitte erzielbar sind.

Eine weitere Anwendung des Prinzips ist der Lautsprecher. Das Metallband ist einerseits durch eine Zugfeder gespannt, andererseits an einem als Schallmembran dienenden Mandolinenkörper befestigt. Es handelt sich zunächst noch um eine Laboratoriumsausführung. Sie ist in Fig. 3 dargestellt. Die Achatwalze 1 mit der Achse 2 wird durch Motorkraft in Rotation versetzt. Das Metallband ist bei 3 sichtbar. Werden nun die Sprechströme eines besprochenen Mikrophons, evtl. unter Zwischenschaltung einer Spannungsverstärkerlampe, dem System Stein-Metallband zugeführt, das bereits unter passender Vorspannung liegt, so folgt die Bewegung des Bandes und damit die der Membran den Schwankungen des Sprechstromes und gibt Sprache oder Musik deutlich wieder. Mit diesem Apparat sind durch geeignete Wahl von Vorspannung und Rotationsgeschwindigkeit sehr große Lautstärken erreichbar.

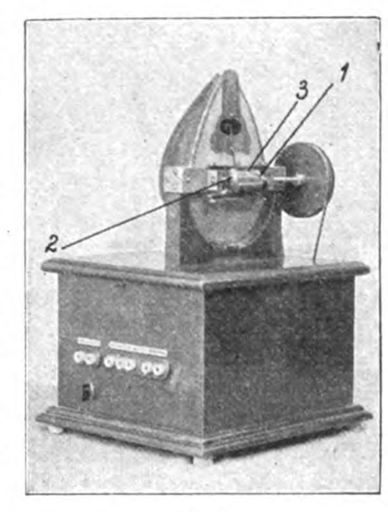


Fig. 3.

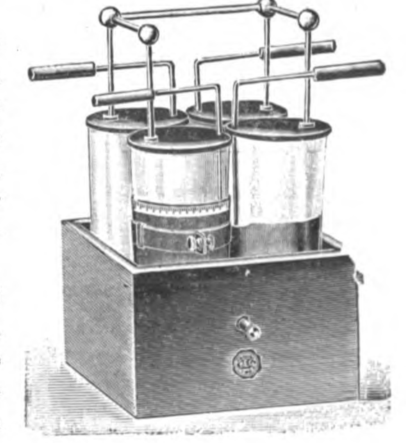
Das praktische Anwendungsgebiet eines in dieser Weise gebauten, technisch gut durchkonstruierten Lautsprechers ist zweifellos ganz erheblich.

Die Bedeutung der geschilderten Entdeckung für die Elektrotechnik liegt wohl hauptsächlich in der Möglichkeit, mit äußerst geringen Strömen relativ große Kraftwirkungen auszulösen, wobei der Widerstand der Stromzuleitungen praktisch unwesentlich ist. Gegenüber dem Elektromagneten hat das Prinzip den Vorteil des geringen Energiebedarfs und der Trägheitslosigkeit. Ein Nachteil ist das Fehlen der Fernwirkung. Bei der neuen Anordnung treten praktisch nur Anziehungskräfte auf, und es bedarf einer lokalen Bewegung (Rotation), um sie wirksam zu machen. Infolge dieser Komplikation wird man nicht annehmen können, daß das „Steinsystem“ dazu berufen wäre, den Elektromagneten zu verdrängen, vielmehr dürften sich beide in glücklicher Weise gegenseitig ergänzen.

Zickner.

Leydener Flasche variabler Kapazität nach Wommelsdorf.

Nach einem Prospekt.



Die bisherigen Drehkondensatoren, welche für gewöhnlich aus einer größeren Anzahl ineinander greifender, verstellbarer Platten bestehen, verlangen eine sorgfältige Herstellung. Der Preis solcher Kondensatoren ist deshalb hoch. Durch die Berliner Elektros-Ges., Schöneberg, wird nun ein von Wommelsdorf angegebener Kondensator in den Handel gebracht, der sich trotz weitgehender Regulierbarkeit billig herstellen läßt.

Das Wesentliche dieses Kondensators ist, daß dabei auf die Form der Leydener Flasche zurückgegriffen wird, jedoch eine der beiden leitenden Flächen gegen die andere drehbar angeordnet ist. Die innere Fläche besteht aus Stanniol und ist fest an die Wandung geklebt, die äußere dagegen

ist verschiebbar und wird durch zwei die Wandung umfassende Federn gehalten. Beide bedecken etwa nur die Hälfte der Wandung. Am oberen Rande der äußeren drehbaren Fläche ist eine Skala angebracht, durch die vermittelst einer feststehenden Marke die jeweilige Stellung bzw. Kapazität kenntlich gemacht wird. Schaltet man eine variable mit anderen normalen Leydener Flaschen, die entsprechend abgestuft sind, zu einer Flaschenbatterie zusammen, so erhält man eine kontinuierlich veränderliche Kapazität großer Gesamtkapazität (siehe Fig.). *Alb.*

Indilatansnickelstahl.

Von J. Würschmidt, *D. Uhrm.-Ztg.* **46**. *S. 8. 1922.*

Der von Krupp-Essen seit vielen Jahren hergestellte und unter der Bezeichnung Indilatans eingeführte Nickelstahl mit der mittleren Wärmeausdehnung $1 \cdot 10^{-6}$ pro m und Grad darf nach der hier vorliegenden Mitteilung als vollgültiger Ersatz für Invar gelten.

Besonders wichtig ist, daß die Firma L. Kuhbier & Sohn, Dahlerbrück i. W., aus dem Kruppschen Material für die Uhrmacherei geeignete Halbfabrikate herstellt. Die physikalische Versuchsanstalt von Krupp in Essen bestimmt übrigens auch die Ausdehnungskoeffizienten von Pendelstangen der üblichen Größe innerhalb des in Betracht kommenden Temperaturintervalls. *G.*

Bücherbesprechungen.

P. Gruner, Leitfaden der geometrischen Optik und ihre Anwendnungen auf die optischen Instrumente. 8°. 148 S. m. Abbildgn. Bern, P. v. Haupt, Akad. Buchhdlg. 1921.

Mit wirklicher Freude hat der Verf. dieses kleine Lehrbuch durchgesehen, das sich vor allem das Ziel gesteckt hat, „den Studierenden, die sich auf den Geometerberuf vorbereiten“, eine gute Grundlage für das Verständnis von Bau und Wirkung der optischen Instrumente zu geben, ohne in alle Einzelheiten der geometrischen Optik einzutreten. Was Czapski, Gleichen, v. Rohr, Lummer u. a. in umfangreichen Werken geboten haben, soll, auf die $1^1/_2$ hundert Seiten dieses Büchleins zusammengedrängt, leicht verständlich aber in wissenschaftlicher Begründung mitgeteilt werden; und so sei das kleine Werk, wie der Verf. hofft, wohl auch Ingenieuren und sonstigen Technikern, Physikern und Optikern als Einführung in die geometrische Optik willkommen. Die Absichten des Verf. werden sich gewiß vollständig erfüllen; es ist sehr dankenswert, daß ein theoretischer Physiker (der Verf. vertritt die theoretische Physik an der Universität Bern) seine Zeit an diese praktisch-didaktische Arbeit gesetzt hat.

Es wird, wie immer bei Lehrbüchern, die einen so umfassenden Stoff wie das vorliegende auf kleinem Raum behandeln, nicht ausbleiben, daß der eine Leser dies, der andere Benutzer jenes etwas weiter ausgeführt sehen möchte, selbst wenn es auf Kosten anderer Abschnitte ginge; gerade die Studierenden der praktischen Geometrie und Geodäsie, an die sich der Verf. in erster Linie wendet, wären gewiß dankbar dafür, wenn das sechste Kapitel, die optischen Instrumente, obwohl es halb so viel Raum einnimmt als die fünf vorhergehenden Kapitel zusammengenommen, weiter ausgeführt worden wäre: sowohl Fernrohr wie Mikroskop (bei jenem fehlt nebenbei bemerkt Fig. 80 zum Keplerschen Fernrohr) müssen sich mit einem Raum von je weniger als einem Bogen begnügen; und z. B. Stereoskop, Telestereoskop, Relieffernrohr, Stereotelemeter, Stereokomparator werden auf vier Seiten, die Brillen auf 1 Seite erledigt.

Auf Einzelheiten kann ich hier weiter nicht eingehen; aber im ganzen ist zu wiederholen: es liegt hier eine treffliche und zeitgemäße didaktische Leistung vor, die hoffentlich bald in einer zweiten Auflage Gelegenheit zu Ergänzungen (und vielleicht auch Verbesserung einzelner z. T. roh gezeichneter Figuren) finden wird. *Hammer.*

W. Kossel, Valenzkräfte und Röntgenspektren, zwei Aufsätze über das Elektronengebäude des Atoms. 69 S. Berlin, Julius Springer, 1921. 12 M.

Von den beiden Aufsätzen, die nahezu in der gleichen Form wie die vorliegende zuerst in den *„Naturwissenschaften“* erschienen, umfaßt der erste (Über die physikalische Natur der Valenzkräfte) $^2/_3$ des ganzen Heftes. In ihm ist die von Kossel mit großer Folgerichtigkeit

ausgebaute Theorie der elektrischen Kräfte zwischen den Atomen, die auch für die Stabilität der chemischen Verbindungen maßgebend sind, dargestellt. — Der zweite Aufsatz (Über die Bedeutung der Röntgenstrahlen für die Erforschung des Atombaues) führt den Leser in ein Gebiet, das in letzter Zeit wiederholt zusammenfassend dargestellt wurde. Die Kosselsche Bearbeitung des Gegenstandes ist insofern bemerkenswert, als der Verfasser auch auf diesem Gebiet mehrfach sehr erfolgreich tätig gewesen ist. *Henning.*

W. Wien, Die Relativitätstheorie vom Standpunkte der Physik und Erkenntnislehre. 36 S. Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1921. 6 M.

Das vorliegende Heft gibt einen Vortrag wieder, den der als Experimentator und Theoretiker gleichgeschätzte Verfasser vor den Ingenieuren der Firma Siemens & Halske gehalten hat. Außer in einem kurzen Anhang enthält die Schrift keinerlei mathematische Formeln. Dennoch sind in ihr die Grundgedanken und Hauptergebnisse der Theorie fast überall in großer Klarheit zum Ausdruck gebracht. Wien sieht im Gegensatz zu vielen andern Autoren in der Einsteinschen Theorie nichts als eine physikalische Hypothese, die zu ihrer Sicherstellung vielfach noch des Beweises bedarf und keinerlei höhere erkenntnistheoretische Bedeutung besitzt als andere physikalische Theorien. — Der Vortrag gehört zu den besten allgemeinverständlichen Darstellungen, welche die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie bisher gefunden haben. *Henning.*

Dr. Clemens von Horvath, Raum und Zeit im Lichte der speziellen Relativitätstheorie. 58 S. Berlin, Julius Springer, 1921. 12 M.

Die Raum- und Zeitmessung im Sinne der speziellen Relativitätstheorie wird ohne wesentliche Abweichung von andern Autoren, z. T. in engem Anschluß an Einsteins bekannte „gemeinverständliche“ Schrift, zur Darstellung gebracht. *Henning.*

Fritz Reiche, Die Quantentheorie. Ihr Ursprung und ihre Entwicklung. VI, 231 S. Berlin, Jul. Springer, 1921. 34 M.

Das Buch stellt die Erweiterung eines gleichnamigen Aufsatzes aus den „*Naturwissenschaften*“ dar. Auf 161 Seiten ist ein klarer Überblick über die bisherigen Anwendungsgebiete und Ergebnisse der Quantentheorie einer für Physiker populären Darstellung gegeben. Ein Anhang von 70 Seiten enthält zahlreiche Literaturnachweise und mathematische Ergänzungen, die das Thema natürlich nicht erschöpfend behandeln können. *Henning.*

Erklärung.

Im Heft 11 des 41. Jahrgangs, 1921, dieser Zeitschrift findet sich auf Seite 314 eine Bemerkung des Herrn P. P. Koch, die den Eindruck erwecken könnte, als hätte ich das jetzt auf dem Astrophysikalischen Observatorium in Potsdam befindliche Mikrophotometer auf nicht ganz einwandfreie Weise erworben. Ich bin deshalb gezwungen folgendes festzustellen:

Ich trat im Jahre 1917 an die Firma O. Toepfer & Sohn heran, um bei ihr ein registrierendes Mikrophotometer nach P. P. Koch zu bestellen. Herr Toepfer offerierte mir daraufhin ein von ihm neu durchkonstruiertes aber noch unvollendetes Exemplar, das ich vertraglich erwarb und bezahlte.

Die Frage, ob die Firma Toepfer, welche die Lizenz zum Bau dieser Apparate erworben hatte, nicht berechtigt sein könnte, mir diesen Apparat zu offerieren, ist mir als Besteller nicht aufgetaucht und entzog sich auch jeder Prüfungsmöglichkeit meinerseits. Herr P. P. Koch hat übrigens in den seitdem verflossenen vier Jahren niemals Einspruch gegen den von der Firma Toepfer getätigten Verkauf erhoben. Ich weise darum seine ungerechtfertigten Bemerkungen zurück.

Potsdam, Astrophys. Observatorium.

Dr. E. Finlay Freundlich.

Erhöhung der Prüfungsgebühren der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Der Teuerungszuschlag, welcher auf die Prüfungsgebühren nach der Gebührenordnung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vom 1. Juli 1918 erhoben wird, beträgt ab 1. April 1922:

bei Teil I, Abschnitt Optisches Laboratorium:

Lfd. Nr. 21 (Hefnerlampen) . . . . 700 %
„ „ 22 (Elektrische Glühlampen für Lichtmessungen) . . . . 700 %
„ „ 24 (Verbrauchte elektrische Energie) . . . . 1500 %
„ „ 25 (Quarzplatten für saccharimetrische Zwecke) . . . . 700 %

Abschnitt Laboratorium für Radioaktivität:

Lfd. Nr. 41 bis 45 . . . . 500 %

bei Teil II, Elektrizität:

Lfd. Nr. 1 bis 16a (Zeigerinstrumente) . . . . 1400 %
„ „ 16b und 16c (Zeigerinstrumente mit Meßwandlern) . . . . 1900 %
„ „ 17 bis 25 (Meßwandler) . . . . 1900 %
„ „ 26 bis 34 (Elektrizitätszähler) bis 2 kW . . . . 900 %
für Zähler bis 25 kW . . . . 1400 %
„ „ über 25 kW . . . . 1900 %
Systemprüfungen von Elektrizitätszählern . . . . 1900 %
„ „ 35 bis 50 und 55 (Induktivitäten, Kapazitäten, Wellenmesser, Widerstände) . . . . 1400 %
„ „ 51 bis 54 (Nebenschluß- und Vorschaltwiderstände) . . . . 1400 %
„ „ 56 und 57 (Leitungsmaterialien) . . . . 1500 %
„ „ 58 (Normalelemente) . . . . 1400 %
„ „ 59 (Primärelemente mit Ausnahme von Taschenlampenbatterien) . . 1900 %
(Taschenlampenbatterien) . . . . 1400 %
„ „ 61 bis 85 (Isolations- und Installationsmaterial) . . . . 1900 %
„ „ 86 (Generatoren, Motoren und Transformatoren) . . . . 1900 %

Die Grundgebühr für die normale Prüfung von elektrischen Maschinen (Prüfung der Angaben des Leistungsschildes nach den Maschinen-Normalien des V. d. E.) beträgt bei einer Leistung bis 1,5 kW 35 M., bis 5,5 kW 45 M., bis 11 kW 55 M., bis 22 kW 65 M.

bei Teil II, Magnetismus:

Lfd. Nr. 1 bis 11 . . . . 1400 %

bei Teil III, Wärme und Druck:

In allen Fällen (mit Ausnahme von lfd. Nr. 5 ärztliche Thermometer) . . . 900 %

Für die durch Aus- und Einpacken der Prüfgegenstände verursachten Kosten wird bei Frachtsendungen eine Gebühr von 3 M. für jede angefangenen 10 kg Bruttogewicht erhoben.

Bei Gegenständen, die für das Ausland bestimmt sind und deren Prüfung auf Veranlassung des Auslandes geschieht, wird die Gebühr nach der Gebührenordnung ohne Teuerungszuschlag, jedoch in der Währung des betreffenden Landes unter Zugrundelegung der Valuta am 31. Juli 1914 festgestellt und nach dem am Tage der Ausfertigung des Prüfungsscheines an der Berliner Börse notierten Kurs des betreffenden fremden Geldes in Mark umgerechnet. Ergibt sich hiernach ein geringerer Betrag als nach den obigen für das Inland festgesetzten Bestimmungen, so werden letztere angewendet.

Deutsche Firmen, welche für das Ausland bestimmte Gegenstände auf Veranlassung des Auslandes der Reichsanstalt zur Prüfung einreichen, werden ersucht, dies im Prüfungsantrag zum Ausdruck zu bringen.

Charlottenburg, den 13. März 1922.

Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.
gez. Warburg.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **E. v. Hammer** in Stuttgart, **K. Haußmann** in Berlin, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Berlin, **H. Krüss** in Hamburg, **H. Ludendorff** in Potsdam, **O. Lummer** in Breslau, **H. Maurer** in Berlin, **C. Pulfrich** in Jena, **C. Reichert** in Wien, **M. v. Rohr** in Jena, **H. Rubens** in Berlin, **W. Sartorius** in Göttingen, **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **A. Westphal** in Berlin, **E. Wiechert** in Göttingen

---

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

4. Heft: April.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 180,— für den Jahrgang, M. 45,— für das Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 3,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12mal.	Aufnahme
	10	20	30%	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücher usw.: Berlin Nr. 118935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **April 1922.** Viertes Heft.

Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1921.

(Fortsetzung von S. 82.)

Unterabteilung IIb.

1. Übersicht über die Prüfungsarbeiten.

Die Zahl der erledigten Prüfungsanträge hat sich gegen das Vorjahr fast verdoppelt und übertrifft die Zahl des letzten Friedensjahres um fast 20 Prozent, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Jahr	1913	1920	1921
Zahl der Prüfungen	1411	925	1673

In diesen Zahlen kommt noch nicht zum Ausdruck, daß der Umfang der Prüfungen und demgemäß der erforderliche durchschnittliche Zeitaufwand in vielen Fällen größer geworden ist. Die Zunahme der Prüfungstätigkeit erstreckt sich auf alle Laboratorien. Der gesteigerte Bedarf an Hilfskräften konnte daher innerhalb der Abteilung nicht ausgeglichen werden, sondern erforderte eine Vermehrung des technischen Personals. Da hierzu vorläufig eine Genehmigung der vorgesetzten Behörde noch nicht vorliegt, mußten aushilfsweise und vorübergehend ältere Studenten herangezogen werden, vor allem aber mußten die wissenschaftlichen Beamten selbst sich mehr, als im Interesse der Reichsanstalt liegt, an den Prüfungsarbeiten beteiligen. Die Förderung wissenschaftlich-technischer Arbeiten kam darüber zu kurz. Wenn trotzdem einige der von der Industrie besonders dringend gewünschten Untersuchungen fortgesetzt bzw. aufgenommen werden konnten, so ist das der weitgehenden Unterstützung durch die Industrie zu danken, aus deren zur Verfügung gestellten Mitteln Hilfskräfte für diese Untersuchungen eingestellt werden konnten.

A. Laboratorium für Grundeinheiten[1]).

	Anzahl
Proben, Leitungsmaterial	38 (25)
„ Widerstandsmaterial	20 (1)
Verschiedenes (6 Proben Kohlenstäbe, 1 Probe Kohlenstift, 1 Probe Durolith-Metall, 1 Probe Leitungswasser)	9 (0)
Einzelwiderstände	64 (41)
Widerstandssätze, einschl. Verzweigungswiderstände (736 Abteilungen)	32 (13)
Clarkelemente	3 (0)
Internationale Westonelemente (mit festem Kadmiumsulfathydrat)	5 (2)
Westonelemente mit bei 4° gesättigter Lösung	110 (9)

Von den geprüften Einzelwiderständen waren 44 in Draht- und 20 in Blechform. Von den Widerständen waren 7 für Holland und 1 für die Schweiz, von den Widerstandssätzen 3 für Norwegen und 2 für Holland, die übrigen für das Inland bestimmt.

Die Abweichungen von dem Sollwert lagen bei den internationalen Westonelementen bei

[1]) v. Steinwehr, Baisch, A. Schulze.

2 Elementen unterhalb $+1 \times 10^{-4}$ Volt, bei 3 Elementen zwischen $+1$ und $+2 \times 10^{-4}$ Volt, 1 Element war fehlerhaft. Die Prüfung der Westonelemente mit bei 4° gesättigter Lösung ergab

bei 1 Stück	1,0191 Volt	bei 63 Stück	1,0187 Volt
„ 1 „	1,0189 „	„ 4 „	1,0186 „
„ 32 „	1,0188 „	„ 6 „ . . unterhalb	1,0186 „

3 Stück waren fehlerhaft

Tabelle 2.

Herkunft	Bezeichnung	Durchmesser	Spez. Widerstand Ohm cm · 10^6 bei 20° C		Temperaturkoeffizient		Bemerkungen
			hart	weich	hart $\times 10^{-3}$	weich $\times 10^{-3}$	
Heddernheimer Kupferwerk und süddeutsche Kabelwerke	3	$1{,}99_4$	$3{,}10_9$		+3,72		* angelassen bei 310° C 2 Stunden
	3a	$2{,}00_1$	$3{,}05_3$		3,83		
	5	$1{,}99_2$	$3{,}07_8$		3,76		
	5a	$1{,}99_2$	$3{,}05_5$		3,78		
	6	$1{,}99_7$	$3{,}06_1$		3,75		
	6a	$1{,}99_2$	$3{,}03_5$		3,79		
	3 *	$1{,}99_2$		$2{,}92_0$		+4,00	
	3a *	$1{,}99_9$		$2{,}94_1$		3,97	
	5 *	$2{,}00_0$		$2{,}93_1$		3,99	
	5a *	$1{,}99_2$		$2{,}91_3$		3,99	
	6 *	$1{,}99_6$		$2{,}88_4$		4,00	
	6a *	$1{,}99_5$		$2{,}88_1$		4,00	
Allgemeine Elektrizitätsgesellschaft Kabelwerk Oberspree	1	$2{,}10_1$	$2{,}97_9$		+3,89		* angelassen bei 340° C 2 Stunden
	1a	$2{,}02_8$	$2{,}91_1$		3,93		
	2	$2{,}04_2$	$2{,}96_4$		3,89		
	2a	$2{,}06_7$	$2{,}94_9$		3,94		
	4	$2{,}01_6$	$2{,}90_0$		3,98		
	4a	$2{,}02_5$	$2{,}90_5$		3,95		
	1 *	$2{,}10_3$		$2{,}87_4$		+4,01	
	1a *	$2{,}04_7$		$2{,}85_2$		4,01	
	2 *	$2{,}02_8$		$2{,}87_0$		3,99	
	2a *	$2{,}04_2$		$2{,}87_2$		3,96	
	4 *	$2{,}01_0$		$2{,}84_2$		4,05	
	4a *	$2{,}02_6$		$2{,}85_5$		4,03	
Siemens — Schuckert	7	$1{,}99_0$	$3{,}05_7$		+3,78		* geglüht bei 500° C 3 Stunden
	7a	$1{,}99_7$	$3{,}08_7$		3,75		
	8	$1{,}98_8$	$3{,}12_2$		3,72		
	8a	$1{,}99_4$	$3{,}11_9$		3,71		
	9	$1{,}99_0$	$3{,}10_2$		3,74		
	9a	$1{,}99_0$	$3{,}12_2$		3,71		
	7 *	$1{,}99_5$		$3{,}04_9$		+3,81	
	7a *	$1{,}99_4$		$3{,}06_6$		3,78	
	8 *	$1{,}99_2$		$3{,}02_8$		3,88	
	8a *	$1{,}98_8$		$3{,}06_1$		3,78	
	9 *	$1{,}99_3$		$3{,}07_1$		3,79	
	9a *	$1{,}99_0$		$3{,}11_5$		3,73	
Siemens — Schuckert		*a* *b*					Oberleitungsdraht
	7	$9{,}1_8$ $8{,}4_0$	$3{,}08_3$		+3,74		
	7a	$9{,}1_3$ $8{,}2_1$	$2{,}83_5$		3,86		
	8	$9{,}1_3$ $8{,}3_4$	$3{,}01_2$		3,73		
	8a	$9{,}1_6$ $8{,}2_1$	$2{,}95_4$		3,78		
	9	$9{,}1_4$ $8{,}3_6$	$2{,}95_2$		3,75		
	9a	$9{,}1_4$ $8{,}3_8$	$2{,}97_2$		3,80		

Für die elektrischen Prüfämter führte das Laboratorium die Nachprüfung von 21 Normalwiderständen und 14 Normalelementen aus.

Für die verschiedenen Laboratorien der Reichsanstalt wurden geprüft:

Drahtwiderstände	2
Blechwiderstände	9
Proben Manganinblech	2
Normalelemente	5

Auf Wunsch der Aluminium-Kommission des Verbandes Deutscher Elektrotechniker wurden 42 Proben Aluminiumdraht, die verschiedener Herkunft waren, in hartem und weichgeglühtem Zustande auf ihre elektrische Leitfähigkeit und den Temperaturkoeffizienten derselben untersucht. Das Ergebnis dieser Prüfung ist in der vorstehenden Tabelle 2 enthalten. Die Analysen der Proben wurden im Materialprüfungsamte zu Lichterfelde ausgeführt.

B. Laboratorium für Wechselstromnormalien[1]) und Hochfrequenz[2]).

	Anzahl
Induktivitäten	8 (5)
Kapazitäten	9 (12)
Kapazitätssätze [196 (19) Abteilungen]	14 (3)
Kapazitätsvariatoren	6 (13)
Verlustwinkel von Glimmerkondensatoren	198 (12)
Verlustwinkel von Kapazitätsvariatoren	1 (0)
Wellenmesser	5 (3)
Dielektrizitätskonstanten und Verlustwinkel fester Isolatoren	7 (0)

Prüfungen für die Laboratorien der Reichsanstalt.

Induktivitäten	1 (0)
Kapazitäten	7 (15)
Kapazitätssätze [27 (14) Abteilungen]	1 (3)
Verlustwinkel von Kondensatoren	28 (0)

C. Gleichstromlaboratorium[3]).

		Anzahl
I.	Meßapparate:	
	Zur Messung der Spannung und Stromstärke	28 (18)
	" " " Leistung	19 (15)
	" " " Arbeit (Elektrizitätszähler)	50 (20)
II.	Vorschalt- und Nebenschlußwiderstände	21 (2)
III.	Widerstände von Leitungen (Kupfer bzw. Bronze) u. ähnl.	6 (6)
IV.	Primärelemente	80 (86)
V.	Systemprüfungen von Gleich- und Wechselstromzählern	14 (14)

Für die einzelnen Laboratorien der Reichsanstalt wurden geprüft:

Normalwiderstände, Strom-, Spannungs-, Leistungsmesser und Zähler	54 (40)

D. Wechselstromlaboratorium[4]).

I. Meßapparate.

	Anzahl
Spannungs- und Stromzeiger	4 (10)
Leistungszeiger	5 (4)
Elektrizitätszähler	191 (87)
Strom- und Spannungswandler	200 (142)
Frequenzmesser	0 (0)
Phasenmesser	0 (1)

---

[1]) Giebe, Zickner. — [2]) Giebe, Alberti.
[3]) Schmidt, Scheld.
[4]) Schering, Reichardt, Behnken, Engelhardt, Burmester.

II. Wechselstromgrößen.

Winkelfehler von Widerständen	8 (5)
Selbstinduktionsspulen	8 (0)

III. Isolations- und Installationsmaterial.

	Anzahl der untersuchten Sorten
Feste Isoliermaterialien	79 (50)
Ausgußmassen	16 (13)
Isolierlacke	6 (3)
Isolierharz und -wachs	0 (3)
Isolatoren	22 (9)
Isolierrohre	0 (4)
Öle	20 (6)
Kabel und Drahtleitungen	27 (33)
Schalter und Steckvorrichtungen	29 (36)
Gummi-Handschuhe	1 (11)

IV. Technische Apparate.

Heizapparate	7 (10)
Gleichrichter	0 (1)
Zangen mit isolierten Griffen	8 (3)
Verschiedenes	10 (7)

V. Systemprüfung.

Prüfung von Meßwandlersystemen	3 (0)

41 Hochspannungszähler-Aggregate wurden im Betriebe an Ort und Stelle geprüft, es mußte ein zweiter Satz von Meßeinrichtungen eingestellt werden, um die Bedürfnisse befriedigen zu können.

E. Maschinenlaboratorium[1].

Es wurden geprüft:

Generatoren und Motoren	39 (15)
Umformer	4 (2)
Zähler-Eichmaschine	1 (—)
Transformatoren	1 (—)
Anlasser	— (2)
Davon waren auswärtige Prüfungen	3 (2)

F. Magnetisches Laboratorium[2].

Es wurden geprüft:

von Flußeisen, Gußeisen, Magnetstahl	106 (88)
" Dynamoblech	121 (90)

Von den Dynamoblechproben wurden 72 wattmetrisch, 49 statisch untersucht. Die Zahl der beschleunigten Prüfungen betrug 29.

2. Referat für elektrisches Prüfwesen[3]. *a) Zulassung von Zählern zur Beglaubigung.*

Das Kriegszählersystem K 61 wurde endgültig zur Beglaubigung zugelassen. Die Übersicht über die zugelassenen Friedenszählersysteme ist in nachstehender Zusammenstellung der im Berichtsjahr erlassenen amtlichen Bekanntmachungen enthalten. Ein zur Beglaubigung eingereichtes System wurde zurückgezogen, bei einem zweiten System wurde die Beglaubigung abgelehnt.

Nr. 136. Erhöhung der Teuerungszuschläge auf die Prüfungsgebühren für die Elektrischen Prüfämter.

Nr. 137. I. System 96, Form *A* 1, Magnetmotorzähler für Gleichstrom.

II. System 97, Form *W* 1, Induktionszähler für einphasigen Wechselstrom, beide hergestellt von der Comptator G. m. b. H. Mix- u. Genest-Zähler in Berlin.

---

[1]) Vieweg, Menzel, Kümmel.

[2]) Gumlich, Steinhaus.

[3]) Schmidt.

Nr. 138. Zu den Systemen 89 und 90, Zähler mit Doppelzählwerk, Form *T*, hergestellt von der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft in Berlin.

Nr. 139. I. 98, Form *EM*, Induktionszähler für Drehstrom.

II. Zusatz zu den Systemen 64 und 86, die Formen *HD* und *BM4D*, Zähler mit Doppelzählwerk und eingebauter Umschaltuhr, sämtlich hergestellt von der H. Aron Elektrizitätszählerfabrik G. m. b. H. in Charlottenburg.

Nr. 140. Erweiterung der Prüfbefugnis für das Elektrische Prüfamt 7 in Bremen.

Nr. 141. I. 99, Form *LJf*, Induktionszähler für einphasigen Wechselstrom.

II. Zusatz zu System 52, Form *Ef*, Magnetmotorzähler für Gleichstrom, beide hergestellt von der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft in Berlin.

Nr. 142. System 6, kurzschlußsicherer Stromwandler für einphasigen Wechselstrom, Form *Mtr* 171, hergestellt von der Firma Siemens & Halske A.-G. in Berlin.

Nr. 143. Aufhebung der in der Bekanntmachung 107 erlassenen Bestimmungen über die Beglaubigung von Kriegszählern.

Die durch die Bekanntmachung Nr. 143 ausgesprochene Aufhebung der während des Krieges erlassenen Bestimmungen über die Beglaubigung von Kriegszählern ist erfolgt, da die derzeitige Rohstofflage einen Ersatz der Sparmetalle durch Ersatzstoffe nicht mehr notwendig macht. Zähler, die einem beglaubigungsfähigen *K*-System angehören, werden nicht mehr beglaubigt, sofern sie nach dem 31. XII. 21 in den Verkehr gebracht werden.

b) Beglaubigung von Blindverbrauchszählern.

Die Reichsanstalt wird zukünftig auf Antrag auch Blindverbrauchszähler, das sind Zähler, die das Zeitintegral $\int EJ \sin\varphi \, dt$ messen, zur Systemprüfung zulassen. Bezüglich der Verwendung solcher Zähler sei auf den Tätigkeitsbericht für das Jahr 1918 hingewiesen. Die Beglaubigungsfehlergrenzen sind in Kommissionsberatungen mit den Vertretern der Technik festgelegt worden; sie entsprechen im wesentlichen den Vorschlägen der Reichsanstalt, wie sie in den im Tätigkeitsbericht 1918 erwähnten Richtlinien enthalten sind. Die Bestimmungen werden demnächst veröffentlicht werden.

c) Tätigkeit der Prüfämter.

Die Prüfbefugnis des Prüfamtes 7 wurde für Wechsel- und Drehstromprüfungen im Amte bis 22000 V und 400 A, für Wechsel- und Drehstromprüfungen am Verwendungsorte der Zähler bis 12000 V und 500 A, bzw. 22000 V und 200 A erweitert.

Eine Übersicht über die Prüfungstätigkeit der einzelnen Ämter gibt die nachstehende Tabelle.

d) Prüfstelle des Verbandes Deutscher Elektrotechniker.

Der Verband Deutscher Elektrotechniker hat eine Prüfstelle gegründet, die die Erzeugnisse der Elektrotechnischen Industrie auf Antrag dahin prüft, ob sie den Vorschriften des Verbandes Deutscher Elektrotechniker entsprechen; bei günstigem Ausfall der Prüfung dürfen die betreffenden Gegenstände mit dem patentamtlich geschützten „VDE-Zeichen" versehen werden. Die Reichsanstalt und die Prüfämter haben an dieser Aufgabe insofern tätigen Anteil, als sie die Erledigung eines großen Teiles der erforderlichen experimentellen Arbeiten übernommen haben. Die Reichsanstalt ist in dem Beirat der Prüfstelle durch den Referenten für das elektrische Prüfwesen vertreten.

3. Mitarbeit an den Arbeiten des Verbandes Deutscher Elektrotechniker[1].

Die Vertreter der Reichsanstalt beteiligten sich an den Arbeiten der Kommissionen und Unterausschüsse des Verbandes Deutscher Elektrotechniker: für Normierung von Aluminium, für Hochfrequenz, für galvanische Elemente, für Zähler, für Sonderzähler, für Meßinstrumente, für Meßwandler, für Isolierstoffe, für Hochspannungsleitungen, für Kabelerwärmung, für dielektrischen Sicherheitsgrad, für Benennungen.

4. Widerstandsnormale[1].

Infolge Überlastung des Laboratoriums mit Prüfungsanträgen und anderen wichtigen Arbeiten war es in diesem Jahre nicht möglich, die Prüfung der Manganinnormalen und den Anschluß der Gebrauchsnormalen an die Widerstandseinheit der Reichsanstalt zu wiederholen. Bei der bisher beobachteten außerordentlichen Konstanz der Widerstandsbüchsen gibt diese Unterlassung zu Bedenken keinen Anlaß.

---

[1]) v. Steinwehr, Giebe, Schering, Schmidt, Scheld.

Tabelle 3.

Meßgeräte	Prüfämter						
	Ilmenau	Hamburg	München	Nürnberg	Chemnitz	Frankf.a.M.	Bremen
1. Zähler,							
im ganzen eingereicht	302	662	9850	2752	42	6100	11563
Davon gehören einem zur Beglaubigung zugelassenen System an .	95	421	1724	1879	21	5764	6645
Bei der Einsendung hielten die Verkehrsfehlergrenzen nicht ein .	1	240	2662	179	12	182	263
Von den in Zeile 1 aufgeführten Zählern wurden							
a) mit dem Beglaubigungsstempel versehen	25	374	1451	1798	8	5228	6628
b) mit dem Verkehrsstempel versehen	150	230	8158	719	21	690	4920
c) wegen Unzulässigkeit der Bauart zurückgewiesen	—	27	5	1	—	—	—
d) wegen Überschreitung der Verkehrsfehlergrenzen oder wegen sonstiger Mängel zurückgewiesen	1	—	200	87	3	182	—
e) nicht gestempelt, weil ohne Meßwandler oder bei nur wenigen Punkten geprüft . . .	126	31	36	147	10	—	12
2. Tarifuhren, Zeitzähler und andere Tarifgeräte	—	7	4010	51	—	95	—
3. Strom-, Spannungs- und Leistungsmesser und andere Meßgeräte . .	10	31	106	20	29	52	60
4. Elektrische Gebrauchsgegenstände	—	4	33	28	10	4	16
5. Isolations- und Installationsmaterial	4	5	110	—	41	—	17

5. Ohmrohre[1]. Die Arbeiten an den Ohmrohren haben durch die längere Beurlaubung und das schließliche Ausscheiden des Herrn Dr. Baisch aus dem Verband der Reichsanstalt eine Unterbrechung erfahren. Die Messungen werden nach Herstellung neuer Verschraubungen für die Endgefäße, die sich als undicht erwiesen hatten, wieder aufgenommen und in kurzem beendet werden.

Hinsichtlich des Einflusses, den der Unterschied verschiedener Gemische von Quecksilberisotopen auf die Herstellung der Quecksilbereinheit ausüben könnte, siehe Nr. 7. Gelegentlich dieser Messungen wurde auch festgestellt, daß die Genauigkeit, mit welcher verschiedene Füllungen einer Kapillare mit Quecksilber hinsichtlich des Widerstandes übereinstimmen, wenige Milliontel beträgt, wenn die Füllungen im Vakuum vorgenommen werden. Ferner wurde noch eine Untersuchung über den Einfluß kleiner Drucke auf die Leitfähigkeit des Quecksilbers begonnen, die aber noch nicht abgeschlossen ist. Diese Frage ist insofern von Wichtigkeit, als das Gesetz über elektrische Einheiten keine Angaben darüber enthält, unter welchem Druck sich das Quecksilber bei der Widerstandsmessung befinden soll.

6. Normalelemente[1]. Die Kontrollbestimmung der EMK des Elementenstammes der Reichsanstalt mit Hilfe des Silbervoltameters, über die im Vorjahre berichtet wurde, ist abgeschlossen worden. Das Ergebnis ist, daß die mittlere EMK des Stammes sich seit 1910 nur um wenige Hunderttausendstel geändert hat. Die Untersuchung wird demnächst veröffentlicht werden.

Das Verhalten der Kadmiumamalgame in den Normalelementen steht mit dem Zustandsdiagramm von Bijl (*Zeitschr. f. physikal. Chem.* **41**. *641. 1902*) nicht im Einklang. Es wurde darum für die 8 bis 15 Gewichtsprozente Kadmium enthaltenden Amalgame das Zustandsdiagramm nach-

[1]) v. Steinwehr, A. Schulze.

geprüft. Die Liquidus-Kurve, die auf thermischem Wege festgelegt wurde, befindet sich im großen und ganzen in Übereinstimmung mit der von Bijl gefundenen; jedoch nicht die Solidus-Kurve, welche den Punkten entspricht, bei denen das feste Amalgam in das Zweiphasensystem (fest + flüssig) übergeht (Verzweigungspunkt). Dilatometrische sowie Leitfähigkeitsmessungen zeigen, daß bei den 14- bis 15prozentigen Amalgamen ein Verzweigungspunkt vorhanden ist, während ein solcher bei den verdünnteren Amalgamen trotz Abkühlung bis auf — 22° nicht nachzuweisen ist. Die weiteren Untersuchungen gehen darauf hinaus, die Zusammensetzung der festen Phase in Abhängigkeit von der Temperatur festzustellen.

7. Untersuchungen verschiedener Gemische von Quecksilberisotopen[1].

Die Tatsache, daß für das Quecksilber das Vorhandensein verschiedener (wenigstens 5) Isotopen festgestellt worden ist, hat auch für die Reproduktion der Quecksilbereinheit Bedeutung, wenn die Zusammensetzung des Quecksilbers nicht immer eindeutig bestimmt ist. Für die Auswägung der Ohmrohre kommt die Dichte des Quecksilbers, für den elektrischen Widerstand das Leitvermögen in Betracht. Den Herren Brönsted und v. Hevesy ist es gelungen, Quecksilbergemische herzustellen, deren Dichte sich bis zu etwa 0,5 Prom. unterscheidet, ein Betrag, der die zulässige Fehlergrenze bei der Auswägung der Rohre erheblich überschreitet. Es war nun von Interesse zu untersuchen, ob auch die elektrische Leitfähigkeit dieser Gemische Unterschiede zeigt. Durch Herrn v. Hevesy wurden der Reichsanstalt freundlicherweise zwei Proben (etwa je 1 ccm) zur Verfügung gestellt, deren Dichte, wie auch eine Nachprüfung ergab, sich um etwa 0,3 Prom. unterschied. Die normalem Quecksilber gegenüber gefundenen Unterschiede der Leitfähigkeit (Größenordnung wenige Milliontel) liegen innerhalb der Versuchsfehler und kommen für die Genauigkeit der Quecksilbereinheit nicht in Betracht (siehe Nr. 5).

8. Leitfähigkeit des Quecksilbers in der Nähe des Schmelzpunkts[2].

Um festzustellen, ob die obigen Mischungen von Quecksilberisotopen Unterschiede im Schmelzpunkt zeigen, wurde versucht, die Schmelzpunkte durch Beobachtung des Leitfähigkeitesunterschiedes beim Schmelzpunkt festzustellen. Es ergab sich jedoch, daß beim Schmelzpunkt eine sprunghafte Änderung des Leitvermögens nicht auftritt, es scheint vielmehr in einem kleinen Temperaturintervall (etwa $^1/_2$ bis 1°) oberhalb des Schmelzpunktes die Leitfähigkeit des festen Quecksilbers kontinuierlich in diejenige des flüssigen überzugehen. Ähnliche Erscheinungen eines kontinuierlichen Überganges der Leitfähigkeit vom festen zum flüssigen Zustand sind zum Beispiel von Somerville für Zink und Zinn beobachtet worden (*Phys. Rev. 33. 77. 1911*).

9. Kapazitäts-Normale[3].

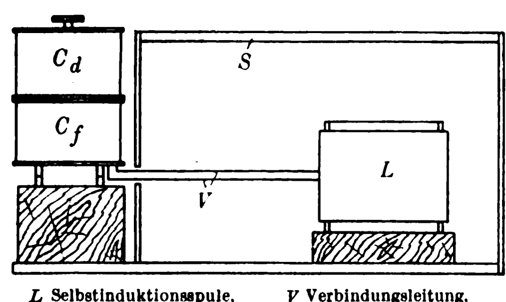
Die Benutzung der vorhandenen Normalluftkondensatoren größerer Kapazität von 0,01 μF aufwärts war bisher sowohl bei den fortlaufenden Kontrolleichungen derselben, als auch bei der Ausführung von Prüfungen usw. recht unbequem, da die Parallelschaltung mehrerer Kondensatoren durch Drähte vorgenommen werden mußte, deren wenig definierte, von Fall zu Fall verschiedene Kapazität jeweils gesondert zu messen war. Das hohe Gewicht der größeren Kondensatoren erschwerte ihre Benutzung in verschiedenen Zimmern für verschiedene Meßanordnungen. Deshalb sind diese Kondensatoren jetzt in zwei parallel schaltbaren Gruppen zu je 0,1 μF (0,01 + 0,01 + 0,03 + 0,05 μF) je auf einem kleinen, bequem zu handhabenden Wagen montiert und jede Gruppe ist mit einer neu konstruierten Schaltvorrichtung versehen, die eine beliebige Parallelschaltung der einzelnen Abteilungen mit Hilfe von Steckern ohne Veränderung der ein für allemal gleichen Schaltungskapazität ermöglicht. Die Schaltvorrichtung enthält nur wenige Quarzisolatoren geringer Größe, so daß ihre Kapazität verlustfrei ist; sie ist ferner so eingerichtet, daß auch sämtliche vorhandenen Normalluftkondensatoren kleiner Kapazität, feste sowohl wie Drehkondensatoren, ohne Benutzung von Drähten, also ohne zusätzliche Schaltungskapazität, in beliebigen Kombinationen eingeschaltet werden können. Diese neue Anordnung hat sich sehr gut bewährt, u. a. auch bei Benutzung der Kondensatoren in Hochfrequenzschwingungskreisen für die Aufstellung der neuen Wellenlängenskala (s. Nr. 11). Die fortlaufende Kontrolle aller Kondensatoren ist jetzt sehr erleichtert, da hierfür jedesmal nur ein einziger Kondensator absolut zu messen ist, während alle übrigen in einfacherer Weise durch Relativmessungen in der Wechselstrombrücke auf jenen bezogen werden können.

[1] Baisch, A. Schulze.
[2] Jaeger, v. Steinwehr.
[3] Giebe.

10. Selbstinduktionsnormale[1]. Infolge starker Inanspruchnahme des Laboratoriums für Wechselstromnormalien durch Prüfungen konnten neue Absolutmessungen der Ohmspulen im Berichtsjahre überhaupt nicht, Relativbestimmungen des Verhältnisses der 3 Ohmspulen nur in der ersten Hälfte des Jahres in regelmäßigen Zwischenräumen ausgeführt werden, so daß weitere Aufklärungen über die im vorigen Bericht erwähnten geringen Veränderungen der Absolutwerte nicht erhalten wurden. Für die Verhältnisse der 3 Spulen ergaben die Messungen keine Änderungen von Belang gegenüber den Werten von 1920. Den fortlaufenden Kontrolleichungen der Gebrauchsnormalien wurden die früher erhaltenen Absolutwerte der Ohmspulen zugrunde gelegt.

11. Wellenlänge elektrischer Schwingungen[2]. Um die neue Wellenlängenskala mit der jetzt angestrebten großen Genauigkeit festlegen zu können, erwies es sich im weiteren Verlaufe der Arbeiten als erforderlich, auch die Eigenkapazität der Selbstinduktionsspulen des Normalwellenmessers durch eine die Spulen allseitig umschließende leitende Hülle[3]) eindeutig zu definieren, ähnlich wie dies bei der Kapazität der in früheren Berichten erwähnten Normalkondensatoren von vornherein vorgesehen war.

Der Normalwellenmesser hat jetzt das in Fig. 7 skizzierte Aussehen. Die Spule L befindet sich im Innern eines mit abhebbarem Deckel versehenen Holzkastens, dessen 6 Wände auf der Innenseite mit unterteiltem Stanniol überzogen sind. Die Stanniolflächen sind leitend miteinander verbunden, jedoch so, daß keine geschlossenen Strombahnen entstehen; sie werden, ebenso wie die Schutzhüllen der Kondensatoren, an die eine Kondensatorbelegung angeschlossen. Der Schwingungskreis ist also jetzt völlig unbeeinflußbar durch äußere elektrische Felder, damit wird auch die häufig als lästig empfundene Beeinflussung des Wellenmessers bei Annäherung und Entfernung des Beobachters vermieden. Die Erregung des Kreises erfolgt durch rein magnetische Koppelung mit dem Sender. Eine Schwächung durch etwaige Wirbelströme in der Stanniolhülle war nicht merkbar. Die Spulen und Kondensatoren der in früheren Berichten bereits beschriebenen Sätze sind mittels Steckkontakten einschaltbar und können, der jeweils erforderlichen Wellenlänge entsprechend, leicht ausgewechselt werden.



L Selbstinduktionsspule, V Verbindungsleitung, C_d Drehkondensator, S Schutzkasten, C_f Fester Kondensator.

Fig. 7.

Für sehr lange Wellen war die Einstellung des Schwingungskreises auf Resonanz mit der Senderwelle bei Anwendung der üblichen Methode mittels lose gekoppelten aperiodischen Detektorkreises nicht immer mit der wünschenswerten Schärfe ausführbar. Etwa 10 mal größere Genauigkeit ließ sich mit Hilfe der Brückenresonanzmethode von Grüneisen und Giebe[4]) erreichen und bei der großen Konstanz der Röhrenschwingungen für die Wellenlängenmessung auch voll ausnutzen. Bei dieser Methode liegen Kapazität und Selbstinduktion in Reihe in einem Zweige der Brücke, während die drei anderen Zweige reine Widerstände enthalten. Die Abgleichung erfolgt durch Änderung der Kapazität und eines Widerstandes. Die Wellenlänge ergibt sich aus der bei Abgleichung gültigen Resonanzbedingung $\omega^2 L C = 1$. Bei der nahezu reinen Sinusform des Stromes im Schwingungskreis von Röhrensendern, der über einen abgestimmten Zwischenkreis der Brücke zugeführt wurde, war es möglich, als Nullinstrument Kristalldetektor und Spiegelgalvanometer zu benutzen; der Ausschlag des Galvanometers konnte stets ganz auf Null gebracht werden. Im hörbaren Frequenzbereich wurde auch mit Telephon gemessen, doch ist das Messen mit Detektor und Galvanometer erheblich bequemer.

---

[1]) Giebe, Zickner.

[2]) Giebe, Alberti.

[3]) Für Selbstinduktionsnormale höheren Betrages sind Schutzhüllen bei Brückenmessungen im Frequenzbereich bis zu $n = 5000$ bereits vor längerer Zeit von Giebe (*Diese Zeitschr.* ***31.*** *S. 19. 1911*) aus dem gleichen Grunde benutzt worden.

[4]) Grüneisen und Giebe, *diese Zeitschr.* ***30.*** *S. 147. 1910*; ***31.*** *S. 152. 1911.*

Nach dem Ergebnis der Messungen, die bisher nach dieser neuen Methode in dem Frequenzbereich $n = 2500$ bis 100000 ($\lambda = 120000$ bis 3000 m) mit verschiedenen Spulen ausgeführt wurden, läßt sich schließen, daß bei langen Wellen, die die Ausgangspunkte der gesamten Wellenlängenskala bilden sollen, die Genauigkeit etwa $^1/_{10000}$ betragen wird.

Innerhalb dieser Grenze ergab sich auch Übereinstimmung zwischen Wellenlängenwerten, die einerseits nach der Thomsonschen Formel aus absolut gemessenen Kapazitäts- und Selbstinduktionswerten berechnet, andererseits mit Hilfe des absolut geeichten Normaltonsenders von Grüneisen und Merkel[1]) gemessen wurden.

12. Verlustmessungen an Normalkondensatoren[2]).

Eine große Anzahl von Prüfungsanträgen auf Bestimmung des Verlustwinkels von Glimmerkondensatoren gab Anlaß, die schon im vorigen Berichtsjahre (vgl. *diese Zeitschr. 41. S. 137*) angewendete Brückenmethode von Schering für Präzisionsmessungen auszuarbeiten und die Eigenschaften der viel benutzten, käuflichen Glimmerkondensatoren (Stöpsel- und Kurbelkondensatoren) näher zu untersuchen. Es zeigte sich u. a., daß die Verluste der kleineren Kapazitätsbeträge solcher Kondensatoren zu einem großen, oft überwiegenden Teil nicht in Glimmer, sondern in den sonst noch beim Aufbau der Kondensatoren verwandten festen Dielektriken ihre Ursache haben, z. B. in dem die Stöpsel- und Kurbelkontakte isolierenden Hartgummi.

Verlustmessungen wurden ferner an einer Anzahl technischer Luftkondensatoren (Drehkondensatoren) ausgeführt. Für alle untersuchten Kondensatoren ergaben sich bei der angewandten Wechselstromfrequenz 800 Verlustwinkel, die zwar etwas kleiner als bei Glimmerkondensatoren gleicher Kapazität, aber doch von etwa der gleichen Größenordnung (1′ bis 2′) sind. Die Verluste entstehen in den zum Aufbau der Drehkondensatoren verwandten festen Dielektriken. Viele der gebräuchlichen Drehkondensatortypen sind nicht abgeschützt, daher sind ihre Verluste, ebenso wie ihre Kapazitäten, nicht eindeutig definiert. Unabgeschützte Drehkondensatoren sind deshalb als Normalkondensatoren nicht oder nur mit besonderen Vorsichtsmaßregeln zu gebrauchen. Bei Drehkondensatoren mit sehr kleinem Plattenabstand treten bei größeren Werten der angelegten Wechselspannung infolge des Tönens der Kondensatoren zusätzliche Verluste auf, die ungefähr mit dem Quadrat der Spannung ansteigen.

Auch die Normalluftkondensatoren der Reichsanstalt wurden einer sorgfältigen Prüfung auf Verluste unterzogen. Von der Voraussetzung ausgehend, daß dielektrische Verluste nur in den zum Aufbau von Luftkondensatoren notwendigen festen Dielektriken auftreten können, wurden als Vergleichskapazitäten für diese Messungen abgeschützte Luftkondensatoren aus Metallplatten so aufgebaut, daß die Teilkapazität ihrer beiden Belegunge gegeneinander gar kein festes Dielektrikum enthielt, also völlig verlustfrei war. Auch die Differenz zweier Einstellungen eines geeignet konstruierten Drehkondensators ergab eine für den gleichen Zweck brauchbare, völlig verlustfreie Vergleichskapazität. Innerhalb der erreichten Genauigkeit der Winkelmessung von 1″ bis 2″ ließen sich Verluste bei den Präzisionsnormalen der Reichsanstalt nicht nachweisen.

Die Ergebnisse der Untersuchungen werden demnächst veröffentlicht.

13. Hochfrequenzuntersuchungen mit der Braunschen Röhre[3]).

Die Untersuchungen über die Kurvenform und Phase der Schwingungen in fremderregten Röhrensendern mit Hilfe der hierfür gebauten Braunschen Röhre haben gezeigt, daß die Vorstellungen, die man sich auf theoretischem Wege über die Vorgänge im Röhrensender gemacht hat, im wesentlichen zu Recht bestehen. Abweichungen ergaben sich nur in wenigen Punkten.

Die in den Berechnungen vorausgesetzte Sinusform der Gitterspannung ist beim Auftreten von Gitterstrom nicht mehr realisierbar. Die Kurvenform der Gitterspannung wird infolge des induktiven Spannungsabfalles in der Gitterspule unsymmetrisch. Da nun beim Auftreten stärkerer Gitterströme der Anodenstrom bekanntlich eine Einsattelung erhält, so werden die beiden Maxima, welche diese Einsattelung einschließen und welche nach der Theorie bei Resonanz gleich groß sein sollen, infolge der unsymmetrischen Gitterspannung ungleich.

Der Emissionsstrom bewirkt eine Erhöhung der Fadentemperatur, die in der Theorie nicht

[1]) Grüneisen und Merkel, *Zeitschr. f. Physik 2. S. 277. 1920.*
[2]) Giebe, Zickner.
[3]) Alberti, Zickner.

berücksichtigt ist. Die Leistungscharakteristiken in Abhängigkeit von der Gitterwechselspannung zeigen daher einen von der Theorie abweichenden Verlauf.

Bei hohen Frequenzen überlagern sich dem Gitter- und dem Anodenstrom merkbare kapazitive Ladeströme, die man durch geeignete Anordnung der Senderteile wohl verringern, aber nicht beseitigen kann.

Die Ergebnisse der Versuche an fremderregten Röhrensendern sind veröffentlicht (Anhang 2 Nr. 34).

Im weiteren Verlauf der Untersuchungen wurde der geschlossene Schwingungskreis durch einen offenen (Luftleiter) ersetzt. Die Vorgänge in der Röhre sind dieselben wie beim Einschalten eines Dämpfungswiderstandes in den Schwingungskreis.

Die Untersuchungen wurden ferner auf das Gebiet der Schwebungserscheinungen ausgedehnt, die man z. B. beim Empfang ungedämpfter Wellen mit Hilfe eines Überlagerers erhält.

14. Untersuchungen an Glühkathodenröhrchen[1]. Die Anwendung der im Tätigkeitsbericht des letzten Jahres 1920 S. 21 mitgeteilten Energieverteilungsformel für das kontinuierliche Röntgenspektrum auf verschiedene Formen des zeitlichen Verlaufes der Form der Spannung an der Röhre ergibt einen erheblichen Einfluß der Form der Spannungskurve auf den Wirkungsgrad sowie einen gewissen, wenn auch geringeren Einfluß auf die Qualität der Strahlung der Röhre. Danach ist am günstigsten eine konstante Gleichspannung. Weniger günstig ist ein sinusförmiger Spannungsverlauf. Noch ungünstiger ist eine geradlinig oder gar nach oben konkav ansteigende und abfallende Spannungskurve mit scharfer Spitze. Die Bedeutung des Spannungsverlaufes für die praktische medizinische Anwendung wurde dargelegt. Diese Arbeiten sind veröffentlicht (vgl. Anhang 2, Nr. 35 und 36). Es erschien somit, um weitere Grundlagen für die Dosierungsfrage zu gewinnen, notwendig, den jeweils beim Betriebe an der Röntgenröhre vorhandenen Spannungsverlauf zu ermitteln. Hierfür wurde eine Versuchsanordnung ausgearbeitet.

15. Die Messung des Eigenverbrauchs von Induktionszählern in der Brücke[2]. A. Spannungsspule. Der Eigenverbrauch ist bei modernen Zählern zum Teil so klein, daß man mit empfindlichen Spezialwattmetern mit Bandaufhängung nur wenige Skalenteile Ausschlag bekommt; will man zur Bestimmung des Leistungsfaktors den Strom messen, so muß man Spiegeldynamometer oder Thermoelemente im Vakuum verwenden. Neuerdings hat man die Messung auch mit dem Wechselstromkompensator ausgeführt. Sehr einfach gestaltet sich die Messung in der Brücke nach Fig. 8.

Z ist die zu messende Spannungsspule, *R* ein fester Wattmetervorschaltwiderstand, z. B. 20000 Ohm, *M* eine feste gegenseitige Induktivität, *r* und ϱ kleine regelbare Widerstände, durch

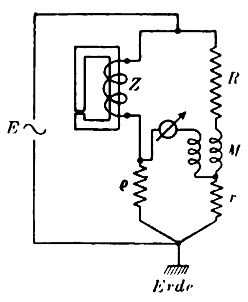


Fig. 8. Zählerspannungsspule in der Brücke.

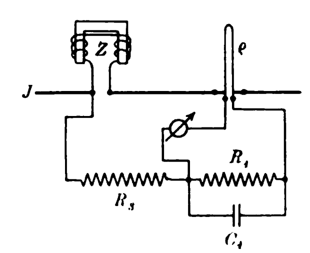


Fig. 9. Zählerstromspule in der Brücke.

deren Verstellung das Vibrationsgalvanometer auf den Ausschlag 0 gebracht wird, mit ϱ wird die Amplitude der Spannung an ϱ, mit *r* vorwiegend die Phase der gegengeschalteten Spannung geregelt, die beiden Verstellungen sind sehr wenig voneinander abhängig. Die in der Zählerspule verbrauchte Leistung ist mit erlaubten Vernachlässigungen

$$N = \frac{E^2 \cdot r}{R\,\varrho}.$$

---

[1] Behnken.
[2] Schering.

Der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ ergibt sich aus $\operatorname{cotg}\varphi = \frac{r}{\omega M}$ zu

$$\cos\varphi = \frac{r}{\omega M} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{r}{\omega M}\right)^2}} = \frac{r}{\omega M}\cdot f.$$

Den Faktor f zeichnet man sich graphisch als Funktion von $\operatorname{cotg}\varphi = \frac{r}{\omega M}$ auf, für $\operatorname{cotg}\varphi = 0{,}2$ ist er 0,96, bei $\operatorname{cotg}\varphi = 0{,}5$ sinkt er nur auf 0,80.

Die gegenseitige Induktivität M wurde zu $\frac{1}{4\pi} = 0{,}08\,H$ gewählt, sie war auf zwei gleiche nebeneinander befestigte Rollen verteilt, deren Windungsrichtungen so geschaltet waren, daß die Wirkung von Streufeldern herausfällt; die Summe der Induktivitäten der Primärspulen war, um die durch sie bedingten Phasenfehler klein zu halten, nur 0,04 H groß gemacht. Für die gebräuchlichste Frequenz $\omega = 2\pi \times 50$ wird dann $\cos\varphi = 0{,}04\cdot r\cdot f$. Da der Leistungsfaktor zwischen 0,3 und 0,5 zu liegen pflegt, bewegt sich r zwischen Werten von 7 bis 13 Ohm. Bildet man r als Schleifdraht aus, so kann man ihn neben einer Teilung in Ohm auch noch mit einer Teilung $\cos\varphi$ für 50 per/s versehen; ϱ bewegt sich etwa zwischen 20 und 70 Ohm.

Die Einstellung von r und ϱ ändert sich nicht merklich, wenn man die Spannuung um mehrere Prozent erhöht oder erniedrigt, man braucht also für die Messung nur annähernd die Spannung richtig einzustellen und berechnet die Leistung für die Nennspannung.

B. Stromspulen. Der Eigenverbrauch derselben ist wegen der geringen Spannung nicht mit Zeigerinstrumenten, sondern nur mit Spiegeldynamometer oder Elektrometer unter Verwendung von Hilfsspannungen zu messen. Gegenüber der Messung mit dem Wechselstromkompensator gestaltet sich auch hier die Brückenmessung wesentlich bequemer. In Fig. 9 ist Z die Stromspule des Zählers, ϱ ein induktionsfreier Strommeßwiderstand, R_3 und R_4 Widerstände von hohem Betrage, C_4 eine Kapazität. Am bequemsten ist die Messung mit einem Dreidekadenkurbelkondensator bis 1 μF von Siemens und Halske bei konstantem R_3 und veränderlichem R_4, doch ist auch die Nulleinstellung bei unveränderlichem $C_4 = 1\,\mu$F und veränderlichem R_3 und R_4 ohne Schwierigkeit zu erzielen. Die in der Zählerspule verbrauchte Leistung ist

$$N = J^2\varrho\cdot\frac{R_3}{K_4},$$

ferner

$$\operatorname{cotg}\varphi = \frac{1}{R_4\,\omega\,C_4},$$

$$\cos\varphi = \frac{1}{R_4\,\omega\,C_4}\cdot f.$$

Die Verbindung zwischen Zählerspule und Strommeßwiderstand wird man möglichst kurz und stark wählen, damit der Spannungsabfall an derselben klein ist gegen den an der Zählerspule. Durch eine zweite Messung, bei der man den Anfang von R_3 von dem Anfang der Zählerspule abnimmt und an das Ende derselben legt, kann man die von der Verbindungsleitung aufgenommene Leistung gesondert bestimmen. Bei Nennstromstärken über 10 A bedient man sich zweckmäßig eines Stromwandlers, den man nach Fig. 10 schaltet. Ist $\ddot{U}$ das Übersetzungsverhältnis und δ sein Fehlwinkel in Minuten, dann ist

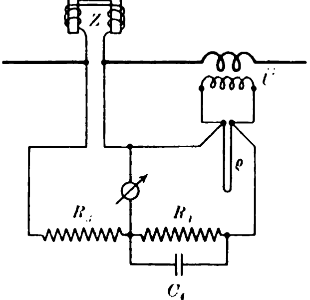


Fig. 10. Zählerstromspule in der Brücke mit Stromwandler.

$$N = J^2\varrho\frac{1}{\ddot{U}}\frac{R_3}{R_4}\,[1 - 3\times 10^{-4}\cdot\delta\cdot R_4\,\omega\,C_4]$$

$$\operatorname{cotg}\varphi = \frac{1}{R_4\,\omega\,C_4}\left[1 - 3\times 10^{-4}\,\delta\left(R_4\,\omega\,C_4 + \frac{1}{R_4\,\omega\,C_4}\right)\right].$$

Bei guten Wandlern kann man die Korrektionsglieder [ ] vernachlässigen.

Auch hier ändert sich die Brückenabgleichung nicht, wenn der Strom um mehrere Prozent

erhöht oder erniedrigt wird, man braucht ihn daher nur ungefähr auf den Nennwert einzustellen und rechnet die Leistung mit dem Nennstrom aus.

16. Vierleiter-Drehstrom-Wattmeter [1]. Zur Messung der Leistung in einem Vierleiterdrehstromnetz wurden bisher 3 Wattmeter benötigt; die Prüfung eines solchen Zählers in einem solchen Netz bei schwankender Last, z. B. in einem Gehöft während des Dreschens, wird durch das Ablesen von drei hin und her zuckenden Zeigern sehr mühsam und auch ungenau, wenn nicht dem Beobachter der drei Instrumente noch eine Hilfskraft für das Aufschreiben der Ablesungen zur Verfügung steht. Bei dem meist sehr beschränkten Raum ist außerdem häufig die unbeeinflußte Aufstellung von 3 Wattmetern nebeneinander außerordentlich schwierig. Es wurde daher ein Meßverfahren mit einem Drehstromwattmeter in Verbindung mit 3 Stromwandlern ausgebildet, wobei nur ein einziger Zeiger zu beobachten ist. Die Schaltung Fig. 11 ist der von Aron[2]) angegebenen und bei den BDU-Zählern der Bergmann Elektrizitätswerke A.-G.[3]) angewendeten nachgeahmt, welche zur Voraussetzung hat, daß die Summe der drei Sternspannungen 0 ist.

Die beiden Systeme des Drehstromwattmeters beeinflussen sich nun gegenseitig ein wenig. Legt man nur die eine Spannungsspule an Spannung, so bringt der Strom J, in der zugehörigen Stromspule fließend, den Ausschlag α hervor, in der anderen Stromspule fließend, den kleinen Ausschlag $p\alpha$. Der Beeinflussungsfaktor p ist bei dem Wattmeter der Reichsanstalt 0,03. Ad. Franke[4]) hat eine sinnreiche Abänderung der gewöhnlichen Zwei-Wattmeter-Aronschaltung für das Drehstromwattmeter ohne Nulleiter angegeben, durch welche die gegenseitige Beeinflussung sich kompensieren läßt. Die Schaltung geht aus Fig. 11 hervor, wenn man sich den Stromwandler in Phase 2 fortdenkt. Die gegenseitige Beeinflussung fällt heraus, wenn:

$$\frac{r_1}{1-p} = \frac{r_3}{1-p} = \frac{r_2}{p}$$

ist.

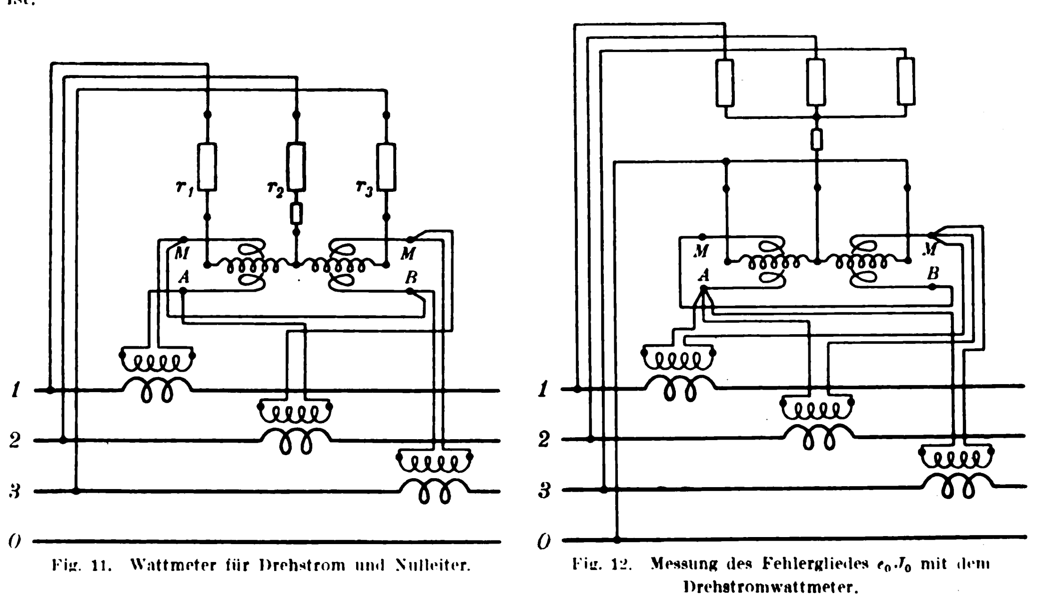


Fig. 11. Wattmeter für Drehstrom und Nulleiter.

Fig. 12. Messung des Fehlergliedes $e_0 J_0$ mit dem Drehstromwattmeter.

Für die Messung von Drehstrom mit Nulleiter nach Fig. 11 ergab die Rechnung nun eine Beseitigung der gegenseitigen Beeinflussung, wenn

$$\frac{r_1}{1-p} = \frac{r_3}{1-p} = \frac{r_2}{1+2p}$$

ist.

[1]) Schering, Reichardt.
[2]) E.T.Z. 1901. S. 215.
[3]) E.T.Z. 1909. S. 519.
[4]) V. Sack, E.T.Z. 1907. S. 268.

Messungen bei verschiedenen Belastungen und Phasenverschiebungen mit starkem Strom im Nulleiter ergaben, daß das mit solchen Widerständen ausgerüstete Drehstromwattmeter sehr gut von der gegenseitigen Beeinflussung der Systeme befreit war.

Ist die Summe der drei Sternspannungen nicht 0, sondern e_0, so wird die Leistung nach der obigen Methode um den kleinen Betrag $\frac{1}{3}\, e_0 J_0$ falsch gemessen, wobei $\frac{1}{3}\, e_0$ die Spannung des Nulleiters gegen einen künstlichen Nullpunkt ist, der durch drei gleiche in Stern an die drei Netzleiter geschaltete Widerstände erzeugt zu denken ist. E. Orlich[1]) hat darauf hingewiesen, daß die Spannung e_0 nicht nur durch schiefe Belastung, sondern auch durch Oberwellen der 3ten, 9ten usw. Ordnung in den Sternspannungen auftreten kann, und gezeigt, wie man das Fehlerglied $e_0 J_0$, das auch bei allen Zählerschaltungen für Drehstrom mit Nulleiter bei nur zwei messenden Systemen zu $^1/_3$ eingeht, mit einem Wattmeter messen kann, dessen Spannungsspule zwischen einen künstlichen Nullpunkt und den Nulleiter gelegt ist und dessen Stromspule von dem Strom im Nullleiter durchflossen wird. Durch eine Umschaltung auf die Schaltung nach Fig. 12 kann nach Beendigung der Hauptmessung das Fehlerglied $e_0 J_0$ mit dem Drehstromwattmeter gesondert gemessen werden; die Umschaltung läßt sich mit einer hierfür hergestellten Schalteinrichtung unter selbsttätigem sekundären Kurzschließen der Wandler ohne Unterbrechen des Betriebes mit wenigen Griffen bewerkstelligen. Nach den bisherigen Versuchen wird man das Fehlerglied vernachlässigen können, sofern nicht eine ausgesprochene einseitige Belastung vorhanden ist.

17. Verwendung des magnetischen Spannungsmessers in der Kompensationsschaltung[2]).

Der von Rogowski und Steinhaus[3]) angegebene magnetische Spannungsmesser hat bei Anwendung von Wechselstrom den Nachteil, daß die auftretenden elektrischen Spannungen sehr klein sind und sich darum schwer direkt messen lassen. Es wurde deswegen versucht, die von Schering und Engelhardt[4]) angegebene Schaltung zur Messung gegenseitiger Induktivitäten auf die Messungen mit dem magnetischen Spannungsmesser zu übertragen.

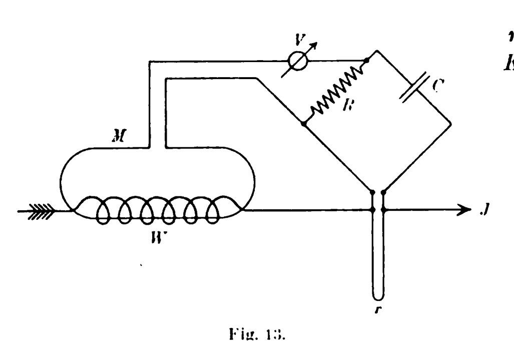


Fig. 13.

Bei der Eichung umschlingt der Spannungsmesser (Fig. 13) eine Spule W bekannter Windungszahl (W). Die im Spannungsmesser M auftretende elektrische Spannung E wird über das Vibrationsgalvanometer V gegen die an dem variablen Widerstand R auftretende Spannung geschaltet. R liegt, in Serie mit der festen Kapazität C, parallel zu dem von dem Strom J der Spule durchflossenen festen Widerstand r. Die Konstante des Spannungsmessers, d. i. die pro Amperewindung auftretende elektrische Spannung, ist dann

$$K = \frac{r \cdot R}{W \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \text{oder da} \quad R \ll \frac{1}{\omega C}, \quad K = \frac{r \cdot R \cdot \omega C}{W}.$$

Die Stromstärke fällt also heraus und Schwankungen der Stromstärke gehen in die Messung nicht ein. Dem Spannungsmesser selbst wird kein Strom entnommen. Mit dem vorliegenden Spannungsmesser konnten Bruchteile einer Zehntel A.W. bestimmt werden.

Soll nun mit dem Spannungsmesser eine magnetischen Spannung, welche eine Funktion $F(J)$ der Stromstärke J ist, gemessen werden, und besteht zwischen $F(J)$ und J der Phasenwinkel δ, so muß zwischen R und C noch ein variabler Widerstand R_1 eingeschaltet werden, um die auftretende Phasenverschiebung zu kompensieren. Es ergibt sich dann die gesuchte magnetische Spannung im Verhältnis zur Stromstärke:

$$\frac{F(J)}{J} = \frac{1}{E_0} \cdot \frac{r \cdot R}{(R + R_1)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}},$$

[1]) E. Orlich, *E.T.Z. 1907. S. 71.* — [2]) Engelhardt.
[3]) *Arch. f. Elektrot.* **1.** *S. 141. 1912.*
[4]) Tätigkeitsbericht der Reichsanstalt für 1919. *Diese Zeitschr.* **40.** *S. 122. 1920.*

wobei

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{cotg} \delta = \frac{1}{(R + R_1)\, \omega C}.$$

Beispielsweise konnte die von Alberti und Vieweg[1]) an Stromwandlern mit Hilfe von Wattmeter, Doppelmaschine und Spannungsmesser ausgeführten Messungen des Magnetisierungsstromes J_0 mit obiger Schaltung in einfachster Weise ausgeführt werden.

18. Bestimmung der Phasenfolge in Drehstromsystemen[2]).

Die Lage des Sternpunktes in dem Spannungsdreieck eines Dreiphasen-Wechselstromsystems bestimmt sich aus dem Widerstandsverhältnis der drei in Stern geschalteten Belastungen. Enthalten die Belastungen Blindwiderstände, so ist die Lage des Sternpunktes außerdem von der zeitlichen Folge der 3 Phasenspannungen abhängig. Schaltet man daher eine Induktionsspule, z. B. die Spannungsspule eines Wechselstromzählers (T. W. Varley, *El. World 466. 1917*) in Stern mit einem induktionsfreien Widerstand und mit einem Voltmeter (W. V. Lyon, *El. World 968. 1917*) oder mit zwei Glühlampen, so kann aus der Größe des Ausschlags des Voltmeters bzw. aus der größeren oder geringeren Helligkeit der einen oder der anderen Lampe auf die Phasenfolge geschlossen werden. Wesentlich größere Verschiebungen des Sternpunktes erhält man bei Verwendung eines reinen Blindwiderstandes, eines Kondensators, in Verbindung mit zwei induktionsfreien Widerständen. Die Verteilung der Spannungen zeigt das Diagramm Fig. 14. RS, ST, TR stellen die verketteten Spannungen des Dreiphasensystems dar, OR enthält den Kondensator, OS und OT je eine Glühlampe von gleichem Widerstande. Die geometrische Sternpunktskonstruktion liefert bei dieser Anordnung Sternpunkte (O), die sämtlich auf dem Kreise über RA liegen, und zwar auf dem ausgezogenen Teile, wenn die Phasenfolge RST, auf dem gestrichelten Teile, wenn die Phasenfolge RTS ist. Die Lage von O auf dem Halbkreise ist bestimmt durch das Verhältnis der Widerstände des Kondensators und der Lampen. Es läßt sich nun berechnen, daß der größte Helligkeitsunterschied der Lampen erhalten wird, wenn der Scheinwiderstand des Kondensators gleich dem Widerstandswerte der parallel geschalteten Lampen ist. Das führt bei Verwendung gewöhnlicher Metallfadenlampen (110 V) zu Kapazitäten von etwa 10 Mikrofarad, deren Verwendung für den vorliegenden Zweck ausgeschlossen ist. Die Konstruktion eines handlichen Apparates von kleinen äußeren Dimensionen (3 × 9 × 10 cm) war dagegen möglich bei Anwendung von kleinen Signallämpchen, wie sie in der Telephonie benutzt werden, denen Silitwiderstände von mehreren tausend Ohm vorgeschaltet wurden. Als Kapazität genügte dann ein kleiner Papierkondensator (etwa 2 × 3 × 5 cm) von 1 Mikrofarad. Die Verschiebung des Sternpunktes war so erheblich, daß bei Spannungen von 100 bis 200 V des Dreiphasensystems die eine Lampe dunkel blieb; durch einen zweiten Kontakt wird den Lampen noch je ein weiterer Silitwiderstand vorgeschaltet, so daß die Einrichtung für Phasenspannungen bis 400 V brauchbar ist. Die Lampen sind bei dem Apparat durch Fenster aus mattiertem Glase abgedeckt; die aufleuchtende Lampe erhellt das sie bedeckende Fenster und macht eine Schriftschablone sichtbar, die die Phasenfolge angibt.

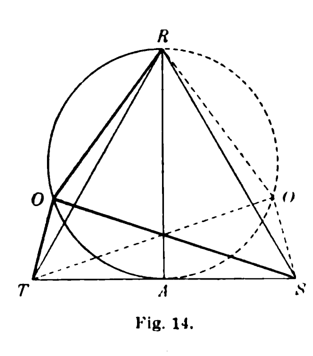


Fig. 14.

19. Messung des Oberflächenwiderstandes von Isolierstoffen[3]).

Es wurde untersucht, welchen Einfluß es hat, wenn bei der Messung des Oberflächenwiderstandes nach den Vorschriften des Verbandes Deutscher Elektrotechniker mit dem in der Reichsanstalt ausgebildeten Normalapparat die zu prüfende Isolierstoffplatte auf eine geerdete Unterlage gelegt wird. Es ergab sich, daß mit der geerdeten Unterlage nur bei mäßig isolierenden, oder bei sehr dünnen Platten der Widerstand merklich größer gemessen wird als ohne die geerdete Unterlage. Die Anordnung ohne geerdete Unterlage entspricht aber der praktischen Anwendung des Isolierstoffes in den meisten Fällen; da die Messungen an Normalplatten vorgeschriebener Abmessungen ausgeführt werden, sind die Ergebnisse definiert. Es hat im allgemeinen keinen Zweck, bei dieser für die abgekürzte Prüfung von Isolierstoffen bestimmten Methode einen Teil der im Innern des Isolierstoffes verlaufenden Stromlinien abzufangen, um den Oberflächenwiderstand reiner zu erhalten. Es erscheinen lediglich schlechte Isolierstoffe dadurch günstiger.

[1]) *Arch. f. Elektrot. 2. S. 208. 1913.* — [2]) Schmidt. — [3]) Dieterle.

20. Schutzerdung bei der dielektrischen Verlustmessung von Hochspannungskabeln[2].

Die in der Reichsanstalt ausgebildete, von **Schering** angegebene Methode[1]) der Messung der dielektrischen Verluste bei Hochspannung gestattet die Untersuchung kurzer Kabelstücke von wenigen Metern Länge. Hierbei würde der Einfluß der Enden, wo eine ungünstige Feldverteilung herrscht, stören, es wurde deshalb eine Schutzring-Erdung angewandt, welche die Ströme an den Enden von der Messung ausschließt. Bei Einfachkabeln wurde an den Enden ein schmaler, ringförmiger Streifen aus dem Bleimantel herausgeschnitten, so daß ein isolierter Bleiring von einigen Zentimetern Breite als Schutzring stehen blieb. Bei dem Dreileiterkabel wurden außerdem über die einzelnen Leiter zylindrische Schutzzylinder aufgesteckt. Eine systematische Untersuchung wurde an einem guten Einleiterkabel für 50 KV Drehspannung, also betriebsmäßig 29 KV zwischen Leiter und Blei angestellt. Ohne Verstärkung der Isolation am Ende und ohne Schutzerdung nahm von 10 KV der $\cos\varphi$ stark mit der Spannung infolge der Glimmentladung zu, mit Schutzerdung ergab sich der $\cos\varphi$ merklich kleiner, wegen der Glimmentladung war jedoch nicht über 35 KV hinauszukommen. Ein Kabel, dessen Enden mit Ausgußmasse vergossen waren, wurde einige Zeit mit 50 KV beansprucht. In 20 Minuten stieg der $\cos\varphi$ von 0,025 auf 0,048, wenn keine Schutzringe angewendet wurden; mit geerdeten Schutzringen jedoch betrug $\cos\varphi$ anfangs 0,019 und änderte sich in 20 Minuten stetig zu 0,017. Die Wirkung des Schutzringes ist in die Augen fallend. Drittens wurde je ein Blechtrichter auf die Kabelenden aufgesetzt und mit Tränköl gefüllt. Bei kurzer Dauer der Einschaltung betrug

bei KV	10	30	50	60
$\cos\varphi$				
ohne Schutzerdung . .	0,005	0,010	0,015	0,018
mit Schutzerdung . .	0,005	0,010	0,015	0,015

Ein Unterschied ist also erst oberhalb 50 KV erkennbar. Bei einer Dauereinschaltung mit 50 KV ging aber ohne Schutzerdung der $\cos\varphi$ in 70 Minuten stetig auf 0,058 herauf, während er mit Schutzerdung in derselben Zeit sich nur auf 0,017 änderte. Bei dauernder Einwirkung der Spannung erweist sich also auch hier die Schutzerdung als notwendig. Die Verstärkung der Isolation an den Enden zur Vermeidung der Glimmentladung ist im Laboratorium durch die ölgefüllten Trichter sehr bequem herzustellen und weniger zeitraubend als das Vergießen.

An einem Dreileiterkabel für 25 KV Drehspannung wurde bis zu 50 KV die Schutzwirkung der Zylinder über den Leiter untersucht und als notwendig richtig befunden.

21. Untersuchung von Dynamobürsten[3].

Der Apparat zur Untersuchung der Dynamobürsten wurde fertiggestellt, so daß mit den Versuchen begonnen werden konnte.

22. Torsionsdynamometer[4].

Die Versuche über Torsionsdynamometer mit optischer Ablesevorrichtung wurden im wesentlichen zu Ende geführt, so daß die Ergebnisse demnächst veröffentlicht werden können.

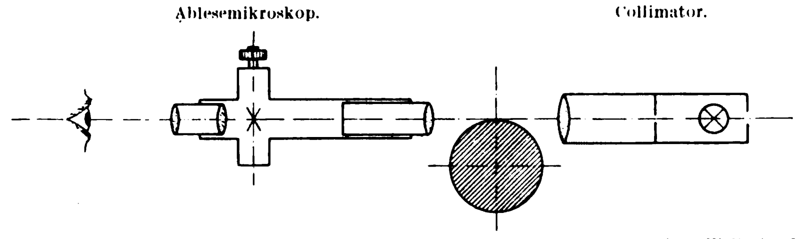


Fig. 15. Schematische Darstellung der Anordnung zur Messung der Verlagerung einer Welle im Lager mittels Beugungsstreifen.

[1]) Semm, *Arch. f. Elektrot. 1920. S. 30*; Schering, Dieterle, Tätigkeitsber. d. Reichsanstalt. *Diese Zeitschr. 41. S. 139. 1921.*

[2]) Dieterle.

[3]) Maschinenlaboratorium.

[4]) Vieweg.

23. Lagerreibung, Messung der Dicke der Ölschicht bei Lagern[1]).

In Verfolgung der Untersuchungen über Lagerreibung usw., die dank der sehr weit gehenden Unterstützung der Industrie wesentlich gefördert werden konnten, wurde eine Untersuchungsmethode gefunden, die eine ganz allgemeine Erfassung des Lagerproblems gestattet. Während die früher angewandte Raster-Methode nur an Endlagern anwendbar ist, zur Klärung der hier in Frage kommenden Vorgänge aber die Beobachtung an jedem beliebigen Lager notwendig scheint, gestattet das neue Verfahren sowohl die Lage der Welle bei den früher ausschließlich beobachteten stationären Zuständen zu messen, als auch die einzelnen Phasen der Verlagerung beim An- und Auslauf fortlaufend photographisch festzuhalten. Es war möglich, noch Vorgänge zu unterscheiden, die sich in Zeitabschnitten bis zu $^1/_{100}$ Sekunde abspielten. Das Verfahren beruht auf der Verwendung von Beugungsstreifen. Die Anordnung ist aus Fig. 15 zu ersehen. Der Apparat besteht im wesentlichen aus 2 Teilen, dem Beobachtungsmikroskop mit dem Okularschraubenmikrometer und dem Kollimator, die miteinander starr verbunden sind. Ihre gemeinsame Achse verläuft tangential zur Welle. Das Mikroskop ist auf den Berührungspunkt der optischen Achse mit der Welle eingestellt. In der Brennebene des Kollimatorobjektives befindet sich ein zur Welle paralleler Spalt, der durch eine Lichtquelle beleuchtet wird.

Durch die Beobachtung der bei dieser Anordnung auftretenden scharfen Beugungsstreifen mit dem Okularschraubenmikrometer kann die Verlagerung der Welle senkrecht zur Achse des Beobachtungsapparates gemessen werden. Um beide Koordinaten der Verlagerten Wellenachse zu ermitteln sind zwei Apparate notwendig, die gegebenenfalls zu einem vereinigt werden können. Diese Anordnung dient ausschließlich zur Beobachtung stationärer Verlagerung. Sie eignet sich jedoch nicht nur für das Prüffeld, sondern auch für den Betrieb. Die Verlagerung der Wellen ist mit einer Genauigkeit von etwa 1 μ meßbar.

Fig. 16 zeigt einen Teil einer photographischen Aufnahme für die Vertikalbewegung einer Welle in einem Lager beim Anlauf.

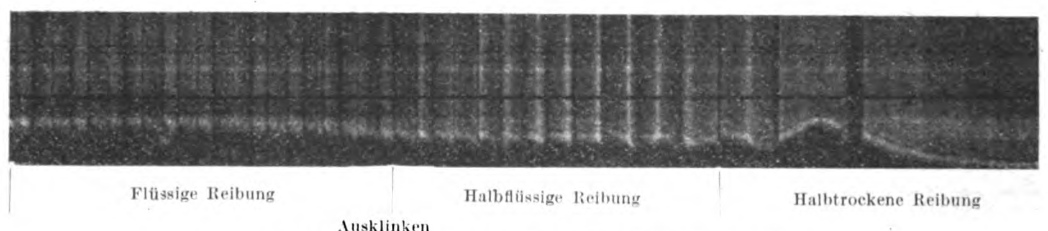


Fig. 16. Vertikalbewegung einer Welle im Lager beim Anlauf.

24. Kippmoment von Synchronmaschinen[2]).

Zunächst wurde eine optische Methode zur Ermittlung des Phasenverschiebungswinkels Θ_e zwischen der EMK E und der Klemmenspannung P bei Synchron-Maschinen ausgearbeitet und zwar durch singgemäße Übertragung des Prinzipes der optischen Ablesevorrichtung bei Torsionsdynamometern (vgl. Tätigkeitsbericht 1913, S. 156).

Ein Synchron-Motor M (Fig. 17), der an demselben Netz liegt wie die zu untersuchende Maschine U, trägt auf der Welle eine Scheibe mit Skala aus durchsichtigem Zelluloid. Koaxial zu dieser Maschine steht die zu untersuchende Maschine U, auf deren Welle sich eine Scheibe mit einem unter 45° zur Scheibenebene geneigten Spiegel befindet. Rotieren nun die Skala und die Scheibe mit dem Spiegel mit derselben synchronen Geschwindigkeit und ist der Abstand b der Skala vom Spiegel gleich dem Abstand a des Spiegels von der Rotationsachse, so erscheint in dem Spiegel $\perp$ zur Rotationsachse ein feststehendes Bild der beleuchteten Skala. Wird die Maschine U als Motor oder als Generator über das Torsionsdynamometer mit der Maschine V betrieben, so verschiebt sich die Scheibe mit dem Spiegel relativ zur Skala nach rückwärts oder vorwärts. Diese Verschiebung $\Theta_r{}^0$, die der räumlichen Nach- oder Voreilung des Polrades von U entspricht, kann mit einem Index, den der Spiegel trägt, an der Skala abgelesen werden. Der elektrische Winkel ist dann $\Theta_e = p \cdot \Theta_r$, wenn p die Polpaarzahl von U bedeutet.

[1]) Vieweg, Wetthauer.
[2]) Menzel.

Haben nun U und M verschiedene Polpaarzahlen, z. B. p_1 bzw. p_2, so muß der Abstand der Skala vom Spiegel $b = a \frac{p_1}{p_2}$ gemacht werden, um wieder ein stillstehendes Bild zu erhalten. Der Winkel $\Theta_r{}^0$ ist dann mit p_2 zu multiplizieren, um $\Theta_e{}^0$ zu erhalten, den Winkel zwischen der EMK E und Klemmenspannung P. Hat also M die Polpaarzahl $p_2 = 1$, so ist der abgelesene räumliche Winkel stets gleich dem elektrischen Phasenverschiebungswinkel Θ_e. Mit dieser Anordnung wurde nun eine dreiphasige Synchron-Maschine mit ausgeprägten Polen untersucht. Das Drehmoment in Funktion von Θ_e ergibt eine sinusähnliche Kurve, deren Maximalamplitude das Kippmoment als Generator bzw. als Motor darstellt. Wird das Drehmoment noch mehr vergrößert, so fällt die Maschine außer Tritt. Bei verschiedenen konstanten Erregungen der Maschine ergibt sich eine Schar sinusähnlicher Kurven, deren Maximalamplituden, in Funktion der Erregung oder der entsprechenden EMK aufgetragen, wieder eine sinusähnliche Kurve ergibt. Die Maximalamplitude dieser Kurve ergibt das höchst erreichbare Drehmoment der Maschine als Generator oder als Motor.

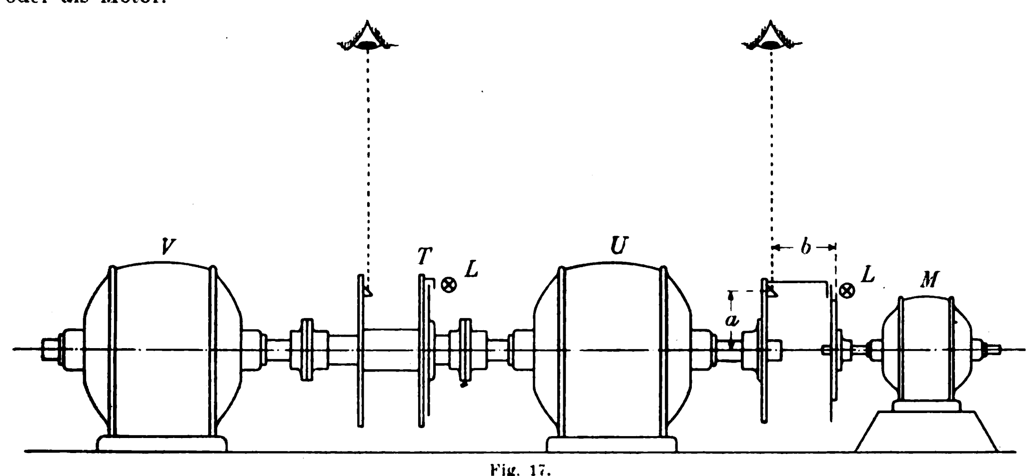


Fig. 17.

Die Versuche ergaben eine befriedigende Übereinstimmung mit der von Arnold-Lacour angegebenen Theorie der Synchron-Maschine.

Die Versuche wurden auch bei einphasiger Belastung der Maschine vorgenommen, sind jedoch noch nicht abgeschlossen.

25. Verbesserung der magnetischen Meßeinrichtungen[1].

Die Einrichtung zur Verlustmessung mit Wechselstrom ist durch Einführung eines empfindlichen Spiegeldynamometers an Stelle des Zeigerwattmeters und einer genaueren Methode zur Bestimmung der Periodenzahl erheblich verbessert worden, so daß bei den in Betracht kommenden Induktionen (bis etwa $B = 16000$) die Meßgenauigkeit auch für die besten hochlegierten Transformatorenbleche ausreichen dürfte. Die ebenfalls dringend notwendige Verbesserung der Meßeinrichtungen für Gleichstrom (Joche) konnte leider aus Mangel an Zeit nur wenig gefördert werden.

26. Versuche mit reinem Elektrolyteisen[2].

Die Versuche mit reinem, zum Teil im Vakuum geschmolzenen Elektrolyteisen sind abgeschlossen und veröffentlicht worden.

27. Einfluß der chemischen Zusammensetzung und thermischen Behandlung auf die Magnetisierbarkeit von Eisenlegierungen[2].

Auf Wunsch der Reichsanstalt hat die Firma Heraeus (Hanau) versucht, einige Legierungen aus reinstem Elektrolyteisen mit reinstem Si, Al und einer Kombination dieser beiden Zusätze im Vakuum zusammenzuschmelzen. Die Bearbeitung des zum Teil sehr spröden und harten Materials ist sehr schwierig; die Untersuchung konnte daher bis jetzt nur bei einer Legierung mit angeblich 2,5 % Si durchgeführt werden, und hat eine Koerzitivkraft von nur 0,095 Gauß sowie eine Remanenz von etwa 3000 CGS-Einheiten ergeben; das Material dürfte somit wohl als

[1]) Gumlich, Steinhaus.
[2]) Gumlich.

das beste bisher bekannte anzusehen sein, zu dessen genauer Untersuchung leider die bisherigen für die gewöhnlichen Materialien mittlerer Güte bestimmten Jocheinrichtungen der Reichsanstalt bei weitem nicht ausreichen. Da die geplante Verbesserung derselben bei den ungünstigen, durch die dauernde Zunahme der Prüfungsarbeiten beeinträchtigten Arbeitsverhältnissen des magnetischen Laboratoriums voraussichtlich noch erhebliche Zeit in Anspruch nehmen wird, sollen die weiteren Legierungen in Form von kleinen bewickelten Ringen untersucht werden, deren Herstellung allerdings recht umständlich und zeitraubend ist.

Die Fortführung der begonnenen Versuche mit Fe-P-Legierungen mußte aus Mangel an Zeit zunächst noch verschoben werden.

Die Untersuchung der Cr-C-Legierungen für Dauermagnete ist abgeschlossen, das Ergebnis ist veröffentlicht.

Die Versuche zur Herstellung eines verbesserten Magnetstahls sind mit Hilfe der Firma Fried. Krupp nach Möglichkeit und mit gutem Erfolg gefördert worden; zuletzt wurde ein Material erzielt, das bei gleich hoher Remanenz etwa die dreifache Koerzitivkraft besitzt, wie die besten W- und Cr-Stähle (etwa 210 gegen 70 Gauß) und somit zur Fabrikation von kurzen, gedrungenen Stab- und Hufeisenmagneten besonders geeignet erscheint. Die Versuche sollen noch weiter fortgeführt und vor ihrer Veröffentlichung zu einem gewissen Abschluß gebracht werden.

(Schluß folgt.)

Zur Astronomie und Mathematik bei den Arabern.

Von
Eilhard Wiedemann in Erlangen.

Wie ich von der Schriftleitung dieser Zeitschrift erfahre, haben die Mitteilungen auf historischem Gebiet von Herrn Dr. Frank und mir selbst ein gewisses Interesse erregt. Ich erlaube mir daher, einige weitere Angaben zu machen.

I.

Wertschätzung Euklids bei den Arabern.

Wie hoch die Geometrie und vor allem ihr Hauptvertreter Euklid bei den Arabern geschätzt wurden, lehren neben anderem Verse, die auf sie Bezug nehmen. Ich teile solche von dem Geometer *Abû ʿAlî* mit, von dem wir nur wissen, daß er um 1135 in Ägypten lebte, (vgl. Suter[1]) Nr. 213). Sie sind veröffentlicht in etwas von einander abweichender Form von *Ibn al Qifṭî* (S. 410) und *Ibn Challikân* (Text von Wüstenfeld Nr. 783. Übersetzung von de Slane, Bd. 3, S. 599) und lauten:

1) Du bist geheilt, o mein Herz, in der Liebe zu Genossen; an jedem Jüngling von ihnen hängt mein Sehnen. Gerade als ob mein Herz ein Zentrum wäre und sie den Umfang bildeten und mein Sehnen zu einem jeden von ihnen für mich eine Linie (ein Radius) wäre.

(Die Verse werden auch *Emîn al Daula ben al Talmîd,* einem christlichen Arzt und Presbyter zu Bagdad († 1164), zugeschrieben.)

2) Euklid ist die Wissenschaft, mit der Du zugleich das, was im Himmel und in den Ländern der Erde sich findet, umfassest.

Trotzdem man sie verwendet, wächst ihr Nutzen. Oh, wie trefflich ist diese Einrichtung!

Er (Euklid) ist eine Leiter und seine Sätze sind die Sprossen. Auf ihr steigt die Seele zum erhabenen Ort empor.

Wie edel ist dieser erhabene Ort und der, der emporsteigt!

[1]) Ich zitiere mit „Suter“ die ganz vortreffliche Schrift: H. Suter, Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke. Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, X. Heft. 1900.

II.

Charakteristik der Mathematik bei den Arabern.

Unter den arabischen Mathematikern der ersten Zeit nehmen die drei Söhne des *Mûsâ*, *Muḥammed*, *Aḥmed* und *Ḥasan* (s. Suter Nr. 43), die um die Mitte des neunten Jahrhunderts lebten, eine hervorragende Stellung ein.[1]) Ihnen verdanken wir die Übersetzung zahlreicher griechischer Werke in das Arabische und damit deren Erhaltung. *Muḥammed* zeichnete sich u. a. als Astronom aus und war als ein Politiker, der am Hof des Chalifen eine große Rolle spielte, tätig, *Aḥmed* war ein hervorragender Techniker und *Ḥasan* endlich ein einzig dastehender Geometer. Von ihm heißt es: „er war für die Geometrie wunderbar begabt und keiner kam ihm in ihr auch nur nahe. Alles, was er wußte, wußte er dank seiner Begabung (d. h. er war genial)", und ferner wird von ihm berichtet: „Er versenkte sich in geometrische Probleme so mit seinem Verstand, daß er sich in seinem Denken bei einer Versammlung von zahlreichen Leuten so in sie vertiefte, daß er von dem, was sie sagten, nichts hörte, ja davon gar nichts merkte. Das ist etwas, was bei denen, die sich mit Geometrie befassen, (leicht) vorkommt.[2])

Er selbst sagte: „Ich dachte eines Tages lange nach, dann unterbrach ich das Denken. Als ich mich hineinversenkte, da sah ich, wie die Welt sich vor meinen Augen verdunkelte, und ich hatte das Empfinden, als ob ich ohnmächtig oder im Traum wäre.

III.

Dichterische Schilderungen mathematischer und astronomischer Instrumente von *Ibn Kuschâgim*.[3])

Oben habe ich Verse auf die Geometrie und Euklid mitgeteilt; das Folgende gibt solche auf das Rechenbrett, den Zirkel und das Astrolab und zwar zunächst aus dem *Dîwân* des *Maḥmûd b. al Husain b. Schâhaq Ibn Kuschâgim*.[4]) Der Dichter starb nach einigen Quellen 350 d. *Higra* (961/962 n. Chr.), nach anderen 360 d. H. (971/972 n. Chr.). Er war Koch am Hof von *Saif al Daula*, einem *Hamdâniden*, der in Aleppo (964—977) regierte und auch der Gönner des berühmten Dichters *Mutanabbî* war. Den Namen *Kuschâgim* soll er sich nach einer Bemerkung in der in dem Beiruter Druck verwendeten Handschrift selbst beigelegt haben. Das „k" kommt von *kâtib* (Schreiber), das „sch" von *schâ'ir* (Dichter), das „a" von *adîb* (feingebildet), das „g" von *gawâd* (edles Pferd), das „m" von *munaggim* (Astronom). — Der *Dîwân* behandelt die allerverschiedensten Gegenstände, so Schwert und Schreibrohr, Lautenspielerin und

[1]) Zu den *Benû Mûsâ* vgl. auch „F. Hauser, Das Werk ist die *hijal* der *Benû Mûsâ*". (Abhandl. z. Geschichte d. Naturwissenschaften u. d. Med., Heft I, Erlangen 1922.)

[2]) Wie auf anderen Gebieten, so waren auch auf demjenigen der Mathematik Sammlungen von Anekdoten vorhanden. So berichtet *Ibn al Qifṭî* (S. 406) von *Abû Barza*, dem Rechner, von Bagdad, daß er bewandert war in der Rechenkunst, deren Kuriositäten, Anekdoten, der Ermittelung ihrer Eigentümlichkeiten und Seltsamkeiten. Darüber hat er Schriften verfaßt und hat in ihr auch Erfindungen gemacht. Er starb 910. — Aus einer solchen Schrift ist wahrscheinlich die obige Nachricht entnommen.

[3]) Bei der Übersetzung des Verses hat mich Herr Privatdozent Dr. O. Rescher in Breslau auf das liebenswürdigste unterstützt.

[4]) Zu unserem Verfasser vgl. C. Brockelmann, Arabische Literaturgeschichte 1, 85. Den Diwân habe ich in einem Beiruter Druck von 1893 benutzt. Herr Dr. van Arendonk in Leiden war so freundlich, einige Stellen in der Leidener Handschrift (cod. arab. 720) zu vergleichen, die in ihr allein enthaltenen Verse sind mit a, b, c bezeichnet.

Laute, Spiele mit der persischen Keule beim Wurfspiel, Tintenfaß, Wolke, Schnee, Stroh, Wein, Spiegel[1]), Tafel mit Sand (s. w. u.), Zirkel (s. w. u.), Astrolab (s. w. u.), *ṭargahára* (eine Wasseruhr, vgl. E. Wiedemann und F. Hauser, *Nova Acta der Leop. Akad.* ***100.*** *S. 30. 1915*), Pferd, Birne, Turteltaube, Gazelle, Hase, ägyptische Bohne, Melone, Jujuba, Quitte, Orange, Ebenholz, Linsenmus, Huhn mit Sauerampfer u. s. w.

Ich gebe nun die Übersetzung der Gedichte über die Rechnung mit dem Sand, den Zirkel und das Astrolab.

A.

Die Tafel für die Rechnung mit dem Sand.[2])

1. Die Tinte seines Schreibrohres ist [hier] der Sand auf Tafeln, deren Linien die Rechnung bildet.[3])

2. Auf ihm (dem Sand) kann man [die Schriftzeichen] beliebig oft auslöschen oder fortnehmen, ohne daß dadurch das Buch schwarz wird.

3. Bis daß die Wahrheit und das richtige Resultat sich ergibt, und dabei ist es weder persisch noch arabisch.[4])

B.

Bitte um Übersendung eines Zirkels.

1. Schenke mir Deinen Zirkel, an dem die Hände des Schmiedes Wunderdinge vollbracht haben.

2. Gleichmäßig (eben) sind seine beiden Klingen (Schenkel, *schafra*) zusammengefügt, auf keiner Seite findet sich ein Fehler oder Makel.

3. Zwei Einzelgebilde sind es, zu einer Form zusammengepaart und höchst sinnreich zusammengefügt.

4. Am meisten ähneln sie in ihrer Verbindung einem Freund, der seines Gefährten nicht überdrüssig wird (d. h. fest an ihm hängt).

[1]) Das Gedicht behandelt einen vom Dichter am *mihragân*-Fest (um das Herbstaequinoktium) verschenkten Spiegel, den er als das wertvollste Geschenk preist, da er das Antlitz des beschenkten Beschauers wiederspiegelt, also gleichsam diesen selbst darstellt.

Interessant ist, daß in dem Gedicht Euklid erwähnt wird; es heißt: „Man möchte sagen, der Grieche Euklid hat in ihm die Form des Runden in bezug auf Gestalt und Gleichmaß (d. h. in höchster Vollkommenheit) gebildet." — Ferner heißt es: „Durch seine Zurückwerfung macht er die Strahlen gleich, so daß ihr Ausgehen und ihr Zurückkommen gleich sind. (Der Dichter will wohl sagen, daß der vom Auge ausgehende Sehstrahl und der dann vom Gegenstand zum Spiegel zurückgeworfene gleich sind, also der Beschauer wirklich sich selbst sieht.) *Ibn Kashâgim* will offenbar seine Gelehrsamkeit zeigen.

[2]) Rechnungen wurden vielfach auf Tafeln, die mit Sand bestreut waren, ausgeführt. Die dabei benutzten Zahlzeichen hießen *ġubâr*-Zahlen, d. h. Sandzahlen (s. M. Cantor, Geschichte der Mathematik. Dritte Auflage I, 712.)

Es gibt ein Werk von *Amîn al Dîn al Abaharî* († 1332) (Berlin Nr. 5975) mit dem Titel: „Genügende Kapitel über die Rechnung mit der Tafel und dem Griffel (*al tacht wa'l mîl*). Ferner wird erwähnt eine Schrift über die Tafel und die Rechnung (*al tacht wa'l ḥisâb*), die *Muḥ.-b. ʿAbd Allâh Abû Nasr el Kalwâzî* (*Ibn al-Qifṭî* S. 288) verfaßt hat, der vor und nach dem Bujidensultan *ʿAḍud al Daula* (949—982) in Bagdad lebte und in der Lehre vom Rechnen, der Geometrie und Astronomie bewandert war.

Solche Tafeln dienten auch zu geomantischen Zwecken; die Geomantie hieß geradezu Wissenschaft des Sandes *ʿIlm al raml* (E. Wiedemann, Beiträge LVII, 11 und 13). Ausführliche Nachweise zu der Tafel des Sandes finden sich in O. Reschers Schrift: Studien über den Inhalt von 1001 Nacht (Kap. Aberglaube). (Habilitationsschrift Breslau 1919.)

[3]) D. h. man schreibt nicht auf der Tafel, sondern man rechnet auf ihr; wir würden sagen, die in den Sand gezogenen Linien dienen zum Rechnen.

[4]) „*iʿgâm walâ iʿrâb*" kann man auch übersetzen, ohne daß doch von Punktierung und Vokalisierung wie beim Schreiben von Worten die Rede wäre.

5. Fest sitzt in ihm der Stift (Nagel, *mismâr*), der sich den Blicken der Beschauer entzieht (er ist wohl eingelassen).

6. Das Auge dessen, der ihn erblickt, muß glauben, daß er in die Form der Gleichmäßigkeit (d. h. in eine Form, die genau richtige Gestalten gibt), gegossen sei.

7. Er (der Nagel) verbindet die beiden Teile so fest, wie sich ein Liebender mit dem Geliebten verbindet.

8. Der, der den Zirkel betrachtet, erweist sich um so erpichter auf ihn, je mehr er ihn in den Fingern hin- und herdreht.

9. Jedesmal, wenn er ihn betrachtet, pflegt er zu sagen: Heil dem, der solch' ein Stück besitzt, Heil!

10. Er besitzt ein scharfes Auge (?), mit goldenem Überzug; dadurch erhält er einen dauernden Goldglanz.[1]

11. Man gelangt durch ihn zum Richtigen und durch ihn strebt man nach dem Richtigen.

12. Hätte man keinen Zirkel, so könnte man keinen genauen Kreis beschreiben, und die Berechnung (Konstruktion) könnte nicht richtig durchgeführt werden.[2]

13. Auf ihm beruht die Wahrheit; willst Du Dich aber zur Konstruktion des Kreises eines anderen Hilfsmittels bedienen, so gibt die Berechnung (Ausmessung) nur ein Ungefähr.[3]

14. Hätte Euklids Auge ihn erblickt, so hätte er sich betend niedergeworfen.

15. Schicke ihn mir zusammen mit einem Lineal, dann erwirbst Du Dir Lob und Ehre zugleich.

16. Mögest Du stets Weisheit besitzen und neue erwerben und mögest Du stets dem Freunde Geschenke geben und [von ihm] beschenkt werden.

C.

Beschreibung des Astrolab.[4]

1. Kreisrund gleich des Vollmondes Gestalt, von ganz besonderer Schönheit der Form verfertigt [ist das Astrolab].

---

[1]) Der Vers ist nicht ganz klar. Mit dem scharfen Auge kann gemeint sein, daß man mit dem Zirkel, wie mit einem scharfen Auge sehr genau messen kann. Zum Schutz steckt der Zirkel in einem vergoldeten Futteral ähnlich wie die Schreibrohre bei den arabischen Schreibzeugen.

[2]) Ich habe früher in den Unterrichtsblättern für Mathematiker usw. 1910, Heft 22 und 23, eine Stelle von *Bîrûnî's* Schrift „Gründliche Behandlung aller Methoden für die Konstruktion des Astrolab?" angeführt, nach der die früheren Gelehrten bei der Konstruktion der Kegelschnitte nahe aneinanderliegende Punkte verwandten, die auf dem Umfang der Kurve gelegen waren. Eine Reihe von arabischen Gelehrten hat dann Zirkel zur Konstruktion der Kegelschnitte angegeben. [Zu der Konstruktion der Ellipse mittelst des zusammengeknüpften um zwei Stifte gelegten Fadens bei den Arabern vgl. E. Wiedemann, Zeitschr. für math. und naturwissenschaftl. Unterricht Bd. 50, S. 177, 1911. Nach T. L. Heath rührt diese Methode schon von Anthemius her (Bibl. math. [3] Bd. 7, S. 225, 1901).]

[3]) *Bîrûnî* bemerkt hierüber: Die Früheren überließen dann dem Zeichner, diese Punkte mit größerer oder kleinerer Geschicklichkeit zu verbinden, so daß die verbindende Linie gleichförmig war und keine merklichen Rauheiten und Unebenheiten zeigte. Fänden sich auch Künstler, die dieser Aufgabe genügten, so könnte doch [nur] der materielle Sinn die wirkliche Abwesenheit jeglicher Abweichung nicht feststellen; auch mit der größten Anstrengung könnte er diese dann nicht wahrnehmen und Irrtümern bei der Zeichnung vorbeugen (d. h. die Zeichnung würde immer nur eine angenäherte sein). In der Tat lassen sich Dinge, die virtuell zu dem Begrifflichen gehören, nur schwierig in der Wirklichkeit ausführen. Das erkennt man, sobald man das Resultat mit der im Geiste vorhandenen Vorstellung vergleicht.

Eine wirkliche zur Anwendung kommende Methode ist aber um so würdiger, befolgt zu werden, je mehr sie sich der virtuellen Vorstellung anschließt. Das ist besonders der Fall bei den zweifellos sicheren Dingen, so daß ein mit dem Zirkel gezeichneter Kreis sich einem wirklichen Kreis in höherem Maße nähert als ein in anderer Weise gezeichneter Kreis.

[4]) Das Astrolab ist bekanntlich eine kreisrunde Metallscheibe. Ihre eine Seite, der Rücken, dient zunächst zu Winkelmessungen; dazu ist ein Quadrant in 90° geteilt. Über dieser Seite bewegt sich die Alhidade, deren Kanten zugeschnitten und schwertförmig zugeschärft sind. Die Alhidade sitzt auf einer Achse, die durch ein Loch in der Scheibe geht und durch einen Vorreiber

1a. Ein glänzendes Schwert dreht sich auf einer Achse (*qutb*); sie wird festgehalten durch das Gebiß der Einzäunung des gezügelten Renners (*tirf*).

2. Es füllt (zwar nur) die Finger aus (d. h. man kann es mit der Hand schließen), seine Scheiben umspannen aber die Klimate (Zonen) mit ihren weiten Gebieten.

3. Als ob sie die sieben Sphären wären, umgeben von Wasser, Feuer, Erde und Wind (Luft).

4. Es kündigt Dir seine Figur das aufgehende (*tali'*) der Tierkreiszeichen mit den [in ihnen stehenden] Wandelsternen, sei es nun die Sonne oder die Leuchten (d. h. Mond und Planeten).

5. Ist eine Stunde verflossen oder ein Teil einer zweiten, so erfährst Du dies, indem Dich dies eine Bestimmung [mittels des Astrolabs] kennen lehrt.

5a. Wenn Dir zu irgend einer Zeit ein Zweifel entgegentritt, so behebt es (das Astrolab) diesen durch eine Besichtigung.

5b. Es scheidet durch eine Vergleichung der Gestirne zwischen denen von ihnen, die Unglück bringen, und denen, die Glück verheißen.

5c. Es hat auf dem Rücken zwei Augen voll Weisheit, mit denen es das Licht erfaßt und von der Tafel (Brett, *lauh*) pflückt (sich holt).

5d. Und in seinen Kreisen sind [Wunderdinge von] Formen enthalten, durch die der Geist entwickelt (geschult, geläutert) wird und zwar in welcher Weise!

6. Da man aber doch [zu seiner richtigen Verwendung] bestimmter Kenntnisse bedarf, so vermag es nur Jemand selbständig zu benutzen, dessen Sinn und [dessen] Geist gut geschult und geschickt sind.

---

festgehalten wird. Sein Ende hat vielfach die Gestalt eines Pferdekopfes, und heißt daher *Faras*, Pferd. Auf der Alhidade sind senkrecht zu ihrer Fläche zwei Metall„klötze" „die Absehen" aufgesetzt, die mit Löchern durchbohrt sind. Die Vorderseite der Metallscheibe ist schachtelförmig ausgedreht; in den Hohlraum werden Scheiben gelegt, die für verschiedene Breiten hergestellt sind und auf denen Projektionen des Horizontes, der Parallelkreise zum Äquator, der Höhenparallelkreise, der Azimutalkreise auf eine dem Äquator parallele Ebene eingezeichnet sind, ferner Kreise, die zur Bestimmung der Zeit in äquatorialen und temporalen Stunden dienen. Über diesen Scheiben dreht sich die Spinne, eine Projektion der Ekliptik. Da das Astrolab sich auch für den Unterricht trefflich eignet, so werden von den Werkstätten des physikalischen Vereins in Nürnberg solche hergestellt werden. Zu einzelnen Versen sei folgendes zu bemerken:

1. Viele uns erhaltene Astrolabien sind künstlerisch ausgeführt, dies gilt vor allem für deren Spinne.

1a. Der Vers erklärt sich aus der obigen Beschreibung des Astrolabs. „Eingezäunt" wird der Renner, das Pferd, der Vorreiber durch das „Gebiß" des Randes des Loches.

2. Neben sehr großen Astrolabien, die unverändert an derselben Stelle blieben und entweder zu Messungen auf dem Horizont oder im Meridian dienten, gab es auch ganz kleine. — Von den Scheiben ist oben die Rede gewesen.

3. Die sieben Sphären sind diejenigen der 7 Wandelsterne (Sonne, Mond und fünf Planeten).

4. Das Aufgehende (*tâli'*) der Tierkreiszeichen, z. B. bei der Geburt eines Menschen, ist astrologisch das wichtigste Bestimmungsstück; es heißt auch das Horoskop.

5. An den oben erwähnten Kreisen kann man durch besondere Kunstgriffe nicht nur die ganzen, sondern auch Bruchteile der Stunden ermitteln.

5b. Es gibt Glück verheißende und Unglück bringende Gestirne, dabei spielt noch die gegenseitige Konstellation eine Rolle.

5c. Die Augen sind die Löcher in den Absehen, durch sie geht das Licht der Sonne und der Sterne bei den Messungen; es wird gleichsam aus dem ganzen auf die Fläche, Tafel des Astrolabs, fallende Licht gepflückt.

5d. Bei den sog. Mischastrolabien als auch bei anderen hat die projizierte Ekliptik wunderbare Formen, aber auch bei manchen der oben erwähnten anderen Kreise, so den *Muyantarât*, ist dies der Fall.

6—7a. Der Schluß gibt noch einmal der Bewunderung für die sinnreiche Konstruktion und der Überzeugung Ausdruck, daß die Benutzung des Astrolabs große geistige Fähigkeiten voraussetzt.

Zu bemerken wäre noch, daß von Herrn Privatdozent Dr. J. Frank eine eingehende Behandlung der Geschichte des Astrolabs beabsichtigt ist. Vergl. o. J. Frank, *Sber. d. phys.-med. Soz. in Erlangen* ***50/51.S.*** *275. 1918/19*, und *Abh. z. Gesch. d. Naturw. u. d. Med.*, ***Heft III.*** Erlangen 1922.

7. Dieser sieht dann aber auch an ihm [selbst] das Verborgene, während seine Tore für jeden anderen verschlossen sind, der nicht einen offenen Sinn hat.

8. Es (d. h. die Konstruktion des Astrolabs) ist das Ergebnis des schaffenden Geistes und der Überlegung; es ist von Menschen mit gesundem, überlegenem (?) Verstand gebildet worden.

IV.

Verse auf das Astrolab von *Abu'l Ṣalt Umajja ben ʿAbd al Azîz ben Abi'l Ṣalt.*[1])

Abu'l Ṣalt, der 1067/68 in Spanien geboren wurde und etwa 1134 in *Mahdîja* starb, zeichnete sich auf den verschiedensten Gebieten aus. Er war einmal ein hervorragender Mediziner, dann Astronom; seine Abhandlung über das Astrolab muß weit verbreitet gewesen sein, da von ihr eine größere Anzahl von Handschriften erhalten ist. Auch als Techniker muß er nicht ungeschickt gewesen sein, da es ihm beinahe gelang, ein untergegangenes Schiff wenigstens bis an das Meeresniveau zu heben, nachher rissen die seidenen Stricke, offenbar, weil der Auftrieb aufhörte und er dies nicht berücksichtigt hatte. Vor allem hat er sich auch als Dichter betätigt; eine Reihe von Gedichten teilen *Ibn Abî Uṣaibiʿa* und *Jâqût* mit (vgl. Suter Nr. 272 und zur Hebung der Schiffe E. Wiedemann, Beiträge XIV, S. 59). Ich teile zunächst die Lebensbeschreibung unseres Gelehrten nach *Ibn al Qifṭî*'s Geschichte der Gelehrten (herausgeg. von Lippert, S. 80) und nach *Jâqût*'s Lexikon der Gelehrten (herausgeg. von D. S. Margoliouth (Bd. 2 S. 361) mit. Die der ersteren beigefügten Verse lassen seine trübe Stimmung erkennen, nachdem er in Ungnade bei *Afḍal*[2]) gefallen. Nach *Ibn Abî Uṣaibiʿa*'s Geschichte der Ärzte war deren Ursache, daß er das oben erwähnte Schiff nicht entsprechend seinem Versprechen ganz heben konnte; nach *Jâqût* dagegen lag sie in Umtrieben eifersüchtiger Beamter. Daß letztere durch Ungeschicklichkeiten von *Abu'l Ṣalt* gefördert wurden, kann man dem letzten Vers des Gedichts entnehmen. Die Haft, in der er etwa drei Jahre bleiben mußte, kann aber nicht sehr streng gewesen sein. Er verbrachte sie, wie es a. a. O. S. 364 heißt, in Alexandria in der Bibliothek des Gelehrten Aristoteles und konnte dort auch Schüler unterrichten. Einer von diesen schmähte seinen gestürzten Lehrer bei *Afḍal*, was dieser einem anderen tränenden Auges erzählte.

Die Stelle bei *Ibn al Qifṭî* lautet:

Umajja b. ʿAbd al ʿAzîz b. Abi'l Ṣalt der Arzt. *Abû Ṣalt* stammte aus Maġrib (Nordafrika); er war ein höchst hervorragender Mann zu seiner Zeit und stand einzig da in Poesie und Prosa. Er leistete Bedeutendes in den Wissenschaften der alten Griechen und besaß große Bedeutung in den meisten Fertigkeiten, er zeichnete sich als Literat und Philosoph in seinem Lande aus. Er reiste durch die Lande und schweifte in ihnen herum. (Das Folgende ist nicht übersetzbar, da es ein Wortspiel enthält; die Stelle gibt im wesentlichen an, daß *Abu'l Ṣalt* nach Kairo kam und zwar zur Zeit des Vezirs *Afḍal*, von ihm aber keine Wohltaten erhielt.)

Daran schließen sich folgende Verse:

1. Und wie sehr wünschte ich von Herzen, dort [in Ägypten] jemand zu treffen, der nach meinem Kummer mich früge oder mir gegen die Ungnade hülfe.

[1]) Bei den Übersetzungen war Herr Prof. Dr. M. Horten in Bonn so gütig, mir seinen Rat zu leihen.

[2]) *Al Afḍal* war der hochbedeutende Vezier des ägyptischen Fatimidensultans *Amir Abû ʿAlî Manṣûr* (1101—1130). (Zur Errichtung eines großen astronomischen Instrumentes zu seiner Zeit vgl. E. Wiedemann Sirius Band 52, S. 122. 1919.)

2. Ich fand aber nur Leute, deren Versprechen, wenn sie die Wahrheit zu sprechen schienen, denjenigen eines Volks der Lüge glichen.

3. Ich hatte einen Lebensunterhalt (eine Stellung), der mir sicherlich genügte, ich erfreute mich seiner; siehe, da erkrankte ich eben durch diesen Lebensunterhalt.

4. Es gab keinen, der meine Nägel beschnitt, außer meinem Schreibrohr, und keine Schriftstücke meiner Feinde, außer meinen eigenen Werken.[1])

Jâqût teilt aber nun das Folgende mit:

Abu'l Ṣalt Umajja b. 'Abd al 'Azîz b. Abi'l Ṣalt.

Abu'l Ṣalt war ein Spanier, literarisch gebildet, ein trefflicher Mann, ein Arzt, ein Astronom. Er starb 529 (1134/35) in *Mahdîja* bei *Qairuwân* in Nordafrika. Er war ein trefflicher Redner, kannte die Grammatik und Medizin. Nach Ägypten kam er zur Zeit dessen, der „*Amîr* der Könige von Ägypten" heißt. Er kam in Beziehungen zu dessen Vezier und dem Leiter von dessen Dynastie (*mudîr al daula*), nämlich *al Afḍal Schâhinschâh ibn Amîr b. Gujûsch Bedr.* Seiner nahm sich an *Muchtâr* mit dem Beinamen *Tâġ al Ma'âlî*, einer der Vertrauten von *al Afḍal.* Dieser nahm bei *Afḍal* eine hohe mit Glück gesegnete Stellung ein. *Umajja*'s Verhältnisse waren bei ihm ausgezeichnet, er stand seinem Herzen nahe und diente ihm mit den beiden Künsten der Medizin und der Gestirne. *Tâġ al Ma'âli* stand in seiner Gunst, wie sie keinem andern seiner Zeit zuteil wurde. *Tâġ* schilderte ihn seiner Exzellenz *al Afḍal*, lobte ihn und erzählte, was er von den vornehmen Gelehrten einstimmig über seine hervorragende Trefflichkeit gehört hatte und wie sie sich einstimmig über seinen Vorzug vor den Sekretären seiner Zeit äußerten. Damals hatte aber *al Afḍal* einen Sekretär, der sorgfältig darüber wachte, daß kein anderer in die (seine) Stelle einrückte. Er wollte es auch nicht dulden, daß bei den Zusammenkünften bei *al Afḍal* einer erwähnt wurde, der zu den literarisch Gebildeten gehörte. Indes konnte er nicht die ihm entgegentretenden Äußerungen von *Tâġ al Ma'âlî* hindern. Er schwieg aber, trotzdem er sich ärgerte und verbarg seine Gesinnung dem verabscheuten *Abu'l Ṣalt. Tâġ al Ma'âlî* beging aber Fehler über Fehler; diese führten dazu, daß *al Afḍal* seine Gesinnung änderte, ihn gefangen nehmen und einkerkern ließ. Jener Sekretär fand so dank den von ihm erfundenen Lügen die Mittel, um *Abu'l Ṣalt* zu schaden. *Al Afḍal* sperrte ihn in dem Polizeigefängnis in Kairo während dreier Jahre und einem Monat ein, so erzählte und mir ein vertrauenswürdiger Mann hierüber berichtete. Hierauf wurde er freigelassen und ging zu *Murtaḍâ Abû Ṭâhir Jaḥjâ b. Tamîm b. al Mu'izz b. Bâdîs*, dem Fürsten von *Qairuwân* (Lane Poole S. 40, 1107—1115). Bei ihm hatte er Glück und seine Lage wurde eine angenehme. Er berichtet dies in einem Brief, in dem er Ägypten tadelt, seinen Zustand schildert und *Jbn Bâdîs* lobt.

Das Gedicht von *Abu'l Ṣalt* über das Astrolab lautet folgendermaßen:

1. [Das Astrolab] ist das trefflichste, das sich der Geschickte zum Genossen erwählt; ihm verdankt er es, daß er nicht vom rechten Weg abweicht, weder da, wo er rastet, noch auf der Reise.

2. Es ist ein Körper, wertvoller als lauteres Gold, wenn Du nach einem Wert suchst, und doch besteht es nur aus Bronze (Messing).

3. Ein Kompendium (eine Zusammenfassung) und doch, wenn Du in ihm nach den Lehren der Wissenschaft suchst, kein Kompendium.

4. Es besitzt eine Pupille (die Löcher in den Absehen), die ohne weiteres versteht, was sie verstohlen anblickt; mit einem Blicke, der gerade auf das Ziel geht und einen der Wahrheit entsprechenden Eindruck auffaßt.

[1]) D. h. es war also vor allem *Abu'l Ṣalt* selbst, der sich die Ungnade von *Afḍal* zuzog.

5. Du trägst es, während es selbst den Himmel trägt; dreht es sich nicht durch die Finger, so dreht es sich überhaupt nicht.

6. Sein Aufenthaltsort ist die Erde, es gibt uns aber Kunde von den wichtigsten Vorgängen, die sich am Himmel abspielen.

7. Es erfand dies ein Meister des Gedankens (ein genialer Kopf). Unmöglich ist aber, daß [menschliche] Gedanken die Tiefen seiner Idee (seine Vollendung) ausmessen (ganz erfassen).

8. Es ist würdig des Dankes und Lobes eines Jeden, der unter den Menschen Einsicht besitzt.

9. Für den, der mit Verstand begabt ist, ist es ein wunderbarer Zeuge für den Unterschied, der zwischen den Graden der Verstandesbegabungen und der natürlichen Anlagen (der Menschen) besteht.

10. Diese Körper (die Astrolabien) machen [die Vorgänge] am Himmel deutlich, entsprechend den Formen, die ihnen (durch den Verfertiger des Astrolabs) gegeben sind.

Referate.

Der Sternspektrograph des 72 inch-Reflektors.

Von J. S. Plascett. *Astrophys. Journ.* **49.** *S. 210. 1919.*

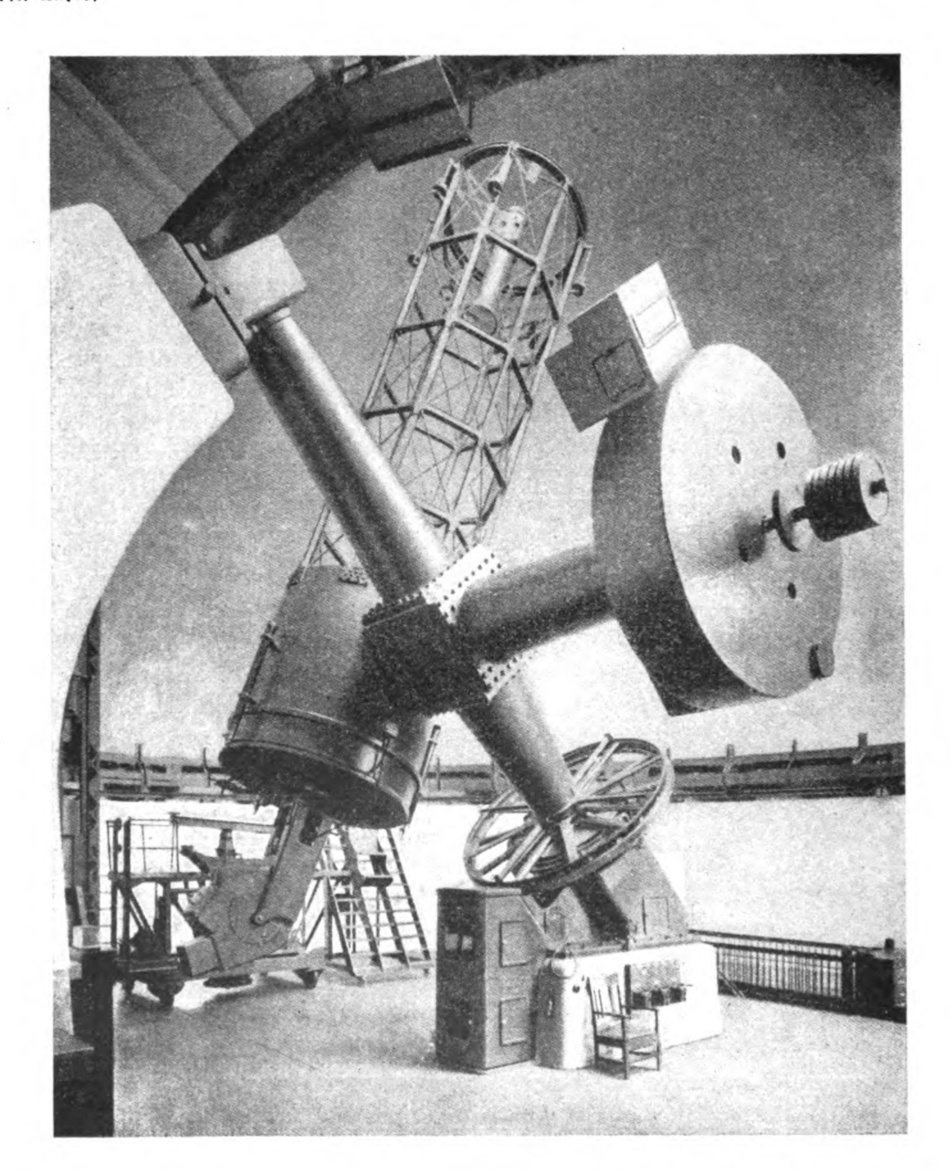
Der nach dem Cassegrainschen Prinzip gebaute Reflektor hat einen Hauptspiegel von 184,5 cm Öffnung und eine Brennweite von 917,9 cm. Das zentrische Loch in ihm hat einen Durchmesser von 25,7 cm, welches erlaubt, den Spektrographen in der Achse des Spiegels anzubringen. Der kleine Cassegrain-Spiegel ist 50,8 cm groß mit einem Krümmungsradius von 605,6 cm und ist etwa 218 cm innerhalb des Brennpunktes des Hauptspiegels aufgestellt. Die Gesamtbrennweite des Instruments beträgt nahezu 33 m. Das Teleskop stammt aus der Werkstätte der John A. Brashear Co. Auch die optischen Teile des Spektrographs stammen von dieser Firma, während der mechanische Teil von der Warner & Swasey Co. hergestellt wurde. Die wirksame Öffnung der Prismen ist 63 mm. Da das Öffnungsverhältnis des Kollimatorobjektivs 1 : 18 sein sollte, so ergab sich für dieses eine Brennweite von 114,3 cm. Der Verf. stellte eingehende Überlegung in bezug auf das passendste Glasmaterial für die Prismen an, hauptsächlich in bezug auf die Durchlässigkeit für das brechbarere Ende des Spektrums, gegründet auf experimentelle Untersuchung verschiedener Glasarten von Schott. Die Ergebnisse seien in etwas abgekürzter Form hier wiedergegeben.

Glasart Jena	Ablenkung bei λ 4200	Prismenwinkel	Durchlässigkeit	Dispersion bei H_γ	Auflösungsvermögen bei λ 4200
U. V. 3248 Ultraviolett Flint	48° 31′	65° 45′	0,822	5″,24	16,16
O 722 Baryt Leicht Flint . .	51° 41′	64° 15′	0,657	5″,90	18,26
O 578 Baryt Flint	52° 07′	64° 0′	0,636	7″,12	22,20
O 118 Gewöhnl. Flint	50° 0′	60° 0′	0,768	8″,51	30,45
O 102 Schweres Flint	60° 0′	64° 0′	0,467	12″,89	52,70

Die Glasart *O* 118, welche sehr viel zu dem Flintteil von Fernrohrobjektiven gewählt wird, zeigt sich nach dieser Zusammenstellung als die günstigste in bezug auf ihre Durchlässigkeit es zeichnet sich auch durch seine homogene Beschaffenheit aus. Das Material zu den drei Prismen, welches im August 1914 bestellt worden war, war wegen des Krieges nicht zu erhalten. Der Verf. benutzte deshalb einstweilen ein leihweise beschafftes Prisma, aus dieser Glasart und in der gewünschten Größe. Wenn auch die Dispersion um ein Viertel kleiner ist als bei einem Prisma aus *O* 102, so ist der Lichtverlust durch Absorption bei λ 4200 nur halb so groß.

Infolge der Lichtstärke im Violett und dem Fehlen von Absorption in einem Teleskopobjektiv konnte der mittlere Strahl des auf die Platte fallenden Spektrums weiter nach dem Violett gelegt werden, als es sonst üblich war. Es wurde hierfür λ 4200 gewählt. Es konnte aber auch durch eine leicht auszuführende Bewegung des Spektrographen irgendeine andere Region des Spektrums in die Mitte der Platte gebracht werden.

Das Kollimatorobjektiv und die beiden Kameraobjektive sind Triplets nach dem Hastings-Brashear-Typ, ersteres mit einem Durchmesser von 63 mm, letzteres mit einem solchen von 76 mm, die Brennweite ist 711 mm, bzw. 965 mm. Bei dieser Größe konnten die Objektive nicht mit Canadabalsam verkittet werden. Da aber die inneren Reflexionen in einem solchen Triplet einen Lichtverlust von 20 v. H. verursachen würden in jedem der Objektive, so wurde zwischen die Linsen eine Schicht feinen Uhrmacheröles gebracht, welche auch nach Jahresfrist sich gut gehalten hatte.



Die Spaltbacken des Spektrographen bestehen aus poliertem Nickel; die eine derselben ist fest, die andere kann durch eine Mikrometerschraube mit Trommelablesung auf $^{1}/_{1000}$ inch verstellt werden. Die Spaltbacken sind um 3,5° gegeneinander geneigt. Vor dem Spalt befinden sich zwei kleine Vergleichsprismen, um Vergleichslinien mit dem Sternspektrum photographieren zu können. Diese Vergleichsprismen können durch einen Trieb miteinander in Berührung gebracht oder symmetrisch voneinander entfernt werden, um die Abstände der Vergleichsspektren ineinander verändern zu können. Als Vergleichsspektrum wurde dasjenige eines Eisenlichtbogens benutzt.

Der Spektrograph ist mit einer automatischen Einstellung der Prismen auf das Minimum

der Ablenkung versehen, welche leicht und sicher arbeitet. Der ganze Spektrograph ist in einem Kasten aus Aliminiumblech eingeschlossen.

Das Kollimatorobjektiv besteht aus Stahl, die Kamera aus Messing. Vorherige Versuche hatten die erfreuliche Tatsache erwiesen, daß diese Art der Montierung keine Temperaturkompensation der Einstellung erfordert. Die Scharfeinstellung geschieht durch Bewegen der Kamera mittels eines Triebwerks, sie kann an einer Teilung auf $^1/_{10}$ mm abgelesen werden. Die Gesamtanordnung des Insstruments, das auf dem Astrophysikalischen Observatorium zu Victoria (Canada B.D.) Aufstellung gefunden hat, ist in der Abbildung wiedergegeben. *H. Krüss.*

Die mathematische Struktur der Bandserien im Spektrum.

Von Raymund T. Birge. *Astrophys. Journ.* ***46****. S. 85. 1917.*

Es ist jetzt allgemein anerkannt, daß die mathematischen Verhältnisse in Bandserien zu allererst bedungen sind durch die Molekularstruktur, während diejenigen der Linienserien von der Atomstruktur abhängig sind. Die genaue Kenntnis der Struktur der Spektralserien ist deshalb von besonderer Wichtigkeit für die Aufklärung der Struktur der Materie.

Nach Deslandres wird angenommen, daß die Kurve für die Schwingungszeiten der aufeinanderfolgenden Linien in einem Bandenspektrum eine gerade Linie und die Kurve für die entsprechenden Differenzen der Schwingungszeiten eine Parabel sei.

Es zeigte sich jedoch, daß die längste der bekannten Bandserien, das 3883-CN-Band, die größten Abweichungen von der Deslandresschen Regel zeigte. Der Verf. weist nach, daß für diese nur eine hyperbolische Formel Genüge leistet. *H. Krüss.*

Über ein Verfahren der Spektralanalyse mittels Röntgenstrahlen.

Von Manne Siegbahn, Axel E. Lindh *und* Nils Stensson. *Zeitschr. f. Physik* ***4****. S. 61. 1921.*

Zur qualitativen Spektralanalyse sind die Röntgenstrahlen sehr geeignet, weil die beiden charakteristischsten Liniengruppen der K- und L-Reihe eine leichte Identifizierung er-

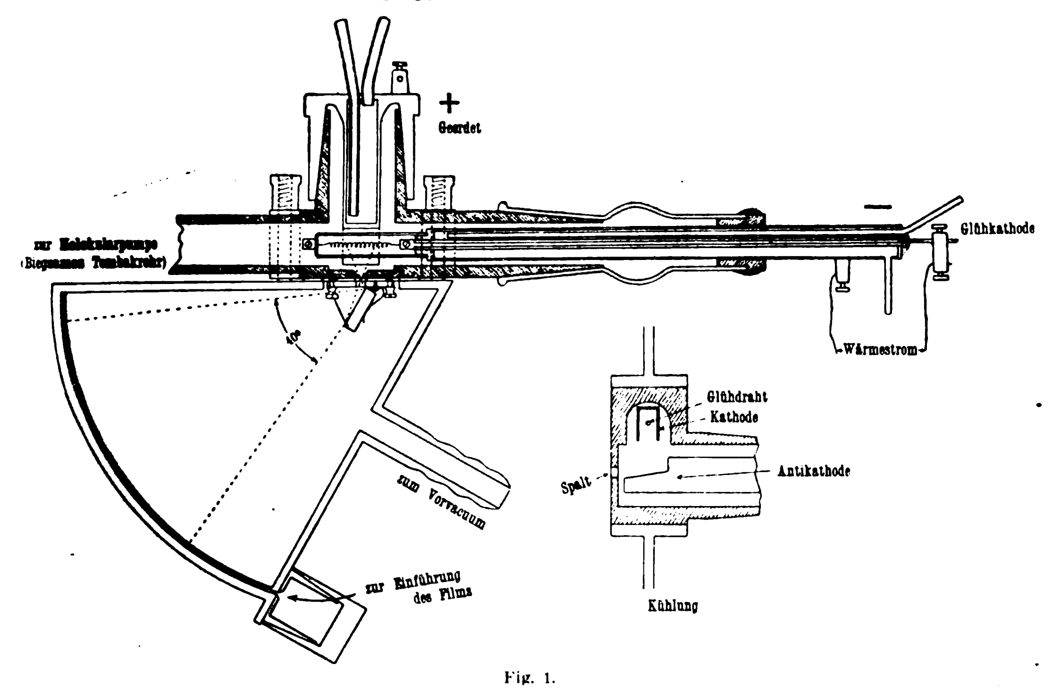


Fig. 1.

möglichen und das Röntgenspektrum eines Elementes eine reine Atomeigenschaft ist. Da die Wellenlängen über 1 ÅE. von der Glaswand und die über 3 bis 4 ÅE. auch schon von der Luft absorbiert werden, so muß man eine Röhre mit Aluminiumfenster benutzen und die Aufnahme

im Vakuum machen. Für einen zweckmäßigen Apparat ist notwendig, mit stillstehendem Kristall und ziemlich weiten Öffnungswinkeln (etwa 40°) in allen Strahlenbüscheln zu arbeiten. Um dies zu erreichen, sind, wie aus Fig. 1 hervorgeht, Antikathode und Kristall möglichst nahe am Spalt angeordnet; ferner ist dem Brennfleck auf der Antikathode eine längliche Form gegeben, was durch eine Glühkathode in Draht- oder zylindrischer Spiralform erreicht wird. Der Röhrenkörper von etwas mehr als Zündholzschachtelgröße ist ein parallelepipedisches Messingstück mit den nötigen Durchbohrungen, in dem gegenüber der Antikathode der Spalt von etwa 4×0,1 mm ausgeschnitten ist. Der Körper sowohl, wie Kathode und Antikathode werden durch fließendes Wasser gekühlt. Die Folie wird an den Spalt durch eine runde Messingplatte mittels Schrauben angepreßt; an ihr ist der Kristall so angekittet, daß die zwischen 10 und 50° auffallenden Strahlen reflektiert werden. Zur Aufnahme dienen Filmstreifen, die sich der kreisförmigen Kassettenwand genau anschmiegen; ihr Mittelpunkt liegt in dem Bildpunkte des Spaltes in der reflektierenden Kristallebene, so daß die auf dem Film ausgemessenen Längen proportional dem Reflektionswinkel sind. Um das nötige Vakuum zu erhalten, wird der eigentliche Spektrograph mit dem Vorvakuum einer Molekularpumpe verbunden. Bei 20 bis 30 mAmp. Hochspannungsstrom war eine Expositionsdauer von 2 Stunden erforderlich.

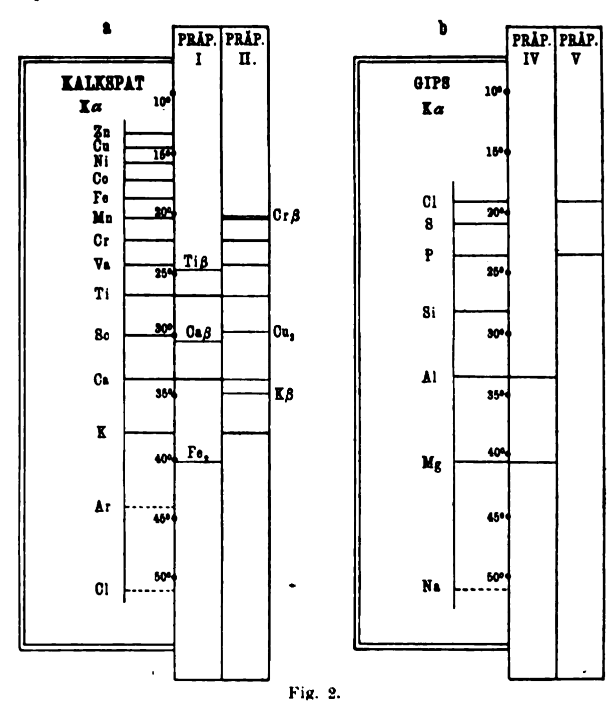


Fig. 2.

Aus der bekannten Gleichung des Beugungsgitters

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \varphi$$

(λ die Wellenlänge, d die Gitterkonstante, φ der Reflexionswinkel) ergibt sich, daß man mit einem Kalkspatkristall (2 d = 6,060 ÅE) die Wellenlängen von 1,0 bis 4,6 ÅE erhält. Verwendet man einen Gipskristall (2 d = 15,15 ÅE), so greift das von ihm gelieferte Gebiet von 2,6 bis 11,6 ÅE über das erste über. Statt die Linien auszumessen, benutzt man eine graphische Auftragung der einzelnen Wellenlängen nach Fig. 2, auf welcher die verschiedenen K, L- und M-Hauptlinien verzeichnet sind. Kalkspat liefert die stärksten K-Linien der Elemente Zn bis Cl, Gips die von Cl bis Mg.

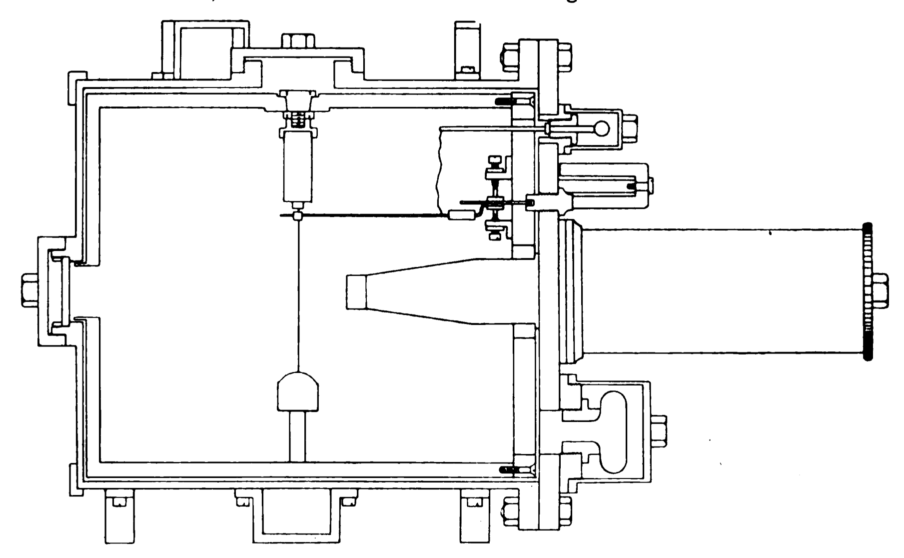
Der Apparat ist an verschiedenen Präparaten erprobt, deren Aufnahmen in Fig. 2a wiedergegeben sind. Präparat I bestand aus Ti, Ca und Fe. Von den beiden ersten Elementen sind die K-Linien deutlich zu erkennen, während die Fe Linien nur in der 2. Ordnung auftreten; dies hat seinen Grund darin, daß der benutzte Kalkspatkristall etwas zu klein war. Das II. Präparat enthielt K, Va, Cr und Mn, deren K-Linien sämtlich sichtbar sind. Das gleichzeitige Auftreten von Ti und Ca liegt an ungenügender Reinigung der Antikathode. In dem III. Präparat (Ce, La, Pr, Nd) waren die einzelnen Elemente an ihren L-Linien zu erkennen (das Spektrogramm ist nicht wiedergegeben). Fig. 2b zeigt schließlich noch die Aufnahmen von P und Cl (Präparat IV) und von Al und Mg (Präparat V). Der Vorteil der Röntgenspektralanalyse liegt darin, daß man nur sehr geringe Mengen benötigt, und daß auch Verbindungen das Ergebnis nicht stören. Ferner lassen sich gewisse quantitative Aufschlüsse aus den Spektrogrammen erhalten.

Berndt.

Neukonstruktion des Wulfschen Apparates zur Messung der durchdringenden Strahlung.

Von Werner Kohlhörster, *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 107. 1921.*

Die Erfahrungen, welche mit der von dem Verf. angegebenen Konstruktion eines für Lufthochfahrten geeigneten Apparates zur Messung der durchdringenden Strahlung (die in *dieser Zeitschr.* **39.** *S. 293. 1919* beschrieben wurde) gewonnen waren, sind bei dieser verbesserten Konstruktion im weitgehenden Maße verwendet worden. Der Gewichtsersparnis halber ist der Apparat aus Aluminium gefertigt. Da sich aber die gebräuchlichen Lote als nicht brauchbar erwiesen und Verschweißung wegen einer Gefährdung der Elektrometerfäden ausgeschlossen war, so wurden Elektrometer und Ionisationsgefäß getrennt hergestellt und erst dann zusammengesetzt. Diese Konstruktion hat sich bei Hochfahrten, wie auch bei Dauerbeobachtungen auf Land und unter Wasser aus-



gezeichnet bewährt. Der neue Apparat besitzt hohe Empfindlichkeit und ist in weiten Grenzen unabhängig vom Druck und von der Temperatur. Wegen ihrer größeren Stabilität und der Konstanz ihrer elastischen Eigenschaften sind bei der neuen Ausführung Fäden aus Quarz (anstatt Wollastondraht) verwendet; dadurch wurde erreicht, daß die Eichung, trotz starker Beanspruchung des Apparates, bis auf $^1/_2$ % konstant blieb. Die Kapazität ist auf 1 cm herabgedrückt und das Ionisationsvolumen auf 4400 cm³ bei gleichen Außenabmessungen und gleichen Bedingungen für Sättigungsstrom erhöht. Infolge der Verwendung von Quarz war auch die Anbringung eines Isolationsprüfers nicht erforderlich. Die Unabhängigkeit vom Außendruck wurde dadurch erreicht, daß Fadenträger und Mikroskop starr miteinander verbunden sind; es war somit nur nötig, das letztere mit der Zylinderwand zu verschrauben, die dazu nach erfolgter Aussparung mit einem breiten Flansch versehen wurde, auf den eine dicke geschliffene Platte unter Dichtung mit Weichmetall aufgeschraubt wurde. Diese trug ferner die magnetische Ladevorrichtung, Trocken- und Gaseinlaßvorrichtung.

Schwieriger war die Kompensation der Temperatureinflüsse, sie war nur durch die Verwendung von Quarz für die Isolation und von Nickelstahl für den Fadenträger möglich; der letze Ausgleich erfolgte durch ein 18 mm langes Messingstück, das unterhalb der Quarzschlinge des Elektrometers angebracht wurde (s. Fig. 1). Schließlich wurde der ganze Apparat noch in einem dick gepolsterten Korb von 35×45×35 cm verpackt. *Berndt.*

Ein praktisch brauchbarer Kathodenstrahl-Oszillograph.

Von M. Brenzinger, *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 491. 1921.*

Der Schleifenoszillograph gibt nur dann brauchbare Kurven, wenn die Schwingungszahl des Stromes oder der Spannung unter der Eigenschwingungszahl der Schleife bleibt. Die in den

übrigen Fällen verwendete Braunsche Röhre besitzt aber den Nachteil, zur Erzeugung der nötigen hohen Gleichstromspannung auf die Influenzmaschine angewiesen zu sein; ferner verlangt sie die Benutzung eines Drehspiegels. Die Gleichspannung kann man nun auch mit Wechselstrom erhalten; er wird dann durch den kleinen Hochspannungstransformator T (Fig. 1) transformiert und dadurch der Kondensator C_1 über das Glühventil V geladen; dieses verhindert gleichzeitig seine Entladung, so daß er die Scheitelspannung beibehält. Der dazu über den hochohmigen Widerstand W parallel geschaltete zweite Kondensator C_2 bewirkt die völlige Gleichförmigkeit der Spannung. Die beiden Kondensatoren brauchen nur sehr geringe Kapazität zu besitzen, da die Stromaufnahme der Braunschen Röhre sehr klein ist. Der positive Pol H der Hochspannungsseite wird zweckmäßig geerdet. Dadurch hat man den Vorteil, daß die Sekundärseite des Heizstromtransformators HT auch an Erde liegt, so daß dieser nicht sorgfältig isoliert zu werden braucht. Man erreicht auf diese Weise eine so gleichmäßige Spannung, daß die üblichen Schwankungen des primären Wechselstromes ohne Einfluß sind.

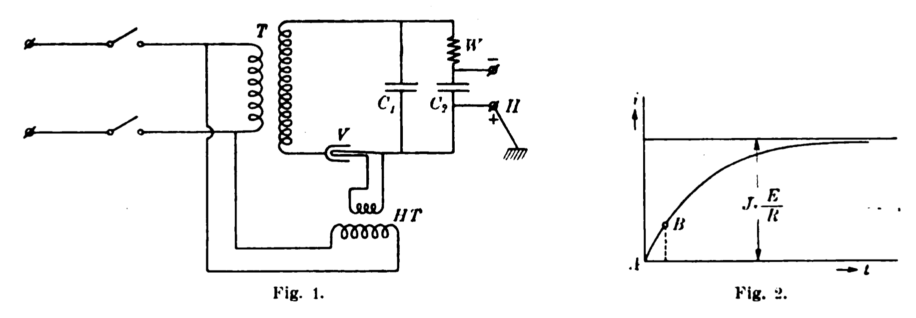


Fig. 1. Fig. 2.

Die Benutzung des Drehspiegels wird dadurch vermieden, daß dem Kathodenstrahl eine zweite zur Zeit proportionale Ablenkung senkrecht oder im beliebigen Winkel zur Ebene der aufzunehmenden Kurve erteilt wird. Den dazu nötigen linearen Stromanstieg erhält man durch Anlegen der Gleichspannung an einen Stromkreis großer Induktivität und von kleinem Widerstande. Man benutzt dann nur den Teil der Exponentialkurve, den man mit genügender Genauigkeit durch eine Gerade ersetzen kann (z. B. die Strecke AB in Fig. 2). Wenn man den Stromkreis durch einen rotierenden Kontaktgeber während einer bestimmten Zeit schließt und dann auf kurze Zeit unterbricht, so ergibt sich eine Kurvenform, wie sie etwa in Fig. 3 wiedergegeben ist. Die dazu nötige Schaltung ist in Fig. 4 dargestellt. L ist die große Induktivität, E die Stromquelle und K der Kon-

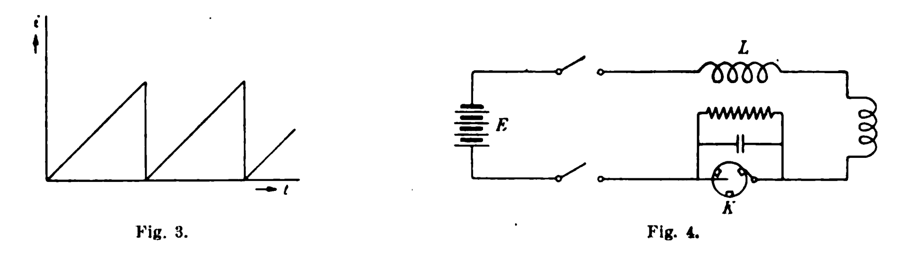


Fig. 3. Fig. 4.

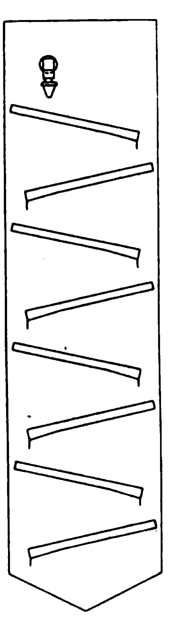
taktgeber. Diesem ist zur Funkenlöschung ein Kondensator und ein großer Ohmscher Widerstand parallel geschaltet. Um stillstehende Kurven zu erhalten, wie sie zur Photographie notwendig sind, setzt man bei Wechselstromuntersuchungen den Kontaktgeber auf die Welle der Maschine selbst oder verwendet einen Synchronmotor. Um bestimmte Teile der Kurve auf dem Schirm zur Beobachtung zu bringen, muß man die Bürsten des Kontaktgebers zweckmäßig verstellen.

Ersetzt man den Kontaktgeber durch einen einpoligen Schalter oder einen Druckknopf, so wandert die zu untersuchende Kurve nur einmal über den Leuchtschirm hinweg. Dies kann man zur Aufnahme von Ein- oder Ausschaltvorgängen benutzen, da das Kurvenbild infolge Nachleuchtens des Fluoreszenzschirmes länger andauert. Versuche für derartige Momentaufnahmen sind im Gange. *Berndt.*

Das Tropf-Emanoskop. Eine Anordnung zur schnellen Bestimmung des Emanationsgehaltes radioaktiver Wässer.

Von P. Ludewig, *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 298. 1921.*

Das Tropf-Emanoskop ist aus dem Bedürfnis heraus entstanden, einen Apparat zu haben, der eine schnelle, angenäherte Ermittlung (mit etwa 5 bis 10% Genauigkeit) des Emanationsgehaltes von Wässern gestattet, um damit diejenige Wassermenge zu bestimmen, welche man bei der Messung mit dem Fontaktometer oder Emanometer anwenden muß, da beide genaue Werte nur bei Benutzung einer bestimmten Emanationsmenge geben. Das neue Instrument besteht aus einer Ionisationskammer von $375 \times 100 \times 100$ mm³, auf welche ein Wulfsches Zweifaden-Elektrometer in verkehrter Stellung aufgesetzt wird, von dem aus ein Zerstreuungsstab von 6 mm Durchmesser und 340 mm Länge in die Ionisationskammer hineinreicht. Das zu untersuchende Wasser kann je nach Bedarf durch eine oder mehrere der in den vier Seitenwänden vorgesehenen Düsen eintreten, von wo es nacheinander auf eine Reihe von Rinnen tropft, die an jeder Wand angebracht sind (Fig.). Das sich am Boden sammelnde Wasser fließt dort in ein untergestelltes Gefäß. Die Rinnen tragen an ihren Enden dünne Kupferdrähtchen, um ein gleichmäßiges Tropfen zu erzielen. Dazu ist ferner nötig, daß die Wasserflasche immer bis zu einer bestimmten Marke gefüllt wird. Versuche ergaben, daß der Betrag der hierbei abgegebenen Emanation bei Zimmertemperatur hinreichend konstant ist. Infolge des Wasserfalleffektes muß der Apparat stets negativ aufgeladen werden, da sich bei positiver Ladung wesentlich größere und unregelmäßig schwankende Normalverluste ergeben; diese hängen hierbei auch von kleinen Verunreinigungen des Wassers ab. Da die Bewegung des Fadens beim Beginn des Tropfens zunächst langsam erfolgt und erst später linear mit der Zeit verläuft, so gilt folgende Beobachtungsvorschrift: sowie der eine Faden die Marke 80 der Skala passiert, wird der Hahn an der Flasche geöffnet, beobachtet wird aber nur die Wanderungszeit zwischen den Skalenstrichen 65 und 30. Für absolute Werte muß der Apparat durch eine der bekannten Meßanordnungen geeicht werden. Bei Benutzung von 2 Rinnensystemen kann man damit Wässer mit Emanationsgehalten zwischen 40 und 1000 Mache-Einheiten messen. Für schwächere oder stärkere Wässer benutzt man nur 1 bzw. 3 oder 4 Rinnensysteme. In der Arbeit ist noch ein Nomogramm mitgeteilt, welches die Wassermenge zu bestimmen gestattet, die man beim Fontaktometer oder Emanometer für die einzelnen am Tropf-Emanoskop gefundenen Werte nehmen muß, um bei jenen die größte Genauigkeit zu erzielen. *Berndt.*



Steigerung der sekundären Energie beim Funkeninduktor.

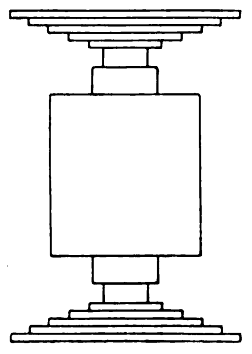
Von F. Dessauer, *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 425. 1921.*

Beim Funkeninduktor erhält man eine wesentlich größere Energie, wenn man auf den evtl. zu verlängernden Eisenkern nach außen sich erweiternde Endstücke aufsetzt, die am besten aus einzelnen, aus sorgfältig unterteiltem Eisen hergestellten Scheiben bestehen (Fig.). Man kann auf diese Weise, wie die ausgeführten Versuche gezeigt haben, eine Steigerung bis zu 300% erhalten. Die Wirkungsweise des Funkeninduktors beruht nämlich, im Gegensatz zum Transformator, darauf, daß im Augenblick der Unterbrechung Energie in dem System aufgespeichert ist. Ferner darf die Energie nicht in ein System abfließen können, das mit der Primärspule enger als die Sekundärsäule gekoppelt ist. Der übertragbare Energievorrat im Augenblick der Unterbrechung ist

$$E_t = \tfrac{1}{2} \cdot i^2 \cdot L.$$

(E_t die aufgespeicherte Energie, i die momentane Stromstärke im Augenblick der Unterbrechung, L die gesamte Induktivität des primären Systems). Dabei ist L gegeben durch

$$L = 4 \cdot \pi \cdot z^2 / R_m \cdot 10^{-9} \text{ Henry.}$$



(z primäre Windungszahl, R_m der gesamte magnetische Widerstand des magnetischen Kreises). Dieser wird nun dadurch verringert, daß der Übertrittsquerschnitt in die Luft durch die Ansatzstücke wesentlich vergrößert wird. Diese Erklärung ist indessen nur eine erste Annäherung, wie z. B. aus Versuchen hervorgeht, wonach die mit Hilfe von Wechselstrom gefundene Erhöhung der Induktivität nicht immer ausreicht, um die beobachtete Leistungssteigerung zu erklären. Ein weiterer Grund für die günstige Wirkung der Ansatzstücke ist die Erhöhung der Koppelung der beiden Systeme. Besonders wertvoll ist die angegebene Verbesserung beim Einzelschlagverfahren.

Berndt.

Theorie unvollkommener Gitter.

Von C. M. Sparrow. *Astrophys. Journ.* ***49.*** *S. 25. S. 1919.*

Es liegen bereits eine große Anzahl von Veröffentlichungen über diesen Gegenstand vor. Unter ihnen sind besonders zu nennen die klassischen Untersuchungen von Rowland und von Rayleigh. Sie bilden die Grundlagen fast aller anderen Arbeiten. Cornu hat eine besondere elegante Methode entwickelt, welche besonders geeignet ist zur Darstellung periodischer Fehler der Gitter. Der Verf. macht den Versuch, den Gegenstand aufs neue zu behandeln, und zwar vom Standpunkte der sogenannten Vektor-Methode, wie sie zuerst für das vollkommene Gitter von A. L. Kimball angewandt worden ist. Diese Methode vermeidet den Gebrauch einer verwickelten Analysis, sie empfiehlt sich besonders für solche Probleme, bei denen es mehr auf qualitative Feststellungen als um zahlenmäßige Lösungen handelt. Der erste Teil der Arbeit betrifft die verschiedenen Arten von Fehlern, welche leicht in der Praxis eintreten, während der zweite Teil sich mit der Prüfung der Grenzen der Methode der Koinzidenzen behufs Messung der Wellenlängen beschäftigt.

H. Krüss.

Erklärung.

Herr Prof. P. P. Koch hat in *dieser Zeitschr.* ***41.*** *S. 314. 1921* in einem Vorwort zu dem Aufsatz über sein neues Mikrophotometer auf das im Astrophysikalischen Observatorium Potsdam befindliche Instrument hingewiesen; ich fühle mich verpflichtet, hierzu eine kurze Aufklärung zu geben, um einer für Herrn Dr. Freundlich ungünstigen Deutung des oben erwähten Hinweises vorzubeugen.

Das mir vom Physikalischen Institut in München in Auftrag gegebene Mikrophotometer war bei Kriegsausbruch etwa halb vollendet und konnte infolge Inanspruchnahme meiner Mitarbeiter durch die Hilfsdienstpflicht nicht fertiggestellt werden. Da Herr Dr. Freundlich ein Kochsches Mikrophotometer erwerben wollte, habe ich die für das Münchener Instrument bestimmten halbfertigen Teile, von denen ich einige wegen der Eigenartigkeit der Konstruktion zunächst nur für Vorversuche gefertigt hatte, zu einem, seinen besonderen Zwecken entsprechenden Instrument zusammengefügt und ihm verkauft. Die Arbeit erfolgte im Einverständnis mit den Vertretern der Militärbehörde, als Gegenleistung für die Mitarbeit des Herrn Dr. Freundlich bei der Konstruktion von Horchapparaten. Durch den unerwarteten Ausgang des Krieges wurde mir die Möglichkeit genommen, die Verpflichtungen gegen das Münchener Institut zu erfüllen; Herr Dr. Freundlich hat an dieser Angelegenheit keinen anderen Anteil, als den eines Auftraggebers meiner damaligen Werkstätte, und ich bedaure, daß infolge meiner Dispositionen sein Name im Zusammenhang mit dieser Angelegenheit überhaupt genannt worden ist.

Berlin-Steglitz.

Reinhold Töpfer.

Berichtigung.

Infolge unrichtiger Ausführung der Korrektur steht auf S. 51 dieses Jahrgangs der Faktor $\left(1+\frac{dn}{n}\right)$ irrtümlicherweise in Gleichung 9), währenddem er der voranstehenden Gleichung auf der rechten Seite zugefügt werden sollte.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT FÜR INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **E. v. Hammer** in Stuttgart, **K. Haußmann** in Berlin, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Berlin, **H. Krüss** in Hamburg, **H. Ludendorff** in Potsdam, **O. Lummer** in Breslau, **H. Maurer** in Berlin, **C. Pulfrich** in Jena, **C. Reichert** in Wien, **M. v. Rohr** in Jena, **H. Rubens** in Berlin, **W. Sartorius** in Göttingen, **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **A. Westphal** in Berlin, **E. Wiechert** in Göttingen.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

5. Heft: Mai.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 180,— für den Jahrgang, M. 45,— für das Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 3,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30 %	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **Mai 1922.** Fünftes Heft.

Die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1921.

(Schluß von S. 114.)

Abteilung III.

Unterabteilung IIIa.

1. Zustandsgleichung der Gase[1]).

Die Isothermen des Heliums wurden für 0°, 50° und 100° bis 100 Atm. zu Ende gemessen. Sie verlaufen im Beobachtungsbereich geradlinig und es gelten für sie die Gleichungen:

$$0^\circ : pv = 0{,}99930 + 0{,}0006954\, p$$
$$50^\circ : pv = 1{,}18223 + 0{,}0006889\, p$$
$$100^\circ : pv = 1{,}36518 + 0{,}0006680\, p,$$

wo p in m Quecksilber ausgedrückt ist.

Mit der Messung der Isothermen des Stickstoffs, der ebenfalls für die gasthermometrischen Bestimmungen von Bedeutung ist, wurde begonnen.

2. Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff[2]).

Die endgültige Berechnung der Beobachtungen führte zu Werten für die Koeffizienten, welche nur innerhalb der Fehlergrenzen von den im vorjährigen Bericht mitgeteilten abweichen. Die Arbeit ist veröffentlicht (vgl. Anhang 2, Nr. 97).

3. Gasthermometrische Messungen zwischen — 193 und — 258°[3]).

Die bereits in den Berichten vom Jahre 1913 und 1914 erwähnten Beobachtungen mit dem Heliumthermometer bei tiefen Temperaturen sind erst jetzt veröffentlicht (vgl. Anhang 2 Nr. 93), nachdem der Spannungskoeffizient dieses Gases, der mit älteren Angaben über die absolute Temperatur des Eispunktes unvereinbar schien, durch die im vorigen Bericht beschriebenen ausführlichen Messungen bestätigt ist. Die wesentlichen Ergebnisse jener Beobachtungen sind folgende:

a) Bei — 193° zeigt ein Heliumthermometer konstanter Dichte vom Eispunktsdruck

$$p_0 = 0{,}76 \text{ m Hg um } 0{,}04 \pm 0{,}02^\circ$$

höher als ein gleichartiges Wasserstoffthermometer.

b) In der Nähe des Kondensationspunktes sind die Abweichungen des Stickstoff- und Argonthermometers von der thermodynamischen Skale zwei- bis dreimal geringer als aus der Clausius-Berthelotschen Zustandsgleichung folgt. Für Wasserstoff stimmen die entsprechenden Werte der Berechnung mit denen der Beobachtung nahe überein.

c) Wasserstoff siedet unter normalem Druck bei — 252,80°.

d) Das Widerstandsverhältnis R_t/R_0 eines bestimmten Platins (Nr. 29) läßt sich zwischen — 192° und — 210° sowie zwischen — 253° und — 257° als Funktion der absoluten Temperatur $T = t + 273{,}2^\circ$ nach der Gleichung

$$\log \left[\frac{R_t}{R_0} - 0{,}003798\right] = -1{,}69978 + 0{,}756055 \log T - 35{,}3843 \frac{1}{T}$$

berechnen.

---

[1]) Holborn. — [2]) Henning, Heuse. — [3]) Henning.

4. Vergleich der Temperaturskala der Reichsanstalt mit der thermodynamischen Skala zwischen 0 und 100°[1]*).*

Mit einem Heliumthermometer konstanten Volumens (300 ccm) und einem Eispunktsdruck von 1012 mm Hg wurden die Platinwiderstandsthermometer Nr. 141, 142, 143 bei 20, 50 und 80° verglichen, nachdem diese in der üblichen Weise bei 0, 100 und 445° (Siedepunkt des Schwefels) geeicht waren.

Die Bearbeitung des Beobachtungsmaterials ergab, daß der mittlere Fehler der einzelnen Beobachtung mit dem Platinwiderstandsthermometer auf ± 0,003°, derjenige mit dem Gasthermometer auf ± 0,005° anzusetzen ist. Die Mittelwerte für die Unterschiede zwischen dem Helium- und den Platinwiderstandsthermometern betrugen bei

t	*He—Pt*-Skale
20°	+ 0,007°
50°	— 0,005°
80°	+ 0,004°

Hieraus ist zu schließen, daß die nach den Vorschriften der Reichsanstalt geeichten Widerstandsthermometer aus reinem Platin zwischen 0 und 100° um weniger als 0,01° von der thermodynamischen Skala abweichen, da diese sich von der Skala des verwendeten Heliumthermometers praktisch nicht unterscheidet.

Die Arbeit ist veröffentlicht (vgl. Anhang 2 Nr. 98).

5. Sättigungsdruck des Sauerstoffs[1]*).*

Im Anschluß an frühere Messungen des Sättigungsdruckes von Sauerstoff in der Nähe des normalen Siedepunktes ist nunmehr damit begonnen, diese Beobachtungen auf ein weiteres Temperaturgebiet auszudehnen. Zunächst wurde ein mit Sauerstoff gefülltes Dampfdruckthermometer in Bädern von flüssigem Stickstoff und flüssigem Sauerstoff verschiedener Mischung zwischen — 182 und — 195° mit einem Heliumthermometer (Gefäßvolumen 300 ccm) vom Eispunktsdruck 1012 mm Hg und mit den Platinwiderstandsthermometern Nr. 29 und Nr. 30 verglichen.

Für Beobachtungen unterhalb — 195° wurde der Thermostat mit einer elektromagnetischen Rührvorrichtung versehen und in einem luftdicht verschließbaren Behälter angeordnet, so daß die Badflüssigkeit unter vermindertem Druck zum Sieden gebracht werden kann.

6. Gesetzliche Festsetzung der Temperaturskale und der Wärmeeinheit[2]*).*

Der deutsche Verband technisch-wissenschaftlicher Vereine und der Normenausschuß der deutschen Industrie haben angeregt, die thermischen Maßeinheiten gesetzlich festzulegen. Namentlich besteht ein Bedürfnis nach der Festsetzung einer einheitlichen Temperaturskale, da die Réaumur-Skale noch immer vielfach benutzt wird, obwohl sich die Wissenschaft und die Technik allgemein der Celsius-Skale bedienen. Auf die Aufforderung des Reichsministeriums des Innern ist ein Gesetzentwurf ausgearbeitet, in welchem als gesetzliche Temperaturskale die thermodynamische festgesetzt wird, und zwar in derjenigen Verwirklichung, welche die Reichsanstalt der Eichung der Thermometer zugrunde legt.

Als gesetzliche Einheit der Wärmemenge wurden die Kilokalorie von 15° und die Kilowattstunde gewählt, von denen die letztere 860 Kilokalorien gleich zu erachten ist.

7. Der Zahlenwert der Gaskonstante[3]*).*

Nachdem in der Reichsanstalt mehrere grundlegende Messungen (absolute Temperatur des Eispunktes, Beziehung zwischen internationalem Ohm und absolutem Ohm, Beziehung zwischen Kalorie und internationalem Joule) durchgeführt sind, deren Ergebnisse für die Herleitung der allgemeinen Gaskonstante von wesentlicher Bedeutung sind, wurde diese wichtige Konstante neu berechnet (vgl. Anhang 2 Nr. 95). Es ergaben sich in den verschiedenen Maßsystemen folgende Werte, deren allgemeine Annahme als Richtwerte empfohlen wird:

$$R = 0{,}08204 \pm 0{,}00003 \text{ Liter-Atmosphären/Grad. Mol.}$$
$$R = (8{,}313 \pm 0{,}003) \cdot 10^7 \text{ Erg/Grad. Mol.}$$
$$R = 1{,}986 \pm 0{,}001 \text{ cal}_{15}\text{/Grad. Mol.}$$

8. Verbrennungswärme von Benzoesäure, Naphthalin und Rohrzucker[1]*).*

Eine an die Reichsanstalt gerichtete Anfrage nach Normalwerten für Verbrennungswärmen zwecks Eichung von Kalorimetern führte zu einer kritischen Bearbeitung des vorliegenden Be-

[1]) Henning, Heuse.
[2]) Holborn, Henning, Jakob.
[3]) Henning.

obachtungsmaterials. Hiernach gelten folgende Werte für die Verbrennungswärmen zur Zeit als die wahrscheinlichsten:

Benzoesäure	6320	cal_{15}/g	= 26444	Joule/g
Naphthalin	9617	„	= 40239	„
Rohrzucker	3949	„	= 16523	„

Für die Eichung von Verbrennungskalorimetern wird vorgeschlagen (vgl. Anhang 2 Nr. 94), Messungen sowohl mit Benzoesäure, als auch mit Naphthalin und Rohrzucker durchzuführen und für die Kapazität des Kalorimeters unter Annahme der vorstehend genannten Zahlen den Mittelwert aus den drei Einzelbestimmungen anzunehmen.

9. Widerstandskoeffizient reiner Metalle [1].

Die Untersuchung von Proben reinen Nickels und Kobalts wurde fortgesetzt. Von beiden Metallen liefert jetzt auch die Firma Kahlbaum sehr reine Pulver, die im Vakuum geschmolzen und dann auf ihren Widerstandskoeffizienten gemessen wurden. Es ergab sich, daß dieser zwischen 0 und 100° bei Nickel und Kobalt ebenso wie bei Eisen mit zunehmender Reinheit auf den Wert 0,0067 und darüber steigt, also in gleicher Weise den Widerstandskoeffizienten aller andern Metalle übertrifft.

Eine neue Probe Aluminium, die im chemischen Laboratorium gereinigt war und nicht mehr als 0,1 % Verunreinigung aufwies, ergab einen Widerstandskoeffizienten von 0,0044, einen Wert, der nicht größer war, als ihn das Ausgangsmaterial mit 0,4 % Verunreinigung aufwies.

Die Untersuchung ist veröffentlicht (vgl. Anhang 2 Nr. 100).

10. Diffuses Reflexionsvermögen [2].

Im vorjährigen Bericht wurde eine Methode (Rohrmethode) beschrieben, nach der sich für das diffuse Reflexionsvermögen der Magnesia unter Wiederholung und Verbesserung der bereits erwähnten Beobachtungen im Mittel der Wert $R = 0{,}955$ ergab, falls man die Annahme macht, daß die Reflexion ideal diffus erfolgt. Weitere Versuche haben ergeben, daß bei senkrechter Inzidenz das Reflexionsvermögen vom Ausfallswinkel abhängig ist. Es wurde mittels einer Linse das Bild eines glühenden Wolframstreifens auf einem senkrecht zur Strahlenrichtung orientierten Magnesiaschirm entworfen und die Helligkeit des Bildes mit dem Mikropyrometer in Abhängigkeit vom Ausfallswinkel ϑ gemessen. In rotem und grünem Licht ergaben sich nach Ausgleichung der Beobachtungen folgende relative Werte für das Reflexionsvermögen, die mit $\varkappa \cdot r_\vartheta$ ($\varkappa$ ist ein Proportionalitätsfaktor) bezeichnet sind.

ϑ	$\varkappa r_\vartheta$ rot	$\varkappa r_\vartheta$ grün
0°	1,00	1,00
15	0,99	0,99
30	0,96	0,98
45	0,91	0,95
60	0,85	0,89
75	0,74	0,79
90	0,58	0,62

Das Reflexionsvermögen r_ϑ unter dem Winkel ϑ sei dadurch definiert, daß bei einer senkrecht einfallenden Strahlung von der Intensität J unter dem Winkel ϑ von einer Fläche 1 cm² in den räumlichen Winkel 1 pro Sekunde die Energie $\frac{J}{\pi} \cdot r_\vartheta \cdot \cos\vartheta$ zurückgeworfen wird. Der Mittelwert des Reflexionsvermögens über alle räumlichen Winkel ergibt sich dann zu

$$R = 2\int_0^{\pi/2} r_\vartheta \sin\vartheta \cos\vartheta \,\delta\vartheta = \bar{r}_\vartheta .$$

Aus der vorstehenden Tabelle folgt nach graphischer Integration für rotes Licht $\varkappa \cdot R = 0{,}90$ und für grünes Licht $\varkappa \cdot R = 0{,}93$.

[1]) Holborn.
[2]) Henning, Heuse.

Zur Bestimmung des Absolutwertes von r_ϑ wurde das Bild auf dem Magnesiaschirm bei bekanntem Öffnungswinkel der Linse entworfen und die Helligkeit des Bildes durch das Mikropyrometer mit der Helligkeit des glühenden Wolframstreifens verglichen, der durch die Linse (Goerzlinse oder Zeiss-Tessar) hindurch betrachtet wurde. Bei dieser Methode geht die Lichtschwächung der Linse nicht in die Rechnung ein. Die Helligkeit des Wolframbandes, durch die Linse beobachtet, war etwa 750 mal größer als diejenige des Schirmbildes. Diese Zahl, welche zur Ermittelung des Reflexionsvermögens r_ϑ wesentlich ist, wurde unter Verwendung eines rotierenden Sektors mit kontinuierlich veränderlicher Einstellung, sowie besonderer Lichtschwächungen aus belichteten und entwickelten photographischen Platten ermittelt.

Mit dem für $\vartheta = 41^0$ ermittelten Werte r_ϑ wurde der Proportionalitätsfaktor $\varkappa$ berechnet und dann aus dem angegebenen Produkt $\varkappa R$ das diffuse Reflexionsvermögen R abgeleitet. Die so gewonnenen Werte für R stimmen innerhalb der Beobachtungsfehler mit dem Ergebnis der Messungen nach der Rohrmethode überein.

11. Druckabfall von Gasen und Flüssigkeiten beim Strömen durch Rohre[1]).

Die Veröffentlichung über den Druckabfall von Luft und von Wasser beim Strömen durch Rohre befindet sich im Druck. Auf Grund der Versuchsergebnisse wird darin vorgeschlagen, Meßgeräte für große Gasströme, z. B. Düsen, statt mit großen Gasbehältern, die Schwierigkeiten bieten, mit entsprechend weiten glatten Rohren zu eichen. Mit einem Messingrohr von 10 cm lichter Weite und 7 m Länge, wovon 5 m als Beruhigungsstrecke am Einlauf, 1 m als Meßstrecke für den Druckabfall, und 1 m als Beruhigungsstrecke am Auslauf dienen müßten, könnte z. B., wenn man 40 cm Wassersäule Druckabfall pro m Rohrlänge zuließe, eine Luftmenge von etwa 7800 cbm/h gemessen werden. Will man an einem solchen Meßrohr nochmals die Konstanten der Blasiusschen Gleichung mit Wasser bestimmen, so erfordert dies einen Wasserstrom von etwa 30 kg/s. Mit den in der Reichsanstalt ermittelten Werten der genannten Konstanten (s. Tätigkeitsbericht 1920 *diese Zeitschr.* ***41.*** *S. 146. 1921*) dürften aber schon genauere Messungen großer Gasmengen möglich sein als mit irgendeinem anderen der üblichen Verfahren.

12. Wärmeleitvermögen von Flüssigkeiten[2]).

Bei der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit des Wassers (s. Tätigkeitsbericht 1920, *diese Zeitschr.* ***41.*** *S. 164. 1921*) hat sich herausgestellt, daß ihr Temperaturkoeffizient nicht negativ ist, wie Lees gefunden hatte, sondern positiv; er beträgt etwa 0,003. Auch bei anderen Flüssigkeiten ist früher ein negativer Temperaturkoeffizient gemessen worden, z. B. bei Toluol von Goldschmidt. Versuche zur Nachprüfung dieses Ergebnisses sind in Angriff genommen. Zunächst wurde die Wärmeleitfähigkeit des Toluols bei 19,6° gemessen. Sie ergab sich zu 0,000443 $\text{cal}\cdot\text{cm}^{-1}\ \text{s}^{-1}\ \text{Grad}^{-1}$. H. F. Weber hat bei 12° 0,000307 und Goldschmidt bei 14,5° 0,000342 gefunden. Die zu berücksichtigten Wärmeverluste betrugen 9 bis 10 % der gesamten Heizwärme, also ungefähr ebensoviel wie bei den Versuchen mit Wasser bei 72°. Davon entfielen etwa 0,6 % auf dieVerdampfung des Toluols. Die Messungen werden bei tiefen Temperaturen (bis — 80°) fortgesetzt, wozu die Einrichtungen schon getroffen sind.

13. Wärmeleitvermögen fester schlecht leitender Stoffe[2]).

Mit dem Apparat zur Bestimmung des Wärmeleitvermögens von Flüssigkeiten können ohne weiteres dünne kreisförmige Platten von 117 mm Durchmesser aus schlecht leitenden Stoffen geprüft werden. Im Berichtsjahr wurden damit zwei Glasplatten und eine Platte aus Hochvakuum Bitumen auf Antrag untersucht.

Ein Prüfungsantrag auf Wärmeleitvermögen einer Isolierschnur veranlaßte die Herstellung eines 3 m langen zylindrischen elektrischen Heizkörpers, der mit der zu untersuchenden Isolierschnur bewickelt wurde.

14. Wärmeleitvermögen von Metallen[2]).

Da für eine Firma das Wärmeleitvermögen von sechs verschiedenen Aluminiumlegierungen bei zwei Temperaturen zu messen war, wurde das für Flüssigkeite nausgearbeitete Verfahren zur Messung an Metallen umgebildet. Dabei konnte derselbe Apparat benutzt werden, obwohl jetzt eine tausendmal größere Wärmeleitfähigkeit zu bestimmen war als die des Toluols.

---

[1]) Jakob.

[2]) Jakob, Disch.

Fig. 18 zeigt die gewählte Anordnung. Der zu prüfende Metallkörper L, ein Zylinder von 150 mm Länge und 117 mm Durchmesser, liegt zwischen dem elektrischen Heizkörper H_1 und dem Eisenklotz E, der von Wasser umspült wird. Für die Messungen bei 20 bis 30° genügt es, den Wasserzufluß O_1 unter Zwischenschaltung einer Reguliervorrichtung an die Hausleitung anzuschließen und das bei O_2 ablaufende Wasser in einen Ausguß zu führen. Um aber L auf höhere Temperaturen (bis etwa 75°) zu bringen, dient der in Fig. 18 skizzierte Wasserkreislauf. Das Wasser wird in dem Gefäß G_2 durch den elektrischen Heizkörper H_2 erwärmt, bei O_3 von einer kleinen elektrisch betriebenen Pumpe abgesaugt, bei O_1 in das Gefäß G_1 gedrückt und über O_2 nach G_2 zurückgeführt. Die im Heizkörper erzeugte Wärmemenge W wird aus Strom und Spannung bestimmt, der achsiale Temperaturabfall im Metallzylinder L mit Thermoelementen, deren

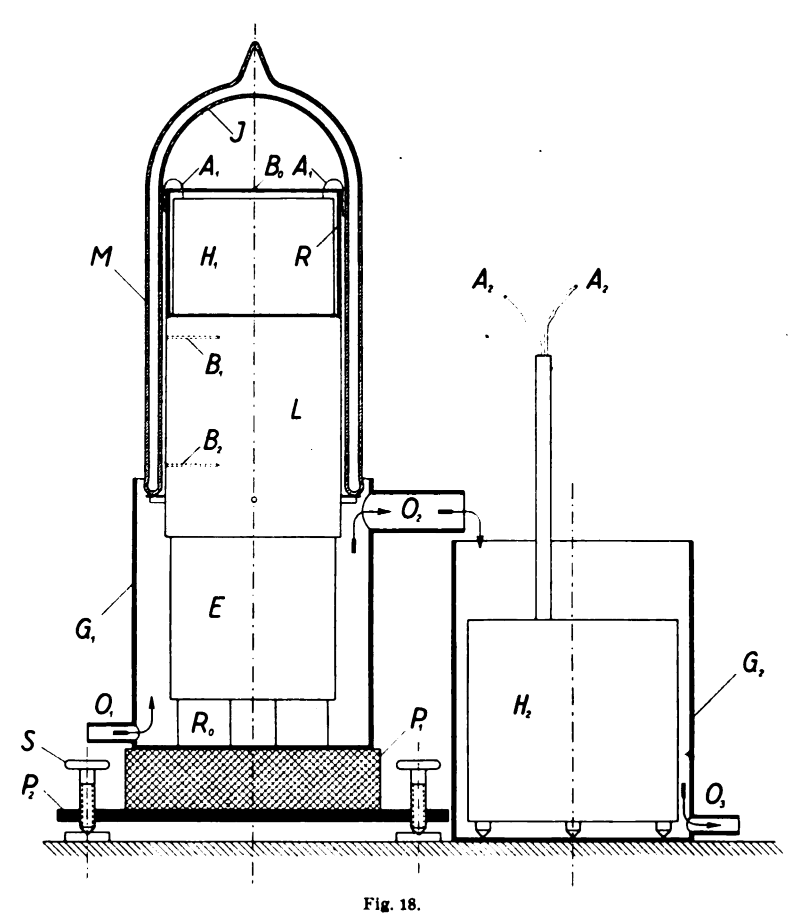


Fig. 18.

warme Lötstellen genau zentriert in den Bohrungen B_1 und B_2 liegen. Eine Kupferhaube R dient als erster Strahlungsschutz und zum Ausgleich der Oberflächentemperatur des Systems oberhalb L. Das Vakuummantelgefäß M verringert die Wärmeverluste und ermöglicht ihre genaue Bestimmung. Die zwischen B_1 und B_2 von L ausgestrahlte Wärme kann, wie die Rechnung ergibt, dadurch berücksichtigt werden, daß man die Hälfte dieser Wärmemenge von der in H_1 erzeugten subtrahiert. Das Verhältnis der Wärmeverluste V zu der gesamten Heizwärme W wird natürlich um so günstiger, je besser das zu untersuchende Metall die Wärme leitet. Bei Aluminium z. B. betrug V bei 30° nur etwa 3‰, bei 70° erst etwa 8‰ von W, gegen etwa 10% bei Wasser von 73°.

Bisher wurden die erwähnten Aluminiumlegierungen, darunter die neue Leichtlegierung Silumin, ferner 99-prozentiges Aluminium und 30-prozentiger Kruppscher Nickelstahl untersucht. Bei sämtlichen Proben war zwischen 30 und 70° der Temperaturkoeffizient der Wärmeleitfähigkeit positiv.

Honda[1]) hat Nickelstahl von gleichem Nickelgehalt untersucht und seine Leitfähigkeit bei 30° zu 0,0193 nach Abkühlen von 900° und zu 0,0319 nach Erwärmung von — 190° auf Raumtemperatur gefunden. Die Wärmeleitfähigkeit des geschmiedeten und nicht weiter behandelten, in der Reichsanstalt untersuchten Zylinders betrug dagegen 0,029 bei 29,4° und 0,031 bei 71,5°. Weitere Untersuchungen nach dem Glühen und nach der Abkühlung auf tiefer Temperatur sollen erfolgen.

15. Spezifische Wärme der Gase bei hohen Drucken[2]). Die Bestimmung der spezifischen Wärme der Kohlensäure ist in Vorbereitung. Als Kalorimeter dient an Stelle des im Tätigkeitsbericht 1910 (*Diese Zeitschr.* ***31.*** *S. 116. 1911.* Fig.) beschriebenen ein 2 m langes innen und außen elektrisch geheiztes Rohr aus 30-prozentigem Nickelstahl, dessen Bezug die Firma Friedr. Krupp der Reichsanstalt ermöglicht hat. Die zylindrische Anordnung erleichtert die Bestimmung der Wärmeverluste bei dem Ein- und dem Austritt des Gases und die geringere Wärmeleitfähigkeit des Nickelstahls setzt die Verluste herab. Der Kreislauf für die Kohlensäure zwischen dem Kompressor und dem Kalorimeter wurde eingerichtet, wozu der eine Teil der neu erforderlichen Rohre und Ventile von der Turbinenfabrik der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft und der andere von der Gesellschaft für Lindes Eismaschinen zur Verfügung gestellt wurde. Die durch das Kalorimeter strömende Kohlensäuremenge wird aus dem Druckabfall in dem Messingrohr von 150 cm Länge und 1 cm lichter Weite ermittelt, an dem früher die Konstanten der Blasiusschen Gleichung mit Luft bestimmt worden sind (s. Nr. *11*). Auch die Messung der Wärmeleitfähigkeit des 30-prozentigen Nickelstahls, des Baustoffs des Kalorimeters (s. Nr. *14*), bildet eine Vorarbeit zu dieser Untersuchung.

Unterabteilung III b.

1. Übersicht über die Prüfungen[3]). Im Jahre 1921 wurden folgende Gegenstände geprüft:

I. Ausdehnungsthermometer.

	1152	(784)	feine Thermometer mit Korrektionsangaben in 0,01°, geprüft in Temperaturen bis 100°,
	2133	(725)	Thermometer mit Korrektionsangaben in 0,1°, geprüft in Temperaturen bis 100°,
	43	(38)	Siedethermometer für Höhenmessungen,
	104	(45)	Beckmannsche Thermometer,
	97	(84)	Tiefseethermometer, auf Drucke bis 600 Atm. geprüft,
	3057	(1689)	hochgradige Thermometer, z. T. geprüft in Temperaturen bis 750°,
	72	(19)	tiefgradige Thermometer, darunter 35 (7) Pentanthermometer für Temperaturen bis — 190°,
zusammen	6658	(3384)	Thermometer.

Ferner:

141839	(15229)	Fieberthermometer, darunter 46134 (4465) gewöhnliche Maximum- und 95705 (10764) Minutenthermometer.

II. Elektrische und optische Thermometer.

	14	(5)	Widerstandsthermometer,	
	184	(123)	Thermoelemente darunter 116 (62) aus Platin-Platinrhodium, 40 (27) Konstantan-Silber, 4 (7) Konstantan-Kupfer, 21 (1) Konstantan-Eisen, 1 (0) Mangannickel-Chromnickel, 2 (1) Kohle-Nickel,	
	9	(5)	Millivoltmeter für thermoelektrische Zwecke,	
	2	(13)	Wannersche Pyrometer mit je einem Rauchglas,	
	20	(0)	Rauchgläser für Wannersche Pyrometer,	
	85	(14)	Pyrometerlampen, davon 45 Metallfaden- und 40 Kohlefadenlampen,	für das Holborn-Kurlbaumsche Pyrometer,
	1	(13)	Prismensatz für Lichtschwächung,	
	1	(0)	Reflexionsprisma,	
zusammen	316	(202)	Apparate.	

[1]) Honda, *Science reports of the Tôhoku Univers. (1) 7. S. 59. 1918.* — [2]) Jakob.

[3]) Scheel, Grützmacher, Jakob, Hoffmann, Moeller, Disch, Ebert, Blankenstein.

III. Instrumente für Druckmessung.

2 (3) Quecksilberbarometer,
5 (1) Aneroidbarometer,
39 (22) Manometer für verschiedene Meßbereiche, darunter 1 bis 1000 kg/cm^2,
1 (1) Kalorimeterbombe auf Druck,

zusammen 47 (27) Druckmeßinstrumente.

IV. Apparate zur Untersuchung des Erdöls.

71 (69) Petroleumprober, darunter 13 mit Ersatzthermometern und 1 für hohe Temperaturen,
13 (0) Flammpunktprüfer,
557 (282) Zähigkeitsmesser, darunter 327 (141) nach Ubbelohde, 15 (4) für höhere Temperaturen, 37 (7) mit Zehntelgefäß sowie 4 (2) vierfache und 2 (2) zweifache,
6 (3) Siedeapparate für Mineralöle,

zusammen 647 (354) Apparate für Erdöle.

V. Sonstiges.

37 (19) Verbrennungskalorimeter (Bestimmung des Wasserwertes auf elektrischem Wege),
40 (0) Gas-Kocher, Sparer, Brenner, Gebläse auf Gasverbrauch,
11 (3) Stoffe auf Ausdehnung,
6 (12) Posten = 280 (1407) Legierungsringe für Schwartzkopffsche Dampfkessel-Sicherheitsapparate,
9 (0) Widerstandsdrähte oder -stäbe (Siliciumkarbid) auf Temperaturkoeffizient und Strombelastung,
1 (0) Bestimmung der Zähigkeit von Öl,
22 (6) Vakuummantelgefäße auf Isolierfähigkeit,
6 (0) Aluminiumlegierungen auf Wärmeleitfähigkeit bei 30 und 70°,
1 (0) Hochvakuum-Bitumen und
2 (0) Glasplatten auf Wärmeleitfähigkeit bei Zimmertemperatur,
1 (0) Isolierschnur auf Wärmeleitfähigkeit bei 100°,
1 (0) elektrische Heizplatte auf ihre Wirksamkeit und Haltbarkeit,
430 (35) hochgradige Thermometer unter Druck elektrisch abgeschmolzen,
4 (0) Thermographen,
2 (0) Haarhygrometer,

zusammen 573 (75) Gegenstände.

Die Prüfungstätigkeit der Unterabteilung III b ist auf allen Gebieten erheblich, durchschnittlich auf das Doppelte gegenüber dem Vorjahre gewachsen, das selbst schon eine Steigerung, z. B. bei den nichtärztlichen Thermometern um 50%, aufwies. Der Umfang der Prüfungstätigkeit des letzten Friedensjahres 1913 ist bereits wieder erreicht, wenn nicht gar überschritten. Denn die Arbeit ist jetzt gegenüber dem Jahre 1913 vielfach durch die Mannigfaltigkeit der Prüfungsaufträge erschwert. So sind z. B. die damals in größeren Posten von 100 und mehr Stück eingehenden gleichartigen meteorologischen Thermometer fast ganz weggefallen und an ihre Stelle sind namentlich größere Mengen sogenannter Satzthermometer für höhere Temperaturen getreten, die individuell behandelt werden müssen. Ferner ist zwar die Zahl der Thermoelemente aus Platin-Platinrhodium, die nach einem feststehenden Schema geprüft werden konnten, gegenüber 1913 auf den zehnten Teil gesunken, dagegen sind aber Messungen der Ausdehnung, ferner des Temperaturkoeffizienten und der Strombelastung von Widerstandsmaterialien bis zu Temperaturen von über 1000° neu hinzugekommen, von denen ein einziger Auftrag einen Beamten oft viele Wochen in Anspruch nimmt. Die auf diese Weise stark angewachsene Prüfungsarbeit mußte von einem gegen die Vorkriegszeit verringerten Personal geleistet werden.

Den wissenschaftlichen Beamten, deren Zahl erst gegen Ende des Berichtsjahres auf die alte Höhe der Vorkriegszeit gebracht wurde, lag außerdem ob, den Direktor der Abteilung bei der Vorbereitung des Gesetzes über die Prüfung und Beglaubigung der Fieberthermometer zu unterstützen und später die Prüfungsstelle für Fieberthermometer in der Reichsanstalt weiter auszubilden und zu leiten, sowie das anhaltische Staatsprüfamt in Zerbst einzurichten. Diesen dringenden Aufgaben gegenüber mußten leider die wissenschaftlichen Arbeiten fast ganz zurücktreten.

2. Quecksilberthermometer. a) Allgemeines. Von den 6658 nichtärztlichen Thermometern waren 587 wegen Nichteinhaltens der Prüfungsvorschriften unzulässig. 53 gingen beschädigt ein, 91 — einschließlich 54 Stück freiwillig gesprungener Instrumente — wurden bei der Prüfung beschädigt; im ganzen mußten demnach 731 Thermometer, d. h. 11 % aller zur Prüfung eingereichten nichtärztlichen Thermometer zurückgewiesen werden.

b) Arbeitsnormale[1]. An Arbeitsnormalen wurden 16 Stück für die Prüfung von Fieberthermometern neu beschafft und bestimmt, außerdem 6 ältere Instrumente kontrolliert. Auch 4 Kalorimeter-Normale mußten infolge von Reparaturen teils kontrolliert, teils neu bestimmt werden. Von den Arbeitsnormalen für höhere Temperaturen wurden 22 Stück an das Platinthermometer angeschlossen.

3. Prüfungszwang für Fieberthermometer[2]. Das seit zwei Jahren vorbereitete Gesetz über die Prüfung und Beglaubigung der Fieberthermometer (Reichsgesetzblatt Nr. 49, S. 495—496 vom 7. Mai 1921) ist am 7. August in Kraft getreten. Nach diesem Gesetz müssen alle Fieberthermometer, welche im Deutschen Reiche hergestellt werden, bevor sie in den Verkehr kommen, geprüft und durch einen amtlichen Stempel beglaubigt werden. Bei den zur Ausfuhr bestimmten Thermometern kann von einer Stempelung Abstand genommen werden; diese Instrumente bleiben dann aber bis zur Ausfuhr im Gewahrsam der Prüfungsanstalt oder des Verbandes deutscher Glasinstrumentenfabriken in Ilmenau. Die Durchführung des Gesetzes liegt der Reichsanstalt ob, die eine besondere Prüfungsstelle eingerichtet hat. Weitere Prüfungsstellen, die unter der technischen Aufsicht der Reichsanstalt stehen, sind zur Zeit die beiden schon seit vielen Jahren bestehenden thüringischen Anstalten, das Staatsprüfamt für Glasgeräte in Ilmenau und die Staatsprüfungsanstalt für Glasgeräte in Gehlberg, zu denen noch das im Oktober eröffnete anhaltische Staatsprüfamt für Fieberthermometer in Zerbst hinzugekommen ist. Die Prüfungsanstalten sind durch Gesetz verpflichtet, 10 % ihrer Eingänge der Reichsanstalt zur Erledigung zu übergeben.

4. Prüfstelle für Fieberthermometer der Reichsanstalt[3]. Die Prüfstelle hat am 1. Juni ihre Tätigkeit zunächst mit dem für die gleichen Zwecke bereits vorhandenen Inventar in dem ehemaligen Magnetischen Häuschen begonnen und ist seitdem laufend vergrößert worden. Am Ende des Jahres bestand sie nach Hinzunahme weiterer Räume im Hauptgebäude aus einem Techniker, 38 weiblichen Hilfskräften und 2 Schwerkriegsbeschädigten. Die Aufstellung der Apparate und die Einrichtung der Räume wurde von technischen Beamten der Unterabteilung besorgt. Geprüft wurden in der Reichsanstalt bis zum Inkrafttreten des Gesetzes 38507 Fieberthermometer, davon 16554 Maximum- und 21953 Minuten-Thermometer; unzulässig waren 23,3 %. Bis Ende des Jahres gingen dann noch 29580 Maximum- und 73752 Minuten-Thermometer ein, zusammen 103332 Stück, von denen 15,4 % unzulässig waren. Von den zulässigen Thermometern wurden 92571 gestempelt, 24404 blieben ungestempelt. Am Ende des Jahres wurden täglich schon 2000 Fieberthermometer geprüft, beglaubigt und abgefertigt. Diese Zahl wird sich im Laufe der Zeit noch erhöhen.

5. Thermometerprüfungsstellen unter Kontrolle der Reichsanstalt[3]. Im Jahre 1921 wurden im Staatsprüfamt für Glasgeräte in Ilmenau und in seiner seit November bestehenden Nebenstelle in Geschwenda 1681507 Fieberthermometer zur Prüfung eingereicht, davon allein fast 1 Million Stück im letzten Vierteljahr. An nichtärztlichen Thermometern wurden in den ersten 9 Monaten 3005 Stück eingereicht; während des letzten Vierteljahrs wurden diese Thermometer der Reichsanstalt überwiesen, weil alle Hilfskräfte zur Prüfung von Fieberthermometern herangezogen werden mußten.

---

[1]) Scheel, Grützmacher, Moeller.
[2]) Holborn, Scheel, Grützmacher.
[3]) Scheel, Grützmacher.

Das Staatsprüfamt in Gehlberg prüfte im Jahre 1921 insgesamt 554957 Fieberthermometer, wovon 318386 gestempelt und 208065 Instrumente ohne Stempel zur Ausfuhr zugelassen wurden. 22050 (6,5%) bzw. 6456 (3%), insgesamt 28506 Thermometer (5,1%) wurden als unzulässig zurückgewiesen.

Das Anhaltische Staatsprüfamt in Zerbst prüfte seit seiner Eröffnung am 11. Oktober bis zum Ende des Jahres 117867 Fieberthermometer, wovon 33490 zur Prüfung und Beglaubigung, 84277 nur zur Prüfung ohne amtlichen Stempel eingereicht waren. Der Ausfall an unzulässigen Thermometern betrug im ersten Falle 4,9, im letzten Falle 2,3%.

6. Normalbarometer[1]). Es wurde ein Barometer der gewöhnlichen Fueßschen Konstruktion beschafft, dessen Vakuum mit einem Kohle enthaltenden Gefäß verbunden ist und durch ihre Abkühlung in flüssiger Luft jederzeit regeneriert werden kann. Das Barometer wurde zunächst ausgemessen; es ist jetzt gefüllt und soll mit den vorhandenen Barometern verglichen werden.

7. Platinschmelzpunkt[2]). Neue Versuchsreihen am Schwarzen Strahler im Iridiumofen bestätigten zunächst die Beobachtung (s. Tätigkeitsbericht 1920; S. 36), daß die Helligkeit beim Goldschmelzpunkt durchweg etwas zu gering ausfiel (entsprechend etwa 2°). Da es sich demnach um eine systematische Abweichung handelte, wurde der ganze Einbau neu hergestellt, wobei verschiedene Verbesserungen (Beseitigung einiger Inhomogenitätsstellen am Thermoelement, wirksamere Kühlung der Nebenlötstellen u. a.) vorgenommen wurden, vor allem aber die Hauptlötstelle des Iridiumruthenium-Elementes im strahlenden Hohlraum in möglichst ähnlicher Weise angeordnet wurde wie in den Schwarzen Strahlern mit Platin-Platinrhodium-Element. In der Tat ergaben sich nunmehr höhere Werte für die Helligkeit beim Goldschmelzpunkt.

Chemisches Laboratorium.

1. Glas[3]). Die amtliche Prüfung auf natürliche und Verwitterungsalkalität nach dem Eosinverfahren an Bruchflächen betraf 20 optische Glasarten aller hydrolytischen Klassen.

Zu chemischen Zwecken wurden 8 Glasarten auf ihre Lösungsalkalität geprüft, wobei Kolben und Röhren zur Anwendung kamen.

Das Bedürfnis der Technik nach vereinfachten Prüfungsmethoden, welche es ermöglichen, die Glasgeräte ihrer ursprünglichen Substanz nach auch dann hydrolytisch zu klassifizieren, wenn ihre Oberflächenschichten verändert sind, hat dazu geführt, die Minutenprobe mit ätherischer Eosinlösung am rauh geschliffenen Glase vorzunehmen. Diese neue Modifikation der Eosinprobe ist auf alle Glasgegenstände anwendbar und insofern zweckmäßig, als dieselben zur Erlangung frischer Bruchflächen nicht zerstört zu werden brauchen; eine rauh geschliffene Stelle von 2 qcm genügt zur Ausführung der Adsorptionsreaktion.

Die kolorimetrischen Effekte sind wenigstens 6mal so groß als an glatten Bruchflächen von gleicher Größe und führen mithin zu einer besonderen Reihe, in welcher die relative Angreifbarkeit der ursprünglichen Glassubstanzen richtig wiedergegeben wird.

In einer Mitteilung von F. Mylius über die alkalimetrische Prüfung der Glasgeräte (Nr. 50 der *Zeitschr. d. angew. Chem.*) ist der Gegenstand zugleich mit anderen Prüfungsmethoden näher besprochen worden.

Das alkalimetrische Prinzip der Prüfung hat sich zur Beurteilung der chemischen Eigenschaften technischer Glasgeräte als sehr brauchbar erwiesen, besonders bei Arten von mittlerer Angreifbarkeit. Zur scharfen Charakterisierung von Glasarten der ersten hydrolytischen Klasse sind die kolorimetrischen Effekte jedoch nicht ganz ausreichend, weil sie die in wäßrige Lösung gehenden sauren Glasbestandteile vernachlässigen; hier bedarf es einer Ergänzung durch gravimetrische Bestimmungen der hydrolytisch angegriffenen Glassubstanz.

Als Prototyp eines chemisch wie mechanisch besonders widerstandsfähigen Glases möge das neue Jenaer Geräteglas 20 namhaft gemacht werden. Als frisch hergestelltes Pulver erteilt es

[1]) Scheel, Ebert.
[2]) Hoffmann.
[3]) Mylius, Groschuff †.

einer wäßrigen Lösung von Phenolphthalein nicht **sogleich** eine Rotfärbung (wie die meisten anderen Glasarten); die Eosinprobe am rauhen Glase ergibt geringe, aber meßbare Werte der Alkalität.

Röhren zu zwei Drittel ihres Volumens mit **reinem Wasser** gefüllt, und nach dem Zuschmelzen in Parallelversuchen erhitzt, gaben die folgenden durch Abdampfen der Lösungen gewonnenen **Glasbestandteile** (auf 1 qdm innerer Glasfläche berechnet) an das Wasser ab, wobei bemerkt wird, daß das Wasser im Platinapparat destilliert, also frei von festen Stoffen, zur Anwendung gelangte; zum Vergleich sind 2 Sorten Thüringer Glas mit aufgeführt.

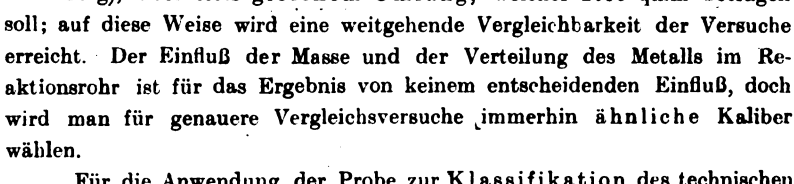
Glührückstände auf 1 qdm Glasfläche in mg.

	5 Stunden auf 80° mg	5 Stunden auf 100° mg	5 Stunden auf 150° mg	5 Stunden auf 200° mg
Jen. Geräteglas 20	0,05	0,13	1,6	4,5
Thüringer Glas A		3,2	28	zersprungen
„ „ B		6,8		

Zum Unterschiede von diesen letzteren, welche starke Entglasungserscheinungen zeigten und höheren Temperaturen nicht standhielten, blieben die **Jenaer Röhren 20** auch bei der starken Beanspruchung von 200° völlig klar.

2. Aluminium[1]). Ein umfangreiches Spezialstudium wurde dem technischen Aluminium gewidmet in der Frage nach der Brauchbarkeit der **thermischen Salzsäureprobe** als Maß für die allgemeine chemische Angreifbarkeit des Metalles.

Zur sicheren Benutzung in der Technik wurde dem Reaktionsrohr eine bestimmte Form und Größe gegeben (s. Fig. 19). Das Thermometer wird verschiebbar eingefügt. Von der titrierten Salzsäure werden in jedem Falle 20 cm³ benutzt, welche ca. 0,5 g Aluminium in $AlCl_3$ überzuführen gestatten. Das zu prüfende Metall kommt in wechselnden Formen, als Blech, spiralig gewundener Draht oder stabförmig zur Anwendung und zwar, je nach dem Kaliber, in Stücken von wechselndem Volumen (Gewicht 2 — 10 g), aber stets **gleichem Umfang**, welcher 2000 qmm betragen soll; auf diese Weise wird eine weitgehende Vergleichbarkeit der Versuche erreicht. Der Einfluß der Masse und der Verteilung des Metalls im Reaktionsrohr ist für das Ergebnis von keinem entscheidenden Einfluß, doch wird man für genauere Vergleichsversuche immerhin **ähnliche** Kaliber wählen.



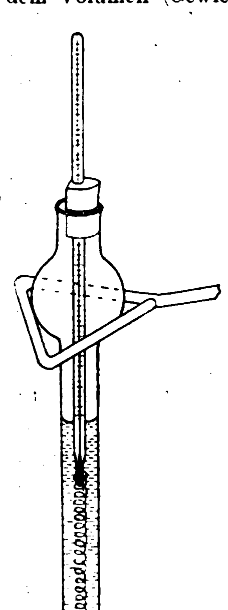


Fig. 19.

Für die Anwendung der Probe zur **Klassifikation** des technischen Materials nach der **Reaktionsgeschwindigkeit** ist bei den Objekten der **Metallkern** von der oxydhaltigen **Deckschicht** zu unterscheiden. Der erstere bleibt übrig, wenn man die letztere entfernt. Dies geschieht bei den „kalt bearbeiteten" Aluminiumobjekten durch ein 5 Minuten dauerndes Beizen mit **einprozentiger Natronlösung** (aus NaOH) bei 20°. Dadurch wird das Oxyd (mit ein wenig Metall) aufgelöst, und der Metallkern aufgeschlossen. Nach dem Abspülen werden die Objekte dann sogleich, mit **Wasser benetzt**, der Salzsäure zugeführt. Vielseitige Versuche lieferten die folgenden Ergebnisse:

1. Für die **Metallkerne** aus dem „Technischen Reinaluminium" wechselte die Zeit vom Einbringen in die Salzsäure (bei 20° Lufttemperatur) bis zum Temperaturmaximum zwischen 3 und 10 Minuten, und die Höchsttemperatur von 70 bis 80°. Um auch den der **Abkühlung** entsprechenden Kurvenzweig kennen zu lernen, sollte die Beobachtung bis zu 1 Stunde fortgesetzt werden; eine Filtration erlaubt dann das getrocknete Metallobjekt

[1]) F. Mylius, Günther-Schulze.

zurückzuwägen, in der Lösung das Eisen zu titrieren und die abgewirbelten ungelösten Rückstände chemisch zu definieren.

Zur bequemen Charakterisierung der verschiedenen Aluminiumsorten kann neben den Kurvenzügen als „Reaktionszahl" der mittlere Gradzuwachs pro Minute (von der Anfangstemperatur bis zum t-Maximum) $\frac{t - 20^0}{\text{Min.}}$ Anwendung finden. Dieser Wert wechselte bei den Proben des technischen Reinaluminiums von 4 bis 10. Bei den Metallkernen der Drähte von Al IV (mit 0,5% Fremdstoffe) betrug die Reaktionszahl kaum 3 und für das eisenfreie Al V nur 0,03. Andererseits kann der Wert bei besonders rohem Metall bis zu 15° anwachsen. Für die Vereinbarung zahlenmäßiger Grenzen der etwaigen Klassen steht also ein weiter Spielraum zur Verfügung.

2. Die Strukturveränderung, welche durch Rekristallisation der bearbeiteten Objekte bei starkem Erhitzen hervorgerufen wird, verursachte meist eine mäßige Beschleunigung der Reaktion unter Steigerung der Maximaltemperatur; die Reaktionszahl erfährt dabei bisweilen eine beträchtliche Erhöhung. So stieg sie z. B. nach dem „Ausglühen" des Bleches von Al IV von 2,5 bis über 8°. Daß, wie bekannt, auch bei dem Aluminiumguß die Reaktionsgeschwindigkeit groß ist, liegt ganz im Sinne dieser Beobachtungen.

3. Die oxydhaltige Deckschicht wirkt verzögernd auf die Salzsäurereaktion ein. Man erkennt dies an Parallelversuchen einerseits mit den Metallkernen und andererseits mit den nur durch Abseifen gereinigten aber nicht mit Natronlösung gebeizten Objekten, welche also die Deckschicht noch enthalten. Die Verzögerung beträgt gewöhnlich 4 bis 12 Minuten, kann aber auch noch größer sein. Mit der Verzögerung geht ein mäßiges Sinken des t-Maximums, also auch eine erhebliche Verkleinerung der Reaktionszahl einher.

4. Schutzschichten. In Ergänzung zur Anwendung von reinem Aluminium oder seiner schwer angreifbaren Legierungen hat die Technik häufig ein großes Interesse daran, die ursprüngliche oxydische Deckschicht der Objekte zum Schutz derselben noch wesentlich zu verstärken. Die so geschützten Objekte ergeben bei der Salzsäureprobe gewöhnlich noch eine kleine, aber meßbare Reaktionszahl, da die Schicht, auch wenn sie in der Säure unlöslich ist, durch ihre Porosität immerhin noch einen allmählichen Angriff des Metalles zuläßt; selbst Wachs-, Paraffin- und Harzbekleidungen fallen unter diesen Gesichtspunkt.

Therm. Salzsäureprobe an Blechen von Al III, 90 × 10 mm mit Oxydschichten.

Versuch	Behandlung	Spannung	Stromstärke	Stromdauer	Mutmaßl. Schichtdicke	Färbung	Salzsäureprobe: t-Maximum	Salzsäureprobe: Mittl. Gradzuwachs
a	Mit Natronlösung gebeizt					metallisch	78,5° in 7,8 Min.	7,8°
b	Nur mit Seife gereinigt					metallisch	79° in 15 Min.	3,9°
4	Gesätt. Borsäurelösung mit Borax m. Gleichstrom	200 Volt	100 MA.	10 Min.	1 μ	schwach violett	79,5° in 36 Min.	1,63°
3	do.	400 Volt	100 MA.	12 Min.	2,5 μ	schwach rötlich	68,6° in 74 Min.	0,65°
2	do.	700 Volt	100 MA.	1200 Min.	5 μ	mattweiß	62° in 118 Min.	0,36°
1	do.	1400 Volt	100 MA.	70 Min.	13 μ	gelblich	53,2° in 165 Min.	0,20°
15	Geschmolzenes Kaliumnitrat mit Wechselstrom	85 Volt				schwarz	44° in 195 Min.	0,12°
10	Geschmolzenes KNO_3 mit Gleichstrom	85 Volt	150 MA.	15 Min.		weißgrau	22° in 240 Min.	0,01°

Im Anschluß an die vorstehenden Ausführungen seien einige Versuche über die Schutzwirkung der Oxydschichten erwähnt, mit welchen man nach Günther-Schulze das Aluminium auf elektrolytischem Wege versehen kann.

Aus der vorstehenden Tabelle, sowie aus der Kurventafel (Fig. 20) ersieht man, daß es gelungen ist, die Reaktionszahl der Objekte aus technischem Aluminiumblech durch geeignete Behandlung fast bis auf 0° herabzudrücken. Dabei ist es aber bemerkenswert, daß auch bei festem Anhaften der Oxydschicht einzelne Poren bei längerem Verweilen in der Säure sich durch eine starke lokale Korrosion bemerkbar machen.

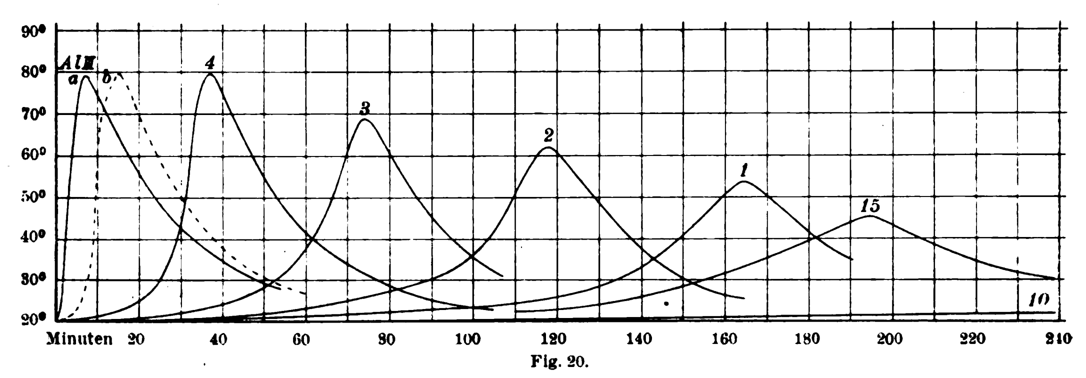


Fig. 20.

Der Gegenstand bedarf fortgesetzter Beobachtungen.

3. Wolfram[1]). Das Wolfram-Metall wird gegenwärtig fabrikmäßig in großer Reinheit hergestellt und an Stelle von Platin außer für Glühfäden zu elektrischen Kontakten usw. verwendet. Wesentliche Verunreinigungen verhindern die Anwendung.

Schon einige hundertel Prozent Molybdän befördern die Oxydbildung in störender Weise unter ein Zerstäuben des Metalles. Eine scharfe analytische Prüfung ist daher notwendig, aber schwierig durchführbar. Auf Anregung der Technik wurde eine systematische Untersuchung der Prüfungsmethoden begonnen, aber noch nicht zu Ende geführt.

Durch die lange Krankheit und den Tod des Herrn Reg.-Rat Dr. Groschuff sind die Arbeiten im chemischen Laboratorium sehr verzögert worden.

Präzisionsmechanisches Laboratorium[2]).

1. Prüfungsarbeiten. Im Berichtsjahr wurden geprüft:

16 (7) Maßstäbe,	ferner	107 Blutmisch-Pipetten,
10 (9) Mikrometer,		15 Kaliberbolzen,
744 (417) Endmaße,		6 Morsekonen,
81 (36) Leitspindeln,		4 Teiltrommeln,
77 (41) Normalgewinde,		5 Stehbolzen (Gewinde),
9 (24) Sphärometerringe,		1 Bandmaß,
98 (34) Stimmgabeln verschiedener Tonhöhe.		1 Teilkreis,
		2 Stoppuhren.

Bestimmungen des Wärmeausdehnungskoeffizienten wurden an 10 Materialproben vorgenommen.

Daneben wurden noch zahlreiche kleinere Einzelprüfungen erledigt. Im ganzen kamen 155 Prüfungsanträge zur Bearbeitung gegen 79 im Vorjahre, außerdem noch eine Anzahl Anfragen technischen Inhalts.

Aus den oben mitgeteilten Zahlen geht die außerordentliche Zunahme der Prüfungen hervor. Die Leistungsfähigkeit des Laboratoriums ist damit bereits überschritten worden, obwohl ab

[1]) Hüttner.

[2]) Göpel. Blaschke, Werner.

Oktober 1921 ein Student mit geeigneter Vorbildung stundenweise zur Aushilfe herangezogen wurde. So erfreulich die starke Inanspruchnahme durch Prüfungen an sich ist, so nachteilig ist die fast gänzliche Stillegung der selbständigen wissenschaftlichen Tätigkeit des Laboratoriums. Nicht nur die Aufgaben des Arbeitsplanes mußten wieder zum größten Teil zurückgestellt werden, auch die unerläßliche Fortbildung und Kontrolle der Prüfungsmethoden und Meßeinrichtungen wurde durch die Massenprüfungen beeinträchtigt.

2. Absolute Messung von Normalendmaßen.

Unter den zur Prüfung eingereichten Endmaßen befanden sich verhältnismäßig viele von größeren Längen bis 500 mm. Zur Erleichterung ihrer Prüfung wurde ein von G. Rauchfuß-Pankow leihweise zur Verfügung gestellter Satz zylindrischer Endmaße von 200 bis 500 mm Nennwert (um 25 mm ansteigend) nach Feststellung ihres Planparallelismus an die Strichnormale der Reichsanstalt angeschlossen, um in der Folge als Vergleichssatz zu dienen. Der i. J. 1920 veröffentlichte Schnellvergleicher für zylindrische Endmaße bis 500 mm hat sich bei den anfallenden Prüfungen besonders bewährt.

Dem Bedürfnis nach Normal-Endmaßen unter 1 mm Nennwert wurde durch Beschaffung und absolute Ausmessung eines ebenfalls von G. Rauchfuß angefertigten Zehntel-Satzes von 0,1—0,9 mm Rechnung getragen.

3. Prüfung von Mischpipetten.

Eine Anzahl großer deutscher Mikroskop-Firmen stellte den Antrag auf laufende Prüfung von Hämacytometern (Blutkörperchen-Zählapparaten) und den zugehörigen Mischpipetten, da auch die amerikanischen Instrumente dieser Art mit Prüfungsscheinen des Bureau of Standards ausgestattet sind. Die Prüfung sollte sich auf die Tiefe (0,1 mm) und Teilung (1,00 mm) der Zählkammern sowie auf die Füllungsverhältnisse der Mischpipetten (1 : 10 bzw. 1 : 100) erstrecken und die Innehaltung dieser Konstanten auf $\pm 1\,\%$ sicher stellen. Als voraussichtlicher Jahresbedarf an geprüften Instrumenten wurden 2000 bis 3000 Stück angegeben.

Die Reichsanstalt erklärte sich zur Übernahme der Prüfungen bereit. Die Vorbereitungen wurden sofort in Angriff genommen und die für schnelle Prüfung geeigneten Apparate umgehend entworfen und fertiggestellt. Leider hatten die Fabrikanten inzwischen den Beschluß über die Prüfung der Hämacytometer wieder aufgehoben, ohne der Reichsanstalt rechtzeitig davon Mitteilung zu machen. Nur zwei Firmen fanden sich bereit, von der Prüfungsgelegenheit Gebrauch zu machen, jedoch unter Beschränkung auf die Pipetten.

4. Untersuchung volumenbeständiger Stähle.

Gegen Ende des Berichtsjahres wurde auf Antrag einer großen oberschlesischen Hütte eine Untersuchung über neue volumenbeständige Stähle in Angriff genommen. Die Hütte hat hierzu 13 Stahlsorten verschiedener Zusammensetzung eingesandt, teilweise in Gestalt von 50 mm langen Endmaßen (zylindrischer Form), teilweise als zylindrische Stäbchen von 110 mm Länge für die Bestimmung der Wärmeausdehnung. Die Proben sollen zunächst im ungehärteten Zustand auf Volumen, Dichte und Wärmeausdehnung untersucht werden. Nach Vornahme der Härtung durch die Hütte sollen diese Messungen wiederholt und durch weitere Untersuchung über den Verlauf der zeitlichen Längenänderungen der gehärteten Endmaße sowie über den Einfluß der üblichen künstlichen Alterung erweitert werden. Fortgang und Abschluß der zeitraubenden Arbeit wird wesentlich von dem Umfang der laufenden Prüfungsarbeiten abhängen.

5. Prüfung von Morsekonen.

Zwei Anträge auf Prüfung des Verjüngungs-Verhältnisses (2. tg α) von Morsekonen, hervorgerufen durch die Normalisierungen auf diesem Gebiete, machten die Herstellung eines geeigneten besonderen Apparates notwendig. Die Messungen ergaben, daß die für die Morsekonen bisher angenommenen Genauigkeitsgrenzen auch bei Laboratoriumsmessungen nicht erreichbar und somit zu erweitern sind.

6. Messung von Flankendurchmessern an Gewinden.

Im Berichtsjahr sind zwei Apparate zur Messung der Flankendurchmesser von Gewinden fertiggestellt und in Gebrauch genommen worden für Schrauben bis 40 mm Durchmesser, und zwar je einer für 60° und 55° Profilwinkel. Umfangreiche Probemessungen an Lehrgewinden erwiesen die Zuverlässigkeit der neuen Geräte. An den gleichen Gewinden wurden im Meßlaboratorium der Ludw. Löwe A.-G. von Herrn Prof. Dr. Berndt mit den dortigen Einrichtungen Vergleichsmessungen vorgenommen. Die auf den beiden verschiedenen Wegen gefundenen Resultate ergaben zunächst noch systematische Unterschiede bis zu 0,02 mm.

Die absolute Meßgenauigkeit des Meßgerätes der Reichsanstalt beträgt etwa ± 0,002 mm. Die Abweichungen der an verschiedenen Stellen ein und desselben Normalgewindes gefundenen Werte ist jedoch mit wenigen Ausnahmen von der Größenordnung ± 0,01 mm. Das neue Gerät soll alsbald veröffentlicht werden. Ein ähnlicher Apparat für Gewinde bis zu 200 mm Durchmesser ist nahezu vollendet.

Werkstatt[1]).

1. Allgemeines. Im Berichtsjahr wurde die Werkstatt beauftragt, in Zukunft außer Hilfsmaterialien und Halbfabrikaten auch alle Arten von Werkzeug für sämtliche Laboratorien und Werkstätten der Reichsanstalt zu beschaffen und bereitzuhalten.

Ein durch Pensionierung des betreffenden Beamten freigewordener Arbeitsplatz wurde durch Einstellung eines geeigneten Anwärters aus der früheren Danziger Werft besetzt.

Die maschinelle Einrichtung wurde durch Beschaffung einer größeren automatischen Rundschleifmaschine (Fabrikat Samsonwerk) erweitert.

2. Stempelungen. Die Stempelungen von Prüfungsgegenständen nahmen auch in diesem Jahre viel Arbeitszeit in Anspruch.

3. Herstellung von Apparaten. Der im Vorjahr begonnene Normalkondensator wurde fertiggestellt; es fehlt nur noch die auswärts bestellte Einstellskala. Die beiden Apparate zur Messung von Flankendurchmessern an Gewinden (s. o. Nr. *6*) sind vollendet worden, ebenso ein rotierender Sektor für die III. Abt. In Arbeit befinden sich noch ein Differential-Manometer nach Angaben von Prof. Jakob, sowie ein größeres Flankenmeßgerät für Gewinde bis 200 mm Durchmesser. Die Zurichtung von Materialien für die magnetischen Prüfungen beschäftigte einen Beamten ausschließlich. Der Bedarf an Tischlerarbeiten nahm solchen Umfang an, daß wiederholt größere Bestellungen privaten Werkstätten überwiesen werden mußten.

Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.
gez. E. Warburg.

Anhang.

Veröffentlichungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Allgemeines.

1. Bericht über die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt im Jahre 1920. *Diese Zeitschr.* ***41.*** *S. 97—107, 129—143, 161—175. 1921.*
2. Wissenschaftliche Abhandlungen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Bd. V. Heft 1. 4°. 266 S. Julius Springer, Berlin. 1921.
3. Bekanntmachung über Prüfungen und Beglaubigungen durch die Elektrischen Prüfämter Nr. 134—143. *Zentralbl. f. d. Deutsche Reich* ***49.*** *S. 3. 239. 253. 254. 685. 698. 806. 886. 987. 1921. Elektrotechn. Zeitschr.* ***42.*** *S. 134. 154. 378. 651. 652. 1039. 1070. 1171. 1921.*

Abteilung I.

Amtliche Veröffentlichungen.

4. Bothe und Lechner, Die Zerfallskonstante der Radiumemanation. *Zeitschr. f. Physik.* ***5.*** *S. 335. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* ***5.*** *S. 225.*
5. Bothe, Über photographische β-Strahlenmessung. *Zeitschr. f. Physik* ***8.*** *S. 243—250. 1922.*
6. Gehrcke und Glaser, Über die Feinstruktur von Bandenspektren. *Ann. d. Physik.* ***65.*** *S. 605—608. 1921.*
7. Gehrcke und Lau, Über die Balmerserie des Wasserstoffs. *Ann. d. Physik* ***65.*** *S. 564—576. 1921.*
8. Gehrcke und Lau, Die veränderliche Feinstruktur der Balmerserie. *Physikal. Zeitschr.* ***22.*** *S. 556. 1921.*
9. Gehrcke und Lau, Über Erscheinungen beim Sehen kontinuierlicher Helligkeitsverteilungen. *Zeitschr. f. Sinnesphysiologie* ***53.*** *S. 174—178. 1921.*

[1]) Göpel.

10. Geiger, Reichweitemessungen an α-Strahlen. *Zeitschr. f. Physik* **8.** *S. 45. 1921.*

11. Geiger und Bothe, Die Zerstreuung von β-Strahlen. *Zeitschr. f. Physik* **6.** *S. 204. 1921.*

12. Geiger und Werner, Leuchtbahnen von α-Strahlen in Kristallen. *Zeitschr. f. Physik* **8.** *S. 191—192. 1922.*

13. Schönrock, Theorie des Zuckerrefraktometers zur Ermittelung der scheinbaren Trockensubstanz in Zuckersäften. *Zeitschr. d. Vereins d. Deutsch. Zucker-Ind.* **71.** *Techn. Teil S. 417—440. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 267.*

14. Warburg, Zum Energieumsatz bei photochemischen Vorgängen im Gasen. *Zeitschr. f. Elektrochem.* **27.** *S. 133—142. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 143.*

15. Wetthauer, Eine Methode zur Prüfung von photographischen Objektiven durch streifende Abbildung. *Diese Zeitschr.* **41.** *S. 148—152. 1921.*

16. Wetthauer, Ein Apparat zur Bestimmung der sphärischen und chromatischen Aberration von Objektiven nach der Foucaultschen Messerschneidenmethode. *Diese Zeitschr.* **41.** *S. 184—187. 1921.*

Private Veröffentlichungen.

17. Bothe, Zur Molekulartheorie der Brechung, Reflexion, Zerstreuung und Extinktion. *Ann. d. Physik* **64.** *S. 693. 1921.*

18. Bothe, Die Gültigkeitsgrenzen des Gaußschen Fehlergesetzes für unabhängige Elementarfehlerquellen. *Zeitschr. f. Physik* **4.** *S. 161. 1921.*

19. Bothe, Theorie der Zerstreuung der α-Strahlen über kleine Winkel. *Zeitschr. f. Physik* **4.** *S. 300. 1921.*

20. Bothe, Das allgemeine Fehlergesetz, die Schwankungen der Feldstärke in einem Dielektrikum und die Zerstreuung der α-Strahlen. *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 63. 1921.*

21. Gehrcke, Über Atomkerne. *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 150—152. 1921.*

22. Gehrcke, Versuch einer physikalischen Grundlage der Atomstrahlung. *Zeitschr. f. Physik* **6.** *S. 400—402. 1921.*

23. Gehrcke, Symmetrische, miteinander gekoppelte Liniengruppen im Eisenspektrum. *Ann. d. Physik* **65.** *S. 640—642. 1921.*

24. Gehrcke, Schwerkraft und Relativitätstheorie. *Zeitschr. f. techn. Physik* **2.** *S. 194—195. 1921.*

25. Gehrcke, Zur Frage der Relativitätstheorie. *Kosmos. Heft 11. 1921.*

26. Gehrcke, Die Stellung der Mathematik zur Relativitätstheorie. *Beitr. z. Philos. d. D. Idealismus* **2.** *S. 13—19. 1921.*

27. Gehrcke, Physik und Erkenntnistheorie. Sammlung Wissenschaft und Hypothese, Bd. 22. Leipzig, B. G. Teubner. 1921.

28. Gehrcke, Das Erfinderrecht der Angestellten. *Glasers Ann. f. Gew. u. Bauw.* **88.** *Nr. 1045. S. 4—5. 1921.*

29. Gehrcke, Der Schutz der geistigen Arbeit. *Beamten-Jahrbuch. Heft 1/2. 1921.*

30. Geiger und Bothe, Über Zerstreuung von β-Strahlen in dünnen Metallfolien (Vortrag, gehalten von H. Geiger auf dem Physikertag in Jena). *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 585. 1921.*

31. Lau, Neue Untersuchungen über das Tiefen- und Ebenensehen. *Zeitschr. f. Sinnesphysiologie* **53.** *S. 1—32. 1921.* Inaugural-Dissertation Berlin.

32. Müller, Abschnitte Gold und Silber in P. Krais, Handwörterbuch der Werkstoffe. Leipzig, A. Barth. 1921.

33. Warburg, Die technische Physik und die Physikalisch-Technische Reichsanstalt. *Zeitschr. f. Techn. Physik* **2.** *S. 225—227. 1921.*

Abteilung II.

Amtliche Veröffentlichungen.

34. Alberti und Zickner, Kurvenform und Phase der Schwingungen in Röhrensendern. *Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph.* **19.** *S. 2. 1922.*

35. Behnken, Das kontinuierliche Röntgenspektrum. *Zeitschr f. Physik* **4.** *S. 241—253. 1921.*

36. Behnken, Strahlenqualität und Spannung bei der Coolidge-Röhre. *Zeitschr. f. techn. Physik* **2.** *S. 153—160. 1921. Wissenschaftl. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 153.*

37. Engelhardt, Ein Verfahren zur Bestimmung des Nutzeffekts von Bügeleisen. *Mittlg. d. Vereinigung d. Elektrizitätswerke* **19.** *S. 294. 1920.*

38. Grüneisen und Giebe, Eine neue Bestimmung der absoluten elektrischen Widerstandseinheit. *Wissenschaftl. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 1—142.*

39. Grüneisen und Merkel, Schallgeschwindigkeit in Luft und Wasserstoff von 0° C und 1 Atm. *Ann. d. Physik.* **66.** *S. 344—364. 1921.*

40. Gumlich, Die magnetischen Eigenschaften von Elektrolyteisen. *Stahl u. Eisen* **41.** *S. 1249 bis 1254. 1921. Elektrotechn. u. Maschinenb.* **30.** *S. 449—453. 1921.*

41. Gumlich, Untersuchungen an Chromkohlenstoffstählen für permanente Magnete. *Elektrotechn. u. Maschinenb.* **39.** *S. 569—575; 586—589. 1921. Stahl u. Eisen* **42.** *S. 41—46, 97—103. 1922.*

42. Günther-Schulze, Leitvermögen von Permutitgemischen. III. Orientierende Werte der Leitfähigkeit einer Anzahl verschiedener Permutitmischungen. *Zeitschr. f. Elektrochem.* **27.** *S. 292. 1921.*

43. Günther-Schulze, Einige Basengleichgewichte im Permutit. *Zeitschr. f. anorg. u. allgem. Chem.* **116.** *S. 16. 1921.*

44. Günther-Schulze, Die elektrolytische Ventilwirkung. *Ann. d. Physik* **65.** *S. 223. 1921. Wissenschaftl. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 161.*

45. Günther-Schulze, Kationenvolumina im Permutit. *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 324. 1921. Wissenschaftl. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 231.*

46. Günther-Schulze, Die Rolle des Kristallwassers beim Verhalten des Permutits. *Zeitschr. f. Elektrochem.* **27.** *S. 402. 1921.*

47. Günther-Schulze, Beiträge zur elektrolytischen Ventilwirkung. II. Die Polarisationskapazität des Tantals. *Zeitschr. f. Physik* **6.** *S. 237. 1921.*

48. Günther-Schulze, Die Abhängigkeit der Basengleichgewichte im Permutit von der Konzentration der umgebenden Lösung. *Zeitschr. f. Elektrochem.* (Im Druck.)

49. Günther-Schulze, Die Ermittlung der Selbstkomplexbildung in wäßrigen Lösungen von Kupfersalzen mit Hilfe von Permutit. *Zeitschr. f. Elektrochem.* (Im Druck.)

50. Jaeger und v. Steinwehr, Die Wärmekapazität des Wassers zwischen 5° und 50° in internationalen Wattsekunden. *Ann. d. Physik* **64.** *S. 305—366. 1921.*

51. Jaeger und v. Steinwehr, Über die angebliche Unbrauchbarkeit des Westonschen Normalelementes. Erwiderung auf eine Mitteilung der Herren Cohen und Moesveld. *Zeitschr. f. physikal. Chem.* **97.** *S. 319—329. 1921.*

52. Jaeger und v. Steinwehr, Elektrische Leitfähigkeit verschiedener Mischungen von Quecksilberisotopen. *Zeitschr. f. Physik* **7.** *S. 111—115. 1921.*

Private Veröffentlichungen.

53. Dieterle, Die Magnetisierbarkeit von Eisen-Vanadium-Legierungen. *Arch. f. Elektrotechn.* **9.** *S. 314. 1920.*

54. Dieterle, Ein hochempfindliches astatisches Torsionsmagnetometer. *Diese Zeitschr.* **41.** *S. 88. 1921.*

55. Engelhardt, Das Weltbild der modernen Physik im Licht der Philosophie. *Naturw. Umschau d. Chem.-Ztg. Dez. 1920.*

56. Engelhardt, Abschnitte Barium, Chrom, Kalium, Kalzium, Lithium, Mangan, Natrium, Rubidium, Strontium, Zäsium (physikalische Eigenschaften) in P. Krais, Handbuch der Werkstoffe. Leipzig 1921.

57. Engelhardt, Technik und Philosophie. *Elektrotechn. Umschau* ***9.*** *S. 159. 1921.*

58. Engelhardt, Ethisierung der Technik. *Naturw. Umschau d. Chem.-Ztg. April 1921.*

59. Engelhardt, Weltbild und Weltanschauung vom Altertum bis zur Gegenwart. Eine kulturphilosophische Skizze. Reclam, Leipzig 1921.

60. Goens, Über die Dispersion der optischen Symmetrieachsen von Gips, Augit und Adular im kurzwelligen Ultrarot. *Zeitschr. f. Physik* ***6.*** *S. 12. 1920.*

61. Gumlich, Mitarbeit am Jahrbuch für Elektrotechnik.

62. Gumlich, Mitarbeit an K. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik. 9. Aufl. 1921.

63. Günther-Schulze, Die Bindung der Elektronen in elektrolytischen Ionen. *Zeitschr. f. Physik* ***3.*** *S. 349. 1920.*

64. Günther-Schulze, Die technische Verwendbarkeit der Elektrolytgleichrichter. *Helios* ***27.*** *S. 61. 1921.*

65. Günther-Schulze, Die „elektromotorische Gegenkraft“ der Aluminiumgleichrichter. *Physikal. Zeitschr.* ***22.*** *S. 146. 1921.*

66. Günther-Schulze, Das elektromotorische Verhalten des Aluminiums. Bemerkungen zu einer Veröffentlichung von A. Smits. *Zeitschr. f. Elektrochem.* ***27.*** *S. 293. 1921.*

67. Günther-Schulze, Bemerkung zu dem Artikel von M. J. Huizinga: „Die Gleichrichterwirkung von Kristalldetektoren“. *Physikal. Zeitschr.* ***22.*** *S. 125. 1921.*

68. Günther-Schulze, Die Ermittlung der Durchmesser elektrolytischer Ionen mit Hilfe von Kapazitätsmessungen. *Zeitschr. f. Physik* ***6.*** *S. 229. 1921.*

69. Günther-Schulze, Demonstrationsapparate für Lehrzwecke. Leipzig, Hachmeister & Thal 1921.

70. Günther-Schulze, Übersicht über den heutigen Stand der Gleichrichter. Leipzig, Hachmeiser & Thal, 1921.

71. Günther-Schulze, Das elektrische Schweißverfahren in der englischen und amerikanischen Technik. *Elektrotechn. Umschau* ***8.*** *S. 59. 1920.*

72. Günther-Schulze, Galvanische Elemente und Schwachstromakkumulatoren. Leipzig, Hachmeister & Thal, 1921.

73. Günther-Schulze, Ventil- und Gleichrichterwirkung. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik* ***17.*** *S. 356. 1921.*

74. Günther-Schulze, Das elektromotorische Verhalten des Aluminiums. Erwiderung auf die Bemerkungen des Herrn A. Smits. *Zeitschr. f. Elektrochem.* ***27.*** *S. 579. 1921.*

75. Jaeger, Elektrische Meßtechnik, Theorie und Praxis der elektrischen und magnetischen Messungen. 3. Aufl. Leipzig, J. A. Barth, 1922.

76. Jaeger, Mitarbeit an K. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik. 9. Aufl. 1921.

77. Meißner, Thermische und elektrische Leitfähigkeit der Metalle. *Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik* ***17.*** *S. 229—273. 1921.*

78. Schering, Die Klemmenprüfer für Meßwandler. *Elektrotechn. Umschau* ***9.*** *S. 309. 1921.*

79. A. Schulze, Friedrich Dolezalek †. *Zeitschr. f. Elektrochem.* ***27.*** *S. 89. 1921.*

80. A. Schulze, Die Theorie der Volumdilatation bei konzentrierten Lösungen. *Physikal. Zeitschr.* ***22.*** *S. 518. 1921.*

81. A. Schulze, Erwiderung auf die Bemerkung von W. Deutschmann zu meiner Arbeit über die Theorie der Volumdilatation bei konzentrierten Lösungen. *Physikal. Zeitschr.* ***22.*** *S. 518. 1921.*

82. A. Schulze. Das Quecksilber. *Zeitschr. f. Metallkunde* ***13.*** *S. 105 u. 139. 1921.*

83. A. Schulze, Über das Gleichgewicht in kondensierten Systemen. *Zeitschr. f. physikal. Chem.* ***97.*** *S. 388. 1921.*

84. A. Schulze, Dampfspannung und Molekularvolumen bei Benzol-Toluolmischungen. *Zeitschr. f. physikal. Chem.* ***97.*** *S. 41. 1921.*

85. A. Schulze, Über die Abweichungen von den Gasgesetzen beim Schwefelkohlenstoff. *Zeitschr. f. anorg. Chem.* **118.** *S. 223. 1921.*

86. Steinhaus, Über die dielektrischen Verluste in Kolophonium, Wachs und ähnlichen Stoffen. *Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph.* **18.** *S. 29. 1921.*

87. v. Steinwehr, Über eine Zustandsgleichung für den gesättigten und überhitzten Wasserdampf zwischen 30 und 180° C. *Zeitschr. f. Physik* **3.** *S. 466—476. 1921.*

88. v. Steinwehr, Übersetzung und Herausgabe der „Einführung in die physikalische Chemie" von James Walker. 3. deutsche Aufl. Braunschweig, Fr. Vieweg & S., 1921.

89. v. Steinwehr, Mitarbeit an K. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik. 9. Aufl. 1921.

90. Vieweg, Über die Erwärmung von Spulen elektrischer Maschinen. *Elektrotechn. Umschau* **8.** *S. 123—125. 1920.*

91. Vieweg, Die Messung des Drehmomentes durch Torsionsdynamometer bei mechanischer Kraftübertragung. *Der Betrieb. Nr. 13. S. 378. 1920/21.*

Abteilung III.

Amtliche Veröffentlichungen.

92. Disch, Über die Wärmeausdehnung einiger Stoffe. II. *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 173—175. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 263.*

93. Henning, Gasthermometrische Messungen zwischen — 193° und — 258°. *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 264—279. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 239.*

94. Henning, Über die Verbrennungswärmen von Benzoesäure, Naphthalin und Rohrzucker. *Zeitschr. f. physikal. Chem.* **97.** *S. 467—477. 1921.*

95. Henning, Der Zahlenwert der Gaskonstante. *Zeitschr. f. Physik* **6.** *S. 69—72. 1921.*

96. Henning, Temperaturmessung unterhalb 0°. *Zeitschr. f. Elektrochem.* **27.** *S. 494—496. 1921.*

97. Henning und Heuse, Über die Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten von Helium, Wasserstoff und Stickstoff. *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 285—314. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 195.*

98. Henning und Heuse, Vergleich der Temperaturskala der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt mit der thermodynamischen Skala zwischen 0 und 100°. *Zeitschr. f. Physik* **6.** *S. 215—223. 1921.*

99. Henning und Stock, Über die Sättigungsdrucke einiger Dämpfe zwischen + 10° und — 181°. *Zeitschr. f. Physik* **4.** *S. 226—240. 1921.*

100. Holborn, Über die Abhängigkeit des Widerstandes reiner Metalle von der Temperatur. (II. Teil.) *Zeitschr. f. Physik* **8.** *S. 58—62. 1921.*

101. Jakob, Die Inversionskurve des differentialen Thomson-Joule-Effektes der Gase. *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 65 - 69. 1921.*

102. Jakob, Über die Bestimmung der Höchsttemperatur stark isolierter Spulen. *Archiv f. Elektrotechn.* **10.** *S. 47—56. 1921. Wissensch. Abh. d. Phys.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 185.*

103. Moeller, Organische Flüssigkeiten zum Füllen hochgradiger Thermometer. *Diese Zeitschr.* **41.** *S. 152—156. 1921.*

104. Scheel, Über die Wärmeausdehnung einiger Stoffe. I. *Zeitschr. f. Physik* **5.** *S. 167—172. 1921. Wissensch. Abh. d. Phsikal.-Techn. Reichsanstalt* **5.** *S. 257.*

105. A. Schulze, Über die Wärmeausdehnung der Aluminium-Zinklegierungen. *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 403—406. 1921.*

Private Veröffentlichungen.

106. Henning, Seeliger und v. Mises, Aufgaben aus der theoretischen Physik. Friedr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig 1921.

107. Stock, Henning und Kuss, Dampfdrucktafeln für Temperaturbestimmungen zwischen + 25° und — 185°. *Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch.* **54.** *S. 1119—1129. 1921.*

108. Jakob, Das Kilowatt als technische Einheit der Leistung. *Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ing.* **65.** *S. 70. 1921.*

109. Jakob, Über einige Eigenschaften des Wasserdampfes. *Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ing.* **65.** *S. 568—570. 1921.*

110. Jakob, Temperaturmessungen an elektrischen Maschinen. *Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ing.* **65.** *S. 1051—1052. 1921.*

111. Jakob, Die Wasserhaut an Verdampfer- und Kondensationsrohren. *Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ing.* **65.** *S. 1245—1246. 1921.*

Chemisches Laboratorium.

Amtliche Veröffentlichung.

112. F. Mylius, Die alkalimetrische Prüfung der Glasgeräte. *Zeitschr. f. angew. Chemie* **34.** *S. 281. 1921.*

Eine einfache Methode zur Bestimmung des periodischen Fehlers von Mikrometerschrauben.

Von

Dr. **R. Mecke** in Bonn.

Bei der Untersuchung von Meßschrauben auf ihre Fehler hin hat es sich leider gezeigt, daß diese durch zufällige Veränderungen an der Schraube (z. B. beim Reinigen derselben) stark beeinflußt werden können, wodurch eine häufige Kontrolle der Schraube erforderlich gemacht wird. Störend hierbei ist aber der beträchtliche Zeitaufwand, den eine solche Untersuchung stets beansprucht, so daß man schließlich, wo irgend angängig, zu unveränderlichen Maßstäben übergegangen ist. Für den periodischen Fehler wenigstens läßt sich nun m. E. die Zeitdauer wesentlich herabsetzen, wenn man folgendes Meßverfahren einschlägt. Die Bestimmung[1]) desselben geschieht nämlich meistens so, daß ein und dasselbe Intervall irgend eines Maßstabes bei verschiedenen Stellungen des Schraubenkopfes ausgemessen wird. Man verschiebt also einen konstanten Abstand jedesmal um eine bestimmte Anzahl von Trommelteilen und bestimmt dadurch die Differenz zweier periodischen Fehler der Schraube, woraus sich dann dieser selbst nach bekannten Methoden[2]) berechnen läßt.

An Stelle des Verschiebens eines konstanten Intervalles möchte ich nun vorschlagen, einen Maßstab zu benutzen, der schon gleich in Bruchteile der Schraubentrommel geteilt ist (etwa ein in 0,01 mm geteiltes Objektmikrometer) und den man deshalb einfach mit der zu untersuchenden Schraube ausmessen kann. Das zu diesem Zwecke allerdings erforderliche stärker vergrößernde Mikroskopobjektiv, welches ja noch wesentlich zur Steigerung der Meßgenauigkeit beiträgt, dürfte in den meisten Fällen sich leicht anbringen lassen. Der Hauptvorteil dieser Methode besteht nun darin daß die Bestimmung weit schneller und glatter vor sich geht, da während einer Meßreihe die Bewegungsrichtung der Schraube nicht geändert wird und auch das jedesmalige Verschieben des Intervalles verbunden mit dem zeitraubenden Neueinstellen desselben fortfällt. Außerdem gestaltet sich das in vielen Fällen vorzuziehende graphische Auswerten der Messungen weit einfacher. In gewisser Hinsicht ähnelt also dieses Verfahren dem bei der Bestimmung des fortschreitenden Fehlers[3]) benutzten da es sich hier jedoch um periodische Fehler handelt, treten weitgehende Vereinfachungen ein. Wie im einzelnen zu verfahren ist, soll im folgenden kurz dargelegt werden.

---

[1]) Vergl. A. v. Westphal, *diese Zeitschr.* **1.** *S. 149. 229. 250. 397. 1881.*

[2]) H. Rosenberg, *diese Zeitschr.* **22.** *S. 246. 1902.*

[3]) W. Zurhellen, *Astr. Nachr.* **172.** *1405—06. 1906.*

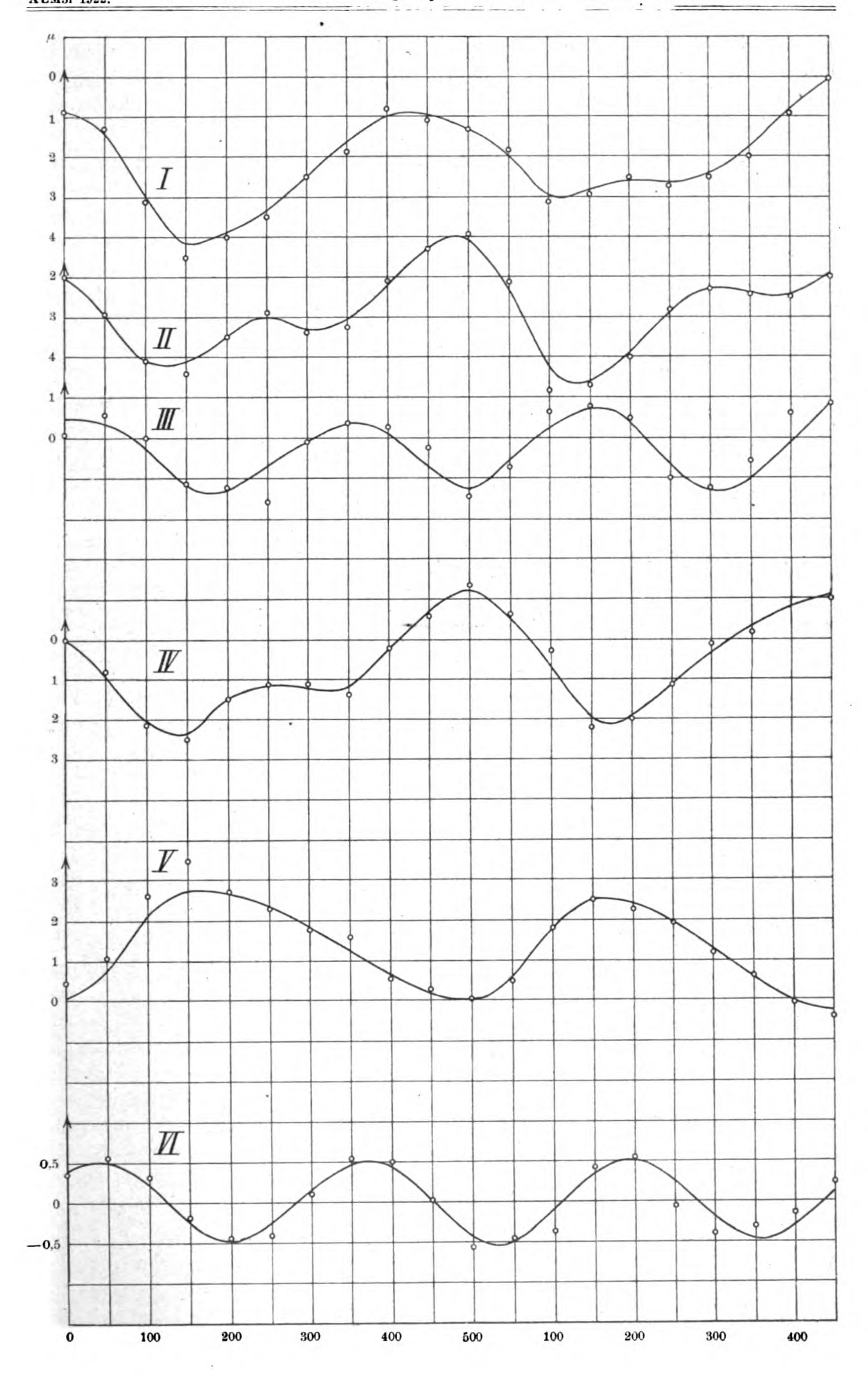
Wäre der Maßstab richtig, so ergäbe die Differenz zwischen Ablesung und Teilstrich direkt den periodischen Fehler der Schraube. Da aber solche Maßstäbe wiederum nur durch Schrauben geteilt werden können, so werden auch sie im allgemeinen Fehler besitzen, und zwar, worauf es hier gerade ankommt, nur periodische Fehler, denn fortschreitende Fehler treten bei so kurzen Maßstäben nicht auf und etwa vorhandene zufällige Teilungsfehler lassen sich leicht als solche erkennen. Man erhält also beim Ausmessen in Wirklichkeit die „Interferenzkurve“ zweier periodischen Funktionen

$$\varepsilon + \varepsilon_1 = \sum_1^n a_n \cos 2\pi n \left(\frac{t}{T} + \delta\right) + \sum_1^n b_n \cos 2\pi n \left(\frac{t}{T_1} + \delta_1\right).$$

Verschiebt man nun den Maßstab einmal um ein bestimmtes Intervall p_0 und wiederholt die Messung, bildet dann die Differenzen der beiden zu demselben Teilstrich des Maßstabes gehörenden Ablesungen, so ist jetzt dasselbe erreicht wie bei der mehrmaligen Verschiebung eines konstanten Intervalles, nur daß hier dieses jedesmal um den periodischen Fehler des Maßstabes an der betreffenden Stelle vermehrt ist. Bei der Ausrechnung fallen aber letztere stets dann heraus, wenn die Messungen zyklisch angeordnet werden und man als Länge des Maßstabes die Grundperiode der Interferenzkurve wählt. In Wirklichkeit dürfte dies bei 1 mm Länge immer erfüllt sein, da die Schrauben meistens $1/n$-Millimeterschrauben sind.

Oft ist es jedoch zweckmäßiger, zuerst den periodischen Fehler des Maßstabes zu bestimmen; denn ist dieser einmal bekannt, so gestaltet sich ersichtlich die Ausmessung an anderen Stellen der Schraube noch einfacher. Die Messung bleibt hier dieselbe, nur ist diesmal die Differenz der beiden zu derselben Stellung des Schraubenkopfes gehörenden Ablesungen zu bilden. Zur Kontrolle kann man dann auch den wie oben berechneten Fehler der Schraube von irgend einer Messungsreihe abziehen, diese Differenz muß selbstverständlich den Fehler des Maßstabes ergeben. Zur erforderlichen Feststellung der Grundperiode des Maßstabes, d. h. der Ganghöhe der Teilungsschraube, genügt es oft schon, den Maßstab um 180 Grad zu drehen und ihn so noch einmal auszumessen. Aus der Verschiedenheit der Kurven kann man dann auf die Periode des Maßstabes schließen, doch gibt dieses Verfahren nicht etwa den gesamten periodischen Fehler des Maßstabes (s. u.).

Ein Zahlenbeispiel, welches gleichzeitig das graphische Lösungsverfahren zeigt, dürfte die Methode am besten erläutern. Die 0,5 mm-Schraube einer der Meßmaschinen des hiesigen Institutes sollte auf ihre periodischen Fehler hin untersucht werden. Verwandt wurde dazu ein in 0,01 mm geteiltes Objektmikrometer von C. Zeiss und ein etwa achtzigfach vergrößerndes Mikroskop. Die Trommel der Schraube war in 500 Teile geteilt, sodaß direkt die 0,001 mm abgelesen werden konnten. Es wurde nun während zweier Revolutionen der Schraube jeder fünfte Teilstrich des Maßstabes gemessen, die Schraubentrommel somit in zehn gleiche Intervalle geteilt. Die Meßgenauigkeit ist, wie die Kurven (s. Fig.) zeigen, eine sehr gute und beträgt einige 0,1 μ, also etwa das Fünffache der für gewöhnlich angestrebten Genauigkeit. Da Zahlenwerte hier nicht interessieren, sind nur die so erhaltenen Kurven wiedergegeben. Kurve I zeigt die erste Ausmessung des Maßstabes. Dreht man ihn aber um 180 Grad, so tritt der Interferenzcharakter der beiden periodischen Kurven (Kurve II) noch deutlicher zu Tage. Und in der Tat zeigt die Differenzkurve I—II (Kurve III), daß über der 0,5 mm-Periode der Schraube eine zweite mit der Periode $^1/_3$ mm gelagert ist. Der Maßstab ist also mit einer $^1/_3$ mm-Schraube geteilt worden, sein periodischer Fehler ist jedoch gering und gut sinusförmig (ein Fehler von mehreren μ


μ
I
II
III
IV
V
VI
0,5
0
—0,5
0
100
200
300
400
500
100
200
300
400

müßte bei der feinen Teilung schon deutlich sichtbar sein). Es dürfte deshalb hier genügen, nur die Fehler erster Ordnung des Maßstabes zu berücksichtigen. Der Maßstab wurde daher jetzt um $^1/_6$ mm, rund 17 Skalenteile (gleich einer halben Revolution seiner Teilungsschraube), verschoben und Kurve IV erhalten. Die halbe Summe von Kurve I und II (Kurve V) ergibt dann direkt die periodischen Fehler der Schraube, während die halbe Differenz (I—IV) die Fehler erster Ordnung des Maßstabes zeigen. Eine weitere Meßreihe mit einer Verschiebung von 8 Sk. T. ($^1/_4$ Rev.) bewies dann auch, daß die Fehler zweiter Ordnung des Maßstabes in der Tat zu vernachlässigen waren. Man erhält somit aus der Summe und der Differenz je zweier Ablesungen die periodischen Fehler der Schraube und des Maßstabes gleichzeitig. Erwähnt sei hier noch, daß für die Kurven nur die eine Bewegungsrichtung der Schraube maßgebend ist; denn es zeigte sich, daß der Fehler für die entgegengesetzte Bewegungsrichtung etwas anders verlief.

Um den Gang der numerischen Ausrechnung zu zeigen, sei diese hier für den periodischen Fehler des Maßstabes kurz skizziert. Da es sich nur um den periodischen Fehler erster Ordnung handelt, so ist dieser dargestellt durch

$$\varepsilon(L) = \alpha_1 \sin L + \beta_1 \cos L = A \sin(L + \delta).$$

Tabelle.

L_i	L_i'	$f_i = L_i - L_i'$	$l_i = f_m - f_i$	$\lambda_i = L_i + 91^0$	$l_i \cos \lambda_i$	$l_i \sin \lambda_i$
499,1 μ	0 μ	— 0,9	— 0,7	91°	+ 0,01	— 0,70
48,7	— 0,8	— 0,5	— 1,1	145°	+ 0,90	— 0,63
96,9	— 2,1	— 1,0	— 0,6	199°	+ 0,56	+ 0,20
145,5	— 2,5	— 2,0	+ 0,4	253°	— 0,11	— 0,38
196,0	— 1,5	— 2,5	+ 0,9	307°	+ 0,54	— 0,72
246,5	— 1,1	— 2,4	+ 0,8	1°	+ 0,80	+ 0,02
297,5	— 1,1	— 1,4	— 0,2	55°	— 0,11	— 0,16
348,1	— 1,4	— 0,5	— 1,1	109°	+ 0,35	— 1,03
399,2	— 0,2	— 0,6	— 1,0	163°	+ 0,95	— 0,29
448,9	+ 0,6	— 1,7	+ 0,1	217°	— 0,08	— 0,06
498,7	+ 1,4	— 2,7	+ 1,1	271°	+ 0,02	— 1,10
48,2	+ 0,7	— 2,5	+ 0,9	325°	+ 0,74	— 0,51
96,9	— 0,8	— 2,3	+ 0,7	19°	+ 0,66	+ 0,23
147,1	— 2,2	— 0,7	— 0,9	73°	— 0,26	— 0,86
197,5	— 2,0	— 0,5	— 1,1	127°	+ 0,66	— 0,88
247,2	— 1,1	— 1,7	+ 0,1	181°	— 0,10	— 0,00
297,5	— 0,1	— 2,4	+ 0,8	235°	— 0,45	— 0,64
348,0	+ 0,2	— 2,2	+ 0,6	289°	+ 0,18	— 0,56
399,1	+ 1,0	— 1,9	+ 0,3	343°	+ 0,28	— 0,09
449,9	+ 1,0	— 1,1	— 0,5	37°	— 0,40	— 0,30
	Σ	— 31,5			+ 5,15	— 8,48
	f_m	— 1,6				

Spalte 1 in der Tabelle zeigt nun die Ablesungen L_i der Kurve I, wo der Anfang des Maßstabes mit dem Trommelteil 0 übereinstimmte; Spalte 2 die Ablesungen L_i' der Kurve IV, wo Skalenteil 17 mit 0 übereinstimmte. Zur Vereinfachung sind nur die Abweichungen von den Trommelteilen 0, 50, 100... angegeben. Spalte 3 gibt die Differenz der beiden Ablesungen $f_i = L_i - L_i'$, aus deren Mittelwert f_m sich das konstante Verschiebungsintervall p_0 zu $170 - 1{,}6 = 168{,}4 = 182^0$ berechnet. Spalte 5 enthält die Winkelwerte von $\lambda_i = L_i + \frac{1}{2} p_0$ bezogen auf die Grundperiode des Maßstabes. Aus den Mittelwerten der beiden letzten Spalten berechnet sich dann

$\alpha_1 = \frac{\Sigma l_i \cos\lambda_i}{n \cdot \sin\frac{1}{2}p_0}$ und $\beta_1 = -\frac{\Sigma l_i \sin\lambda_i}{n \cdot \sin\frac{1}{2}p_0}$ zu 0,257 resp. + 0,424, so daß der periodische Fehler durch die Formel $\varepsilon = 0{,}5 \sin(L + 59^0)$ dargestellt wird. Die Kurve III, die ja die Differenz $\varepsilon(L_i) - \varepsilon(-L_i)$ darstellt, enthält somit nur den Anteil $2\beta_1 \cos L_i$ des periodischen Fehlers und in der Tat bekommt man bei der numerischen Auswertung der Kurve III für α_1' und β_1' die Werte 0,002 und 0,416 in vorzüglicher Übereinstimmung mit obigen Werten. Die mittlere Unsicherheit der einzelnen Messung beträgt ca. $\pm 0{,}14\,\mu$. Erwähnt sei noch, daß man im obigen Falle die periodischen Fehler der Schraube und des Maßstabes aus nur einer Messungsreihe berechnen kann. Der Beweis beruht auf der bekannten Orthogonalitätsbedingung, die bei der Ausrechnung der periodischen Fehler angewendet wird, daß nämlich $\int_0^{2\pi} \sin n\varphi \cdot \sin m\varphi \, d\varphi = 0$ für $n \neq m$ ist. Für die Schraube nimmt nun n resp. m die Werte 2, 4, 6... und für den Maßstab die Werte 3, 6... an, so daß erst der Fehler dritter Ordnung der Schraube von dem der zweiten des Maßstabes sich nicht mehr trennen lassen. Obiges Verfahren ist jedoch praktischer und führt stets zum Ziele.

Zusammenfassung.

Ausgehend von der Überlegung, daß ein in Bruchteilen von Millimetern geteilter Maßstab nur periodische Fehler besitzt, wird empfohlen, bei der Bestimmung von periodischen Fehlern an Stelle des Verschieben eines konstanten Hilfsintervalles das schnellere und einfachere Ausmessen eines solchen Maßstabs treten zu lassen. Man erhält dann auch gleichzeitig den periodischen Fehler des Maßstabes, wodurch sich die Bestimmung des periodischen Fehlers an anderen Stellen der Schraube noch weiter vereinfacht.

Ich möchte nicht versäumen, Frl. stud. E. Bidder auch an dieser Stelle für ihre Unterstützung bei der Ausführung der Messungen herzlichst zu danken.

Physikalisches Institut d. Univ. Bonn.

Referate.

Turbine phonique.

Von Z. Carrière. *Journ. de Physique et le Radium.* **2.** *S. 337. 1921.*

Das phonische Rad gestattet die Frequenz eines Wechselstromes durch Messung der Zahl der Umdrehungen innerhalb einer bekannten Zeit zu ermitteln. Bedingung hierfür ist das Vorhandensein gewisser einfacher Beziehungen zwischen der Frequenz des Wechselstromes, der Schaufelzahl des Rades und seiner Tourenzahl, welche sich bei Erfüllung dieser Bedingungen konstant einstellt.

Die Übertragung des Verfahrens auf mechanische Verhältnisse führt zu der „phonischen Turbine" des Verf. Ein sehr leichtes Schaufelrädchen aus Glimmer, Papier und Holundermark dreht sich unter der Wirkung eines intermittierenden Luftstromes, der aus einer spaltförmigen, den Schaufelkanten parallelen Öffnung austritt. Ein Leitrad ist nicht vorhanden. Die Schaufeln sind prismatisch geformt. Wirkt das Druckmaximum stets auf entsprechend gelegene Punkte der Prismenflächen ein, d. h. sind die oben mit Bezug auf das phonische Rad genannten Bedingungen erfüllt, so bleibt das Rädchen in dauernder, synchroner Rotation. Im Lichte einer mit der Frequenz des Luftstromes intermittierenden Königschen Flamme sieht man jedoch das Rädchen nicht stillstehen, sondern Schwingungen um eine Gleichgewichtslage ausführen, deren sekundliche Anzahl ein Maß für die Stabilität der Synchronisierung abgibt. Durch geeignete Neigung des

Luftstromes gegen den Radius des Rädchens kann man erreichen, daß die Tangentialkomponente des Stoßes die Reibungsverluste kompensiert. In diesem Falle erreicht die oben genannte Schwingungszahl und damit die Stabilität der Synchronisierung ein Maximum. Erforderlich ist allerdings, daß die Amplitude der Druckdifferenzen gut konstant bleibt.

Ein leichtes Zählwerk, von der Turbine in Bewegung gesetzt, gestattet die Frequenz des intermittierenden Luftstromes zu bestimmen. Auf diese Weise läßt sich z. B. die Tonhöhe einer Flöte oder Pfeife bestimmen, von deren Luftschwingungen man die Turbine in Rotation versetzen läßt. Für höhere Töne sind natürlich kleinere und leichtere Turbinen geeignet als für tiefere. Konstruktionsdaten einiger, für Schwingungszahlen von 160 bis 414 sec^{-1} geeigneter Modelle werden angegeben.

Läßt sich die Turbine nicht direkt durch die Luftschwingungen des Instrumentes antreiben, z. B. infolge ungeeigneter Form desselben, so kann man eine Königsche Flammenkapsel an letzterem anbringen, die von dem Luftstrom durchflossen wird, der die Turbine speist. Der Druck des Luftstromes oszilliert sodann mit der Frequenz des Instrumentes. Man kann auch eine passend konstruierte Hilfsflöte von regulierbarer Tonhöhe zur Messung verwenden, die mit Hilfe der Schwebungsmethode auf den Ton des zu untersuchenden Instrumentes abgestimmt wird.

Die Schwingungszahl einer Stimmgabel wird gemessen, indem man durch die schwingenden Gabelzinken einem konstanten Luftstrom eine pulsatorische Komponente erteilen läßt, welche die geeignet aufgestellte Turbine antreibt. Oder man läßt einen konstanten, aus einer flachen Düse austretenden Luftstrom von einem an der Gabel befestigten Drähtchen rythmisch unterbrechen, bevor er die Turbinenschaufeln trifft. In analoger Weise läßt sich die Frequenz einer schwingenden Saite bestimmen.

Eine winzig kleine Ausführungsform der Turbinen kann man zum Nachweis pulsatorischer Luftströme benutzen. Indessen bietet das Arbeiten mit diesem Instrument, soweit man aus den gemachten Angaben ersehen kann, experimentelle Schwierigkeiten, da das Rädchen nur wenige Augenblicke synchron läuft und während dieser Zeit stroboskopisch beobachtet werden muß.

Zickner.

Über die Messung von Tourenzahlen mit Hilfe stroboskopischer Erscheinungen im Wechselstrombogenlicht.

Von Erich Günther, *Physikal. Zeitschr.* **22**. *S. 369. 1921.*

Beleuchtet man eine rotierende Scheibe (Tourenzahl n) mit a abwechselnden schwarzen und weißen Streifen durch eine Wechselstromlichtquelle (Frequenz des Wechselstromes $m/2$), so erscheint ein ruhig stehender Stern mit a Strahlen für die Tourenzahlen

$$n = k \cdot m/a$$

($k = 1, 2, 3 \ldots$). Dabei werden die Streifen um so breiter und verwaschener, je höher die Ordnungszahl k ist. Bei einem Bruchteil $1/k'$ der Tourenzahl ($k' = 1, 2, 3 \ldots$) beobachtet man einen stroboskepischen Stern mit $k' \cdot a$ Strahlen. Weicht die Tourenzahl n etwas von dem durch die Formel gegebenen Wert n_0 ab, so rotiert der Stern für $n > n_0$ im gleichen, andernfalls im entgegengesetzten Sinne, und zwar mit einer Tourenzahl $N = n - n_0$. Zweckmäßig kontrolliert man die Konstanz von m durch einen Wechselstrom-Resonanz-Frequenzmesser. Um für alle möglichen Tourenzahlen brauchbare Werte zu bekommen, hält man sich eine Reihe auswechselbarer Scheiben mit verschiedenen Sektorenzahlen a. Man kann auch auf einer Scheibe mehrere Ringe anbringen, deren jeder eine besondere Teilung trägt. Die Bogenlampe darf nicht zu kräftig sein, um einen guten Kontrast zu erhalten. Die Methode wird namentlich auch für Demonstrationszwecke empfohlen.

Berndt.

Die physikalische Bedeutung der sphärischen Aberration.

Von L. C. Martin. *Trans. Opt. Soc.* **23**. *Heft 2. 1921—22.*

In der Einleitung gibt der Verf. die theoretischen Grundlagen für die zahlenmäßige Erfassung der Aberration nach dem Huyghensschen Prinzip, wobei unter Berücksichtigung der Seidelschen Gleichungen über die trigonometrische Verfolgung der Strahlen durch ein System die Phasen-

differenzen am Orte des Bildes dargestellt werden. Es muß auf eine ausführliche Wiedergabe der vom Verf. geführten mathematischen Entwicklungen hier verzichtet werden. Dagegen sei über die praktische Versuche des Verfassers einiges berichtet.

Er erwähnt die Benutzung eines künstlichen Sternes als Objekt bei Prüfung optischer Systeme und die Beobachtung bzw. Photographierung des Sternbildes außerhalb des Brennpunktes, wobei Gleichheit der Bilder auf beiden Seiten des Brennpunktes (innerhalb und außerhalb der Brennweite) ein guter Nachweis für die Abwesenheit von Aberrationen sei, während bei deren Vorhandensein ein großer Teil des Lichtes über die geometrischen Grenzen des Bildes hinaus geworfen wird und einen äußeren hellen Ring bildet.

Der Verf. beschritt nun für seine Untersuchungen den Weg, das durch ein Mikroskopobjektiv bei verschiedener Tubuslänge erzeugte Bild zu photographieren. Der Versuch, als Objekt das Bild einer kleinen Lichtquelle zu benutzen, welches von einer sehr kleinen Quecksilberkugel reflektiert wird, erwies sich wegen der geringen Lichtstärke nicht als praktisch. Der Verf. verwandte deshalb als abzubildendes Objekt die kleinen Löcher (*pinholes*), welche sich in der Silber- oder Platinschicht eines Glasspiegels zu finden pflegen. Bei der Auswahl eines solchen Loches achte man darauf, daß es sich in genügend undurchsichtiger Umgebung befinde; es muß möglichst klein sein, das Licht sehr gleichmäßig auf das Objektiv leiten und doch genügend hell sein, um ein Photographieren mit nicht zu langer Expositionszeit zu ermöglichen. Die Beleuchtung des Loches findet mittels eines Kondensators statt, der das Bild einer Metallfadenlampe auf das Loch projiziert. Die zur Projektion des Lochbildes auf die photographische Platte versuchten sog. Projektionsokulare erwiesen sich als astigmatisch, der Verf. zog deshalb ein gewöhnliches Huyghenssches Okular vor.

Das benutzte Mikroskopobjektiv bestand aus zwei Frontlinsen und einer dreifachen Hinterlinse. Es hatte eine Brennweite von 8 mm und eine numerische Apertur von 0,65. Der Verf. berechnete durch Verfolgung zweier Strahlen durch das Objektiv die Phasendifferenz zwischen einem Achsen- und einem Randstrahl für die drei Tubuslängen L von 6, 6,9 und 8,5 inches (gemessen von der Hinterlinse zu $-4{,}11$, $-0{,}4$ und $+4{,}4\,\lambda$ und fand bei Bildung einer Kurve zwischen den Größen $1/L$ und den Phasenunterschieden, daß diese eine gerade Linie bilde. Er meint, daß diese für Mikroskopobjektive im allgemeinen gültige Eigenschaft bisher nicht bekannt gewesen sei. Durch photographische Aufnahmen wurde die Lage des Punktes bestätigt, in welchem auf Grund der Rechnung die Phasendifferenz gleich Null sein sollte. Außerdem ergibt sich aus diesen Berechnungen, bei welcher Tubuslänge das gegebene Mikroskopobjektiv die geringste Aberration hat, bzw. wo sie gleich Null ist.

Der Verf. machte weiter praktische Versuche nach der Hartmannschen Methode. Er brachte zu dem Zweck nahe der Hinterlinse des Objektivs eine Blende an, in welche in verschiedenen Entfernungen vom Mittelpunkt Löcher von nahezu 1 mm Durchmesser und zwar auf jedem Durchmesser zwei gleich weit von der Mitte entfernte. Die drei benutzten Blenden hatten solche Löcher auf 1,3 und 5 mm, auf 2 und 4 mm, auf 2,5 und 4,5 mm. Wenn mit diesen Blenden je eine Aufnahme innerhalb und außerhalb des Bildpunkts gemacht wird, so entstehen Beugungsbilder von jeder der Öffnungen und die Mittelpunkte dieser Bilder bezeichnen den Verlauf des Lichtstrahles, der von der Mitte der Blendenlöcher ausgeht. Der Abstand der Aufnahmeplatte in ihren beiden Stellungen wurde an der Auszugslänge des Tubus bestimmt, Es war eine beträchtliche Verstellung des Tubus nach beiden Seiten erforderlich, um einen genügenden Abstand der beiden Beugungsbilder voneinander zu erhalten und so eine gegenseitige Interferenzwirkung auszuschließen.

Die Zentrierungsfehler im Mikroskopobjektiv und etwaige geringe Abweichung der Flächen von der Kugelgestalt zeigen sich in einer geringen Verzerrung des Bildscheibchens.

Die Aufnahmen wurden mit einem Gelbfilter gemacht, so daß der Schwerpunkt der Wirkung im Blaugrün lag. Monochromatisches Licht wurde wegen seiner geringen Lichtstärke nicht verwandt.

Die mit den Photogrammen erwiesenen Abweichungen wurden mit den theoretisch berechneten Aberrationen verglichen.

Der Verf. gibt in seiner Veröffentlichung eine Reihe von photographischen Aufnahmen des Diffraktionsbildes, die mit verschiedenen Tubuslängen sowohl im Brennpunkt als extrafokal aufgenommen worden waren. Die berechneten Durchmesser des ersten schwarzen Beugungsringes stimmten mit den auf den Photogrammen gemessenen vorzüglich überein.

Der Verf. schließt hieran noch Untersuchnngen über die Verteilung der Helligkeit in den photographierten Beugungsbildern, zum Vergleich diente die Aufnahme eines Rauchglaskeiles auf eine photographische Platte. Näheres hierüber möge man in der Veröffentlichung selbst nachlesen. *H. Krüss.*

Die Sichtbarkeit der leuchtenden Strahlen.

Von Edward P. Hyde, W. E. Forsythe *und* F. E. Cady, *Astrophys. Journ.* **48.** *S. 65. 1918.*

Es liegen schon eine größere Anzahl von Veröffentlichungen über das genannte Thema vor, so von Ives, Nutting, Coblentz und Emerson. Die Widersprüche in den Ergebnissen dieser Untersuchungen veranlaßten aber die Verf., sich neuerdings mit derselben Frage zu beschäftigen. Die genannten Unterschiede treten namentlich auf zwischen den photometrischen Beobachtungen mit Hilfe des gewöhnlichen Lummer-Brodhunschen Photometers und solchen mittels des Flimmerphotometers.

Es handelt sich bei diesen Versuchen wesentlich um die Photometrie verschiedenfarbiger Lichtquellen, welche in der gewöhnlichen Photometrie namentlich bei starkem Farbenunterschied Schwierigkeiten machen, während diese mit dem Flimmerphotometer weniger in die Erscheinung treten, weil dort zuerst das Farbenflimmern aufhört und erst später das Grauflimmern und dieses zur Entscheidung über die Helligkeitsgleichheit benutzt wird.

Der Verf. erwähnt die Veröffentlichung von Middlekauf und Skogland. Es handelte sich bei den diesen zugrunde liegenden Untersuchungen um die Lichtdurchlässigkeit von verschiedenen blauen Gläsern und der Helligkeit verschiedener Wolframlampen. Drei verschiedene Laboratorien, welche alle das Lummer-Brodhunsche Photometer benutzten, wichen in ihren Ergebnissen nicht mehr als 2 v. H. voneinander ab und der Verf. vermutet, daß bei einer Vermehrung der Zahl von Beobachtungen die Abweichungen auf 1 v. H. sinken werden, so daß eigentlich kein Grund vorliegt, eine andere vielfach unsichere Beobachtungsmethode zu wählen. Bei Versuchen von Crittenden und Richtmeyer an denselben Objekten aber nach der Flimmermethode ergab sich ein Unterschied von 2,5 v. H. gegen die Beobachtungen nach der gewöhnlichen Methode und die Abweichung lag so, daß das weniger brechbare Ende des Spektrums einen größeren Einfluß bei der Benutzung des Flimmerphotometers hatte, so daß die Lichtstärke einer Lichtquelle bei höherer Temperatur durch die Flimmermethode verhältnismäßig geringer gefunden wurde im Vergleich zur Lichtstärke bei geringerer Temperatur als bei den gewöhnlichen photometrischen Verfahren. Luckiesh verglich ein rotes und ein graublaues Feld sowohl mittels des Flimmerphotometers als auf die direkte Vergleichsmethode und fand, daß das Verhältnis Blaugrün zu Rot für sein Auge 50 bis 100 v. H. größer war auf gewöhnliche Weise gemessen als mit der Flimmermethode gemessen. Auch die Versuche von Coblentz und Emerson stellten dasselbe fest.

Der Verf. machte seine Messungen in 50 Abschnitten des Spektrums und benutzte dazu ein Lummer-Brodhunsches Spektrophotometer für Gleichheit. Die Einstellung auf Gleichheit der Beleuchtungsstärke der beiden Felder des Lummer-Brodhun-Würfels wurde durch einen rotierenden Sektor hergestellt. Als Lichtquellen wurden zwei Metallfadenlampen benutzt, von denen die Versuchslampe auf 2045 Grad gehalten wurde. Die Vergleichslampe wurde dann in ihrer Helligkeit so reguliert, daß die Beleuchtungsstärke der beiden Vergleichsfelder über das ganze Spektrums möglichst gleich erschien. Dann war die Breite des Eintrittspaltes 0,1 mm, diejenige des Okularspaltes 0,2 mm. Sodann wurde die relative Helligkeit von 18 verschiedenen Teilen des Spektrum zwischen 0,5 bis 0,66 μ gemessen. Hierauf wurde der Eintrittsspalt mit der Versuchslampe, die dabei in genau derselben Stellung zum Spalt blieb, in meßbarer Weise seitwärts verschoben. Dadurch verschob sich auch das Spektrum dieser Lampe gegen das feststehende Spektrum, so daß nunmehr Teile von verschiedener Wellenlänge im Okularspalt übereinander erschienen, und die Messung wiederholt.

Werden die Beleuchtungsstärken mit dem Buchstaben L bezeichnet, so ergaben sich für den

in Betracht gezogenen Spektralbezirk 18 Werte von $L_{\lambda}/L_{\lambda+\Delta\lambda}$, welche in einer Kurve nach λ aufgezeichnet wurden. Es beteiligten sich 29 meist photometrisch geübte Beobachter an diesen Versuchen. Dem Mittel aus diesen 29 Beobachtungsresultaten lag also eine mittlere Empfindlichkeitskurve der Augen der Beobachter zugrunde, im einzelnen wichen die Beobachter ziemlich stark voneinander ab. Diese Kurve wurde zusammengestellt mit denjenigen, welche sich aus den mit dem Flimmerphotometer gemachten Beobachtungen von Ives, Nutting, Coblentz und Emerson und Reeves ergeben. Mit Ausnahme derjenigen von Reeves, welche sich aus unbekannten Gründen stark von den übrigen unterscheidet, zeigte sich, daß die Kurve des Verfassers für die kürzeren Wellenlängen höhere, für die längeren kleinere Ordinaten hat, als die mittels der Flimmerphotometrie gewonnenen Kurven, Gleichheit findet etwa bei 0,555 μ statt an der Stelle der Maximalempfindlichkeit des Auges. *H. Krüss.*

Die geringste sichtbare Lichtintensität.

Von Henry Buisson. *Astrophys. Journ.* **46**. *S. 296. 1917.*

Der Verf. benutzte phosphoreszierende Flächen, wie sie zu Sichtbarmachungen von Gegenständen, etwa Zifferblätter, benutzt werden. Er stellte deren Leuchtkraft im Verhältnis zu einer Mattscheibe von bekannter Durchlässigkeit, beleuchtet durch eine Lichtquelle von bekannter Lichtstärke, fest. Die beobachteten Flächen hatten Durchmesser von 2,5 bzw. 5,0 mm und wurden, nachdem das Auge 15 Minuten im Dunklen gehalten war, beleuchtet, indem ihre Entfernung bis zum Verschwinden vergrößert wurde. Es mag bemerkt werden, daß diese Beobachtungsweise gemeinhin größere Werte ergibt, als wenn man umgekehrt verfährt und die Objekte von größerer Entfernung herankommen läßt und bestimmt, wann sie zuerst auftauchen. Die größte so beobachtete Entfernung für die beiden Scheiben waren 7,7 bzw. 26 cm. Der Verf. gibt daneben an, daß eine Kerze noch in 27 km sichtbar sei, eine wenig bedeutungsvolle Angabe bei der bekannten Veränderlichkeit der Lichtstärke einer Kerze und bei dem Einfluß der Beschaffenheit der Atmosphäre. *H. Krüss.*

Die geringste sichtbare Strahlung.

Von Henry Norris, *Astrophys. Journ.* **45**. *S. 60. 1917.*

Der Verf. knüpft an Untersuchungen von Ives über denselben Gegenstand an und bemerkt, daß in dessen Resultaten als unsichere Faktoren der Durchmesser der Pupille des auf vollkommene Dunkelheit adaptierten Auges und die Sterngröße des schwächsten sichtbaren Gegenstandes stecke. Er führt aus, daß Sterne heller erscheinen auf dunklem Himmelsgrunde als auf hellem, ebenso wie ein schwacher Stern weniger stark sichtbar ist, wenn er in der Nähe eines hellen Sternes steht.

Der Verf. stellte seine Versuche so an, daß er im verdunkelten Zimmer durch eine kleine Öffnung des Fensterladens das Licht eines hellen Sternes auf eine kleine weiße Scheibe fallen ließ, die auf dem Hintergrunde eines schwarzen Tuches befestigt war, und dann bestimmte, aus welcher Entfernung das vollkommen dunkel adaptierte Auge die Scheibe noch eben erkennen konnte. Als Versuchssterne benutzte er Sirius und Rigel.

Wegen der Ergebnisse, die zumeist astronomisches Interesse haben, muß auf die Veröffentlichung selbst verwiesen werden. *H. Krüss.*

Die Wirkung der Größe eines leuchtenden Objektes und der Expositionszeit auf die Retinaempfindlichkeit.

Von Prentice Reeves. *Astrophys. Journ.* **46**. *S. 167. 1917.* **47**. *S. 140. 1918.*

Der Verf. bezieht sich in bezug auf die Anordnung seiner Versuche auf frühere Veröffentlichungen, so daß hierüber aus dieser Mitteilung wenig hervorzuheben ist. Der Beobachter saß in der Entfernung von 55 cm vor der zu beleuchtenden Fläche, deren Größe und Form verändert werden konnte. Er blieb vorher 15 bis 30 Minuten im dunklen Raum, um sein Auge vollkommen dunkel zu adaptieren. Der Durchmesser seiner Pupille war dann 8,3 mm. Er bestimmte dann die geringste Beleuchtungsstärke, unter welcher die Fläche noch gesehen werden konnte. Er berechnete dann aus einer Formel, in welcher die Größe der beleuchteten Fläche, ihre Beleuchtungsstärke,

das mechanische Äquivalent des Lichtes, der Durchmesser der Pupille und die Entfernung von der beleuchteten Fläche als Faktoren auftraten, die Größe der geringsten sichtbaren Strahlung. Die Versuche ergaben, daß bei wachsender Größe des Gesichtswinkels und dadurch verursachter Zunahme der das Auge treffenden strahlenden Energie die zur Erkennung erforderliche Beleuchtungsstärke abnimmt.

Ferner versuchte der Verf. die Zeitdauer zu bestimmen, welche erforderlich ist, um ein Objekt von bestimmter Beleuchtungsstärke zu erkennen. Die Beleuchtungsstärke wurde von Null so weit vermehrt, bis der Beobachter das Objekt eben erkennt. Dann wurde der Gegenstand bedeckt, hierauf wieder enthüllt, und ein Assistent notierte die Zeit, welche verfloß, bis der Gegenstand wieder gesehen wurde. Diese Zeiten schwankten zwischen 1 und 6 Sekunden, das Mittel war 2,2 Sekunden für den Verf., 2,1 Sekunden für zwei andere Beobachter. Bei wesentlicher Steigerung der Beleuchtungsstärke des Objektes sanken diese Zeiten auf 1,4 bzw. 1,2 und 0,8 Sekunden. Es zeigte sich dabei, daß, wenn der Gegenstand nach 4 Sekunden noch nicht gesehen worden war, eine weitere Ausdehnung der Zeit zwecklos war, da dann störende Umstände, wie Änderung der Aufmerksamkeit, Ermüdung und Augenbewegung eintraten.

Ein sichereres Verfahren des Verfassers war das folgende. Sorgfältig kalibrierte photographisch hergestellte Verdunklungsgläser wurden vor den beleuchteten Gegenstand gebracht, den der Beobuchter aus einer Entfernung von 35 cm beobachtete. Die Größe des Gegenstandes war 3 cm im Quadrat. Der Beobachter bestimmte nun die Beleuchtungsstärke, welche erforderlich war, um den Gegenstand nach einer bestimmten Zeit zu erkennen. Die gewählten Zeiten bewegten sich zwischen 0,002 und 4,0 Sekunden. Je größer der zur Verfügung stehende Zeitraum war, um so geringer konnte die Beleuchtungsstärke sein.

Es sei nun kurz berichtet, wie Reeves den Durchmesser der Pupille des dunkel adaptierten Auges zu ermitteln suchte. Ein prismatisches Glasstück von 10 cm Länge und einer von 1 zu 11 mm wachsenden Dicke wurde vor die Pupille gehalten. Bedeckte dieser Keil nur einen Teil der Pupille, so sah man zwei Teile der Pupille, den freien Teil und den durch das Prisma abgelenkten. Der Glaskeil wurde nun in zwei Stellungen gebracht, bei der einen war die Keilkante tangential zu einem Rand der Pupille, und zwar so, daß die Pupille nicht bedeckt war, bei der zweiten tangential zum gegenüberliegenden Rand der Pupille, diese jetzt ganz bedeckend. In beiden Fällen war nur ein Bild der Pupille sichtbar, und bei der geringsten Verschiebung des Keiles in entsprechender Richtung erschien das zweite Bild. Die Größe des Abstandes der beiden Stellungen voneinander ergab den Durchmesser der Pupille. Die zu dieser Messung erforderliche Beleuchtung war so schwach gewählt, daß die Pupille sich nicht kontrahieren sollte. Letzteres scheint aber doch der Fall gewesen zu sein, denn die gefundenen Werte waren augenscheinlich zu klein. Der Verfasser ging deshalb dazu über, die Pupille bei Blitzlicht vergrößert zu photographieren. Dabei wurde ein Millimetermaß unmittelbar unter der Pupille befestigt. Hierbei erhielt er für sein Auge den Durchmesser der Pupille zu 8,3 mm. *H. Krüss.*

Thermoelemente für Materienstrahlung.

Von A. Rüttenauer. *Zeitschr. f. Physik 5. S. 341. 1921.*

Es handelt sich um die Untersuchung eines zur Messung von Kathoden-, Kanalstrahlen usw. geeigneten Vakuum-Thermoelementes unter Berücksichtigung der Wärmeverluste durch Strahlung und Leitung der Auffangscheiben und Drähte, sowie ihrer elektrischen Leitfähigkeit. Der durch eine Temperaturerhöhung T hervorgerufene Strom i ist gegeben durch

$$i = \frac{C \cdot T}{w_G + w}$$

(C die Thermokraft des Thermoelementes, w_G der Galvanometerwiderstand und w der Widerstand sämtlicher anderer Drähte). Für den stationären Zustand ergibt sich unter Vernachlässigung der Verluste an den Drähten

$$i = \frac{C \cdot K}{(w_G + y_1 + y_2) \cdot \left(\frac{F}{y_1} + \frac{F}{y_2} + c_1 \right)}$$

(K die Summe der Wärmeverluste, y_1 und y_2 die Widerstände der beiden Thermoelementdrähte $\left(\sigma \cdot \frac{l}{q}\right)$, $F = 1{,}57 \cdot 10^{-6}$ gcal/sek^{-1}. Ohm und C_1 gleich der Summe der Verluste durch Leitung und Strahlung, dividiert durch T). Das Maximum von i erhält man für

$$\frac{\sigma l}{q} = \sqrt{\frac{w_G \cdot F}{f \cdot [c + S_0 \cdot (1 - R) \cdot 4 \cdot T^3]}}$$

(f die Ausstrahlungsfläche, c gleich dem Verlust durch Luftleitung und -konvektion, dividiert durch T, S_0 die Konstante des Stefan-Boltzmannschen Gesetzes, R das Reflexionsvermögen des betreffenden Metalls).

Die weitere Untersuchung der Abhängigkeit der Stromstärke von f ergibt, daß es kein Maximum von i gibt; um einen möglichst großen Wert von i zu erhalten, muß man f möglichst groß, also gleich dem Querschnitt des Strahlenbündels wählen. Die Berücksichtigung der Ausstrahlung der Drahtoberflächen führt darauf, bei großem w_G dünne und bei kleinem w_G kurze Drähte zu nehmen.

Die Bedingung möglichst kleiner Trägheit führt auf die Gleichung

$$T - T_0 = \frac{C}{f' \cdot S_0' \cdot 4 \cdot T^3 + \lambda'} \left(1 - e^{-(f' \cdot S_0' \cdot 4 T^3 + \lambda')t}\right)$$

$\left(f' = \frac{f}{m \cdot c}\right.$, wo m die Masse, c die spez. Wärme ist; $\lambda' = \frac{2 \cdot \lambda \cdot q}{l \cdot m \cdot c}$, wo λ das Wärmeleitvermögen ist; $S_0' = S_0 \cdot (1 - R)$, t die Zeit$\Big)$. Die Masse, bzw. Dicke der Lötstelle läßt sich berechnen, wenn man bestimmte Festsetzungen darüber trifft, in welcher Zeit das Thermoelement etwa 90% des Endwertes T' der Temperatur erreichen soll. Es ergibt sich indessen, daß man praktisch die gewünschte Dicke kaum erreichen kann.

Allgemein kann man sagen, daß man den Widerstand der Thermoelementdrähte gleich dem Galvanometerwiderstand zu wählen hat. Während man ferner im allgemeinen den Querschnitt der Lötstelle gleich dem des Strahlenbündels machen wird, muß man ihn für kleine Trägheit möglichst gering und gleichzeitig den Galvanometerwiderstand groß halten. Ferner ist das Reflexionsvermögen der Lötstellen und Drähte möglichst hoch zu nehmen, auch sind dünne Drähte besser als Streifen. *Berndt.*

Achromatische Okulare.

Von J. W. Gifford. *Trans. Opt. Soc.* **23.** *Nr. 2. 1921—22.*

Der Verfasser empfiehlt, die beiden Linsen des Huyghensschen und des Ramsdenschen Okulars durch verkittete Doubletts zu ersetzen, bei denen die Kronglaslinse gleichseitig, die Flintglaslinse plankonkav ist.

Er wendet dazu an die Glasarten Schott Borosilikat-Kron (O 3390) und Chance Schwerflint (370) mit den Brechungsverhältnissen für A (?) 1,51912 und 1,62160 und dem Dispersionsverhältnis zwischen beiden von 2,002.

Die Abmessungen für eine Gesammtbrennweite jedes der beiden Okulare von 1,00 sind:

	Huyghens		Ramsden	
	Feldlinse	Augenlinse	Feldlinse	Augenlinse
Durchmesser	1,00	0,78	0,675	0,375
Krümmungsradius	1,00	0,50	0,681	0,681
Dicke der Kronlinse	0,28	0,35	0,225	0,113
Dicke der Flintlinse	0,12	0,06	0,090	0,060
Abstand beider Linsen	0,576		0,693	
Augenortsabstand	0,692		0,469	

Der Verf. gibt an, daß die Güte dieser Okulare derjenigen der deutschen orthoskopischen Okulare in bezug auf Definition gleichkäme, der Preis aber infolge der gleichen Krümmung der beiden Flächen der Kronlinse geringer sei. Gegenüber den Okularen mit einfachen Linsen besäßen diese Okulare eine vollkommene Achromasie und ein ebeneres Gesichtsfeld. *H. Krüss.*

Ein neuer Sichtmesser.

Von Albert Wigand, *Physikal. Zeitschr.* [illegible]. *S.* [illegible]. *1921.*

Der bereits früher von dem Verf. konstruierte Sichtmesser beruht auf dem Prinzip, zu der Trübung der Luft eine derartige künstliche Trübung hinzuzufügen, daß das Ziel gerade eben nicht mehr erkannt werden kann. Als Lichtfilter zur Erzeugung der künstlichen Trübung haben sich mattierte Glasplatten als am geeignetsten erwiesen. Diese sind in 15 Stufen vorgesehen, wobei die Größe einer Stufe so gewählt ist, daß ihre Trübung etwa gleich dem Doppelten des Schwellenwertes der Unterschiedempfindlichkeit des Auges für das Erkennen von Gegenständen ist, die im Dunst oder Nebel gerade eben verschwinden. Filter 1 hat einen willkürlichen festen Wert, Filter 2 entspricht in seiner Wirkung zwei aufeinandergelegten Filtern 1, Filter 4 besteht aus 2 Stück, Filter 14 aus 7 Stück Filtern Nr. 2. Die für die beste Sicht einzuschaltende Filterzahl ist eine Apparatkonstante, die von der willkürlichen Wahl des Filters 1 abhängt und den Wert 14,3 hat. Es ist dabei angenommen, daß zwischen der Sicht S, der Lufttrübung $14{,}3 - a$ (a der optische Trübungsgrad) und der Entfernung l des Ziels die Beziehung

$$S = \frac{l}{14{,}3 - a}$$

besteht, und daß die Lufttrübung mit l nach demselben Gesetz zunimmt wie die Filtertrübung bei Zunahme der Filterzahl.

Der neue Apparat unterscheidet sich dadurch von dem älteren, daß er eine kontinuierliche Veränderlichkeit der Filtertrübung gestattet. Dies geschieht dadurch, daß man bei einer einzigen gleichförmig getrübten Mattscheibe die Beleuchtung und damit die in ihr stattfindende Lichtzerstreuung kontinuierlich in bestimmter Weise ändert. Die Trübung wächst nämlich mit dem räumlichen Winkel des Lichtkegels, der das in Durchsicht betrachtete Oberflächenelement der Mattscheibe mit seiner Spitze trifft. Dazu wird das Filter an dem einen Ende eines Rohres angebracht, an dessen anderem Ende sich eine Irisblende befindet, deren Skala durch Vergleich mit dem Stufensichtmesser geeicht wird. Man kann dann an der Skala direkt die a-Werte ablesen. Der Nachteil, daß die Helligkeit und das Gesichtsfeld bei den niedrigen Filtergraden geringer ist, hat sich praktisch nicht als störend erwiesen.

Bei dem ausgeführten Probeinstrument wurde ein von 36,3 bis auf 116,8 mm ausziehbares Rohr benutzt. Mit dem kleineren Rohr waren die Trübungsgrade von 9,8 bis 14,3, mit dem längeren von 5,5 bis 12,5 einstellbar. Dabei betrug der lichte Rohrdurchmesser 30 mm, der größte und kleinste Blendendurchmesser 18 bzw. 2 mm, der Durchmesser der Mattglasfläche 14 mm, der Abstand Mattscheibe—Auge etwa 10 mm.

Prinzipiell wäre es auch möglich, die Beleuchtung durch Änderung der Rohrlänge allein zu ändern, doch würde dies auf unhandliche Längen führen. *Berndt.*

Bücherbesprechungen.

Rudolf Braun, Dr. rer. pol., Optik und Feinmechanik in Deutschland. Ein Beitrag zur wirtschaftlichen Bedeutung der Optik und Feinmechanik, der Glasinstrumenten-Industrie und der Chirurgie-Instrumenten-Fabrikation. (Optische Bücherei, Bd. 2.) 8°. 127 S. mit 3 Standorts karten. Berlin, Alexander Ehrlich. Geb. 27 M.

Das Buch ist der erste Versuch, die oft unterschätzte wirtschaftliche Bedeutung der deutschen Feinmechanik zahlenmäßig klarzulegen. Daß an diese Aufgabe sich bisher noch niemand herangewagt hat, lag wohl an der unüberwindlichen Schwierigkeit, die zahlenmäßigen Unterlagen zu beschaffen; dem Verfasser haben hierzu in erster Linie das Material der Berufsgenossenschaft der Feinmechanik, ferner Mitteilungen der D. G. f. M. u. O. und verschiedener Firmen zu Gebote gestanden, und er sagt selbst, daß er sein Thema nicht erschöpfend behandeln, sondern nur Beiträge liefern konnte.

Zunächst gibt das Buch einen geschichtlichen Abriß des Entwicklungsganges der Fein mechanik und Optik. Der Verf. konnte hierbei, wie er selbst betont, nicht eigene Forschungen anstellen, sondern lediglich fremde Vorarbeiten benutzen, die er natürlich auch nennt; infolge-

dessen mußten die einzelnen Gebiete der Präzisionstechnik eine verschiedenartige Behandlung erfahren, weil leider das eine weniger, das andere mehr durchforscht ist.

Hieran schließt sich eine geographische Darstellung der Standorte. Der Verf. weist nach, daß für die geographische Verbreitung der deutschen Feinmechanik nicht dieselben Umstände maßgebend waren wie für die meisten anderen Industrien, insbesondere nicht das Minimum der Materialkosten, weil diese in der Mechanik und Optik gerade verhältnismäßig ganz gering sind; das wußte man früher zwar auch schon, aber der Verf. belegt es mit Zahlen, indem er die Kosten für Material, Anfertigung und sonstige Unkosten bei mehreren Erzeugnissen anzuführen vermag. Nur wäre zu wünschen, daß er die Zahlen nicht so weitergegeben hätte, wie er sie erhalten hat, nämlich in Hundertsteln des Prozents, also auf 1 Pfennig bei 100 M. Man muß heute, wo der „Genauigkeitsfimmel“ in der Industrie sich in verderblichster Weise ausbreitet, auch bei solchen Zahlen darauf halten, daß sie nicht genauer angegeben werden, als sie verfügbar sind und interessieren, d. h. als sie im *Durchschnitt* zutreffen. Sehr instruktiv wirkt eine Karte, die der Verf. ausgearbeitet hat; diese zeigt die Sitze der feinmechanischen Industrie und gibt zugleich die Zahl der an den einzelnen Orten befindlichen Werkstätten an, und zwar letztere gesondert nach Mechanik und Optik. Vielleicht würde eine solche Karte die Verhältnisse noch klarer darstellen wenn die Größe des Ortspunktes seiner Bedeutung in recht abgestufter Weise angepaßt wird. Zwei gleiche Karten werden für die Glas- und für die Chirurgie-Instrumenten-Industrie gegeben und erläutert. Da sich zeigt, daß die Präzisionsmechanik im wesentlichen „bedarfsorientiert“ ist, geht der Verf. etwas genauer auf den Anteil ein, den die Städte mit Hochschulen an der in Rede stehenden Industrie haben. — Im nächsten Abschnitte wird die Entwicklung während des Krieges und der Nachkriegszeit (bis zum 1. 4. 1920) an der Hand eines außerordentlich ausgedehnten und spezialisierten Zahlenmaterials untersucht. Es folgt ein Abschnitt über Ein- und Ausfuhr, und schließlich wird der Sozialisierungsfrage eine eingehende Besprechung gewidmet, wobei der Verf. zu einer unbedingten Ablehnung aller solcher Pläne gelangt.

Das Buch im ganzen gibt also eine sehr eingehende zahlenmäßige Darstellung der äußeren Verhältnisse von Präzisionsmechanik, Optik, Glasinstrumentenindustrie und Chirurgiemechanik; es ist jedem, der sich mit den wirtschaftlichen Fragen dieses Produktionsgebietes beschäftigen will, unentbehrlich und förderlich. *Bl.*

H. Teudt, Die Patentanmeldung und die Bedeutung ihres Wortlauts für den Patentschutz. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. 8°. 132 S. Berlin, Julius Springer. 1921. Geb. 36 M.

Das Buch gibt mehr, als sein Titel besagt. In erster Linie ist es allerdings für Patentanmelder bestimmt und will diese auf die vielen Klippen aufmerksam machen, die den Wert einer Erfindung infolge unzweckmäßiger Fassung der Patentunterlagen, nämlich der Beschreibung und insbesondere der Patentansprüche, mindern können, so daß das Patent leicht umgangen werden kann. In anschaulicher Weise zeigt der Verfasser die geschichtliche Entstehung der jetzt in der deutschen Patentpraxis üblichen Formulierung des Patentanspruchs und beleuchtet das innere Wesen der deutschen Formulierungsweise durch eine recht geschickte Gegenüberstellung mit der Praxis des amerikanischen Patentrechtes. Je tiefer der Leser an Hand des trotz seiner Tiefgründigkeit leicht faßlich geschriebenen Buches in den schwierigen Stoff eindringt, um so mehr wird er die Meinung des Verfassers teilen, daß die persönliche Mitarbeit eines erfahrenen Fachmannes durch kein Buch ersetzt werden kann. Wohl aber kann und soll sich der Erfinder mit Hilfe eines guten Buches die Kenntnisse aneignen, die nötig sind, um sich ein Urteil darüber bilden zu können, was durch die Patentbeschreibung und die Ansprüche eigentlich geschützt wird. Hierzu eignet sich das Teudtsche Buch in vortrefflicher Weise. Aber auch der Nichterfinder, jeder Gewerbetreibende, ja überhaupt jeder in einem technischen Berufe Stehende, kommt heutzutage so oft in den Wirkungsbereich von Patenten, daß er sich wenigstens in großen Umrissen über patentrechtliche Fragen unterrichten müßte. Ihnen allen wird das Teudtsche Buch ein zuverlässiger Ratgeber sein. So kann es denn allen technischen Kreisen aufs beste empfohlen werden. *Fr.*

H. Thirring, Die Idee der Relativitätstheorie. 8⁰. 170 S. mit 7 Abb. Berlin, Julius Springer, 1922. 24 *M*.

Der stürmischen Nachfrage nach möglichst mathematikfreier Aufklärung über die Relativitätstheorie entspricht ein wachsendes Angebot populärer Schriften. Es ist erfreulich, daß die theoretischen Physiker selbst sich an der Aufklärungsarbeit in vorderster Linie beteiligen und damit die Wirkung der Traktätchen unberufener Schreiber paralysieren. Neben den rühmlichst bekannten elementar gehaltenen Schriften von Born, Einstein, Freundlich, Schlick und anderen tritt nun das vorliegende Büchlein des theoretischen Physikers Professor Thirring. Hier ist es unternommen und gelungen, die Grundgedanken der Relativitätstheorie unter völligem Verzicht auf Mathematik vorzutragen. Thirrings Schrift ist die populärste von den mir bekannten ernst zu nehmenden Darstellungen der Relativitätstheorie.

Der Verfasser hat erkannt, daß um völlige Gemeinverständlichkeit der speziellen Relativitätstheorie (I. Teil) zu erreichen, zunächst eine ganz einfache Erklärung der physikalischen Vorgänge bei der Lichtfortpflanzung erforderlich ist (Kapitel V); er braucht dazu, weil er alle Mathematik vermeidet, viel Worte; aber jedem Laien muß dabei der Begriff des Äthers klar werden. Dem Leser enthüllt sich dann die Transzendentalität des Begriffes der Gleichzeitigkeit von Ereignissen an verschiedenen Orten (Kapitel VI). An Stelle dieses transzendentalen Begriffes (an den sich der sogenannte gesunde Menschenverstand klammert, wie an manch anderen scheinbar empirischen, in Wirklichkeit alle Erfahrung übersteigenden Begriff), tritt die durch die Prinzipien der Relativität und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit bedingte Einsteinsche Definition der Gleichzeitigkeit. Das Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit „gibt uns nicht bloß eine Eigenschaft des Lichtes an, sondern es definiert prinzipiell den Zusammenhang zwischen Raum und Zeit!" Ganz vorzüglich ist dann weiter „die spezielle Relativitätstheorie als Inbegriff der Folgerungen aus den beiden Grundprinzipien" (Kapitel VII) entwickelt und die „Minkowski-Welt" (Kapitel IX) geschildert. Die zahlenmäßigen Betrachtungen (Kapitel X) würde ich großenteils gerne vermissen. Es kommt für das Verständnis nicht viel dabei heraus, wenn man sich als einen mit nahezu Lichtgeschwindigkeit dahinfahrenden Reisenden vorstellt. Die Darlegung der Fälle, bei denen eine experimentelle Bestätigung (Kapitel XI) möglich ist, hätte wohl genügt.

Auch bei der Behandlung der allgemeinen Relativitätstheorie (II. Teil) hat der Verfasser nicht versagt. Es ist vielmehr ganz erstaunlich, wie er uns, ausgehend von der Äquivalenzhypothese (Kapitel XIII), alles Wesentliche bis in die Einzelheiten ohne Mathematik nahezubringen versteht. Wie anschaulich, wenn gezeigt wird, daß der Lichtstrahl „kurz gesagt, im Gravitationsfelde fällt"! Aber da die Bewegungsgesetze sehr schnell bewegter Körper von denen der Newtonschen Theorie abweichen, so hat dies in unserem Fall „zur Folge, daß die Lichtstrahlen in einem Gravitationsfelde eine doppelt so große Ablenkung nach der Einsteinschen Theorie erleiden, als sie nach der Newtonschen Theorie erleiden würden, — wenn man da gleichfalls die Annahme macht, daß die Lichtstrahlen wie materielle Körper fallen". Nach der Maxwellschen Lichttheorie wäre daher keine Ablenkung von Lichtstrahlen im Gravitationsfeld der Sonne zu erwarten, nach der Newtonschen Gravitationstheorie (unter der Annahme des „Fallens der Lichtstrahlen" eine Ablenkung von 0,85 Bogensekunden am Sonnenrand, nach der Einsteinschen Gravitationstheorie dagegen eine Ablenkung von 1,7 Bogensekunden. Dies nur als Beispiel, wie der Verfasser eine Einzelheit der Theorie klarzulegen versteht. Auch die Hypothese der Endlichkeit der Welt (Kapitel XIX) wird sehr schön diskutiert. *Max Jakob.*

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT FÜR INSTRUMENTENKUNDE.

Organ für Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **E. v. Hammer** in Stuttgart, **K. Haußmann** in Berlin, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Berlin, **H. Krüss** in Hamburg, **H. Ludendorff** in Potsdam, **O. Lummer** in Breslau, **H. Maurer** in Berlin, **C. Pulfrich** in Jena, **C. Reichert** in Wien, **M. v. Rohr** in Jena, **H. Rubens** in Berlin, **W. Sartorius** in Göttingen, **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **A. Westphal** in Berlin, **E. Wiechert** in Göttingen.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

6. Heft: Juni.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 180,— für den Jahrgang, M. 45,— für das Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 4,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal. Aufnahme
	10	20	30 % Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. F. **Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **Juni 1922.** Sechstes Heft.

Die perspektiven und optischen Verhältnisse bei der Entzerrung von Fliegerbildern.

Von
Dr. **Otto v. Gruber** in München.

Die sogenannte „Entzerrung" von Fliegerbildern fand während des Krieges ausgedehnte Verwendung zur raschen Ergänzung von Karten. Auch nach Kriegsende findet sie noch vielfach Anwendung. Mit ihrer Hilfe werden Flugaufnahmen für die verschiedensten technischen Zwecke zu photographischen Geländeskizzen mit größerer oder kleinerer Maßstabstreue zusammengestellt. Vor allem sind es die Baufortschritte im Ausbau der heimischen Wasserkräfte, die auf diesem Wege registriert werden, dann die Veränderungen im Lauf noch nicht regulierter Flüsse, ferner Aufnahmen von Industriegelände, dessen Anlagen noch nicht katastermäßig vermessen sind oder überhaupt nicht vermessen werden, und ähnliches.

Bei der „Entzerrung" handelt es sich um zwei Aufgaben:

a) ein schräg aufgenommenes Bild, das als perspektiv „verzerrt" bezeichnet wird, so umzugestalten, daß es die gleichen geometrischen Verhältnisse zeigt, wie ein senkrecht nach unten aufgenommenes Bild, also bei ebenem Gelände einen kartenähnlichen Eindruck der Landschaft wiedergibt,

b) dieses „entzerrte" Bild auf einen bestimmten Maßstab zu bringen, einen durchschnittlichen Kartenmaßstab oder eine andere verlangte Größe.

Zur Lösung dieser Aufgaben wurden schon vor dem Kriege verschiedene Hilfsmittel erdacht. Während des Krieges wurde ihre Zahl vermehrt, leider oft ohne die schon vorhandenen vollkommeneren Lösungen zu berücksichtigen. Neuerdings wird von der Firma Carl Zeiss-Jena eine Umbildekammer hergestellt, die bei einfacher Konstruktion den Anforderungen genügt, die bei „Entzerrung" von Flugaufnahmen für technische Zwecke gestellt werden müssen.

Im folgenden sollen die perspektiven und optischen Beziehungen zwischen Fliegerbild und seiner Entzerrung — Karte genannt — entwickelt und in ihrer Anwendung auf die verschiedenen Entzerrungsgeräte gezeigt werden. Letztere werden in zwei Gruppen unterschieden:

a) Entzerrungsgeräte zur Umformung des Bildes auf eine bestimmte vorgegebene Größe: Dazu gehören:

1. „Universaltransformator" von Scheimpflug,
2. „Photokartograph" von Prof. S. Finsterwalder,
3. „Umbildekammer" von Zeiss.

b) Entzerrungsgeräte zur Umformung des Bildes ohne es zugleich auf eine bestimmte Größe zu bringen. Dazu gehören:
1. „Grundrißbildner" von Ernemann,
2. Ica-Entzerrungsgerät,
3. „Entzerrungsgerät" Jaeger-Liesegang.

I. Optische und geometrische Beziehungen.

Im Augenblick der Aufnahme liegen das aufgenommene Gelände und das Bild zueinander perspektiv, d. h. jeder Gegenstand und sein Bild liegen auf je einer Geraden, die durch die Linse der Kammer als Projektionszentrum geht. Außerdem findet durch die Linse eine scharfe Abbildung des Geländes auf die Bildebene statt.

Wenn also umgekehrt das Fliegerbild auf die Kartenebene[1]) projiziert werden soll, so genügt es nicht Bild und Karte in perspektive Lage zu bringen, sondern für die projizierende Linse muß auch die Linsengleichung erfüllt sein — die Abbildung muß „scharf" sein —.

a) Perspektive Beziehung zwischen zwei Ebenen.

In Fig. 1 ist die Ebene A der Ebene B durch ein Projektionszentrum O perspektiv zugeordnet. Es entspricht also jedem Punkt P_A in der A-Ebene ein Punkt P_B in der B-Ebene. Normal zur Schnittlinie SS der beiden Ebenen ist ein Normalschnitt N durch das Zentrum O gelegt. Die Ebenen seien auf Koordinaten bezogen und zwar möge die gemeinsame Schnittlinie SS in jeder Ebene x-Achse, die Schnittlinie mit dem Normalschnitt y-Achse sein. Die beiden Ebenen schließen den Neigungswinkel ν ein.

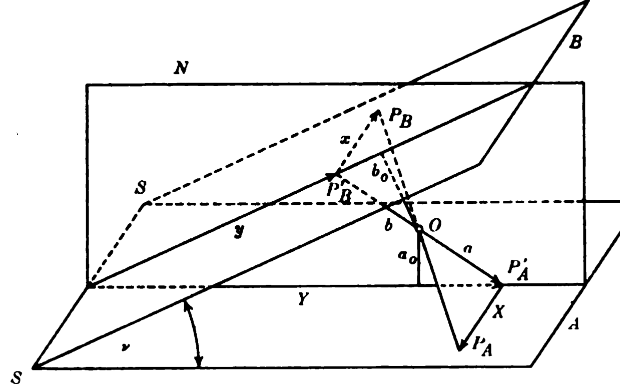


Fig. 1. N Normalschnitt.

Die beiden einander perspektiv zugeordneten Punkte P_A und P_B werden auf die Ebene des Normalschnittes senkrecht projiziert. Die zugehörigen Projektionen sind P'_A und P'_B, die ihrerseits vom Projektionszentrum O die Abstände a und b haben, während die Lotlängen von den Punkten auf den Normalschnitt X bzw. x sind.

O hat von der A-Ebene den Abstand a_0, von der B-Ebene den Abstand b_0.

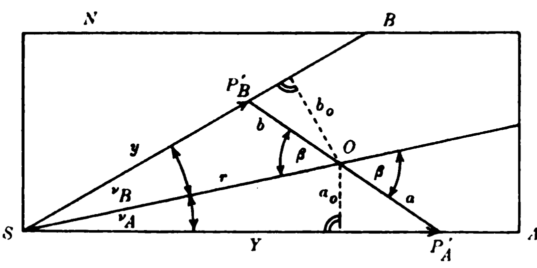


Fig. 2. N Normalschnitt.

Aus Fig. 1 folgt:

$$\frac{X}{x} = \frac{a}{b}. \qquad 1)$$

In Fig. 2 ist der Normalschnitt

[1]) Hierbei wird das aufgenommene Gelände als so eben vorausgesetzt, daß die Karte es ersetzen kann abgesehen vom Maßstab.

allein dargestellt. Außer den in Fig. 1 gegebenen Größen ist noch O mit S verbunden. Diese Strecke hat die Länge r. Durch sie wird der Winkel ν in die beiden Teile ν_A und ν_B zerlegt. OS schließt mit $P_A' P_B'$ den Winkel β ein.

Aus Fig. 2 folgt:

$$a = \frac{Y}{\sin\beta} \sin\nu_A, \qquad b = \frac{y}{\sin\beta} \sin\nu_B,$$

also:

$$\frac{a}{b} = \frac{Y \sin\nu_A}{y \sin\nu_B}. \tag{2}$$

Aus 1) und 2) folgt das die perspektive Beziehung der beiden Ebenen darstellende Doppelverhältnis:

$$\frac{\frac{X}{Y}}{\frac{x}{y}} = \frac{\frac{X}{x}}{\frac{Y}{y}} = \frac{\sin\nu_A}{\sin\nu_B} = \frac{a_0}{b_0} = n. \tag{I}$$

Außerdem definieren wir für spätere Verwendung $n' = \frac{\cos\nu_A}{\cos\nu_B}$.

Formel I) stellt die Bedingung dafür dar, daß die beiden Ebenen perspektiv aufeinander bezogen sind.

Folgerungen:

A. Sind zwei Ebenen so aufeinander perspektiv bezogen, daß wir zusammengehörige Koordinatenpaare $XY\ xy$ kennen, so lassen sie sich stets wieder in perspektive Lage bringen, wenn wir nur ν_A und ν_B so wählen, daß Formel I) erfüllt ist. Diese Bedingung gestattet uns aber entweder über einen der beiden Winkel oder über ihre Summe beliebig zu verfügen. Es gibt mithin einfach unendlich viele perspektive Lagen derselben beiden Ebenen zueinander.

B. Formel I) ist aber auch erfüllt, wenn X und Y mit einer beliebig gewählten Zahl vervielfacht wird. Eine solche Vervielfachung bedeutet eine zur ursprünglichen Ebene ähnliche Ebene. Der Umstand, daß I) auch dann erfüllt ist, heißt: Jede einer der beiden Ebenen ähnliche Ebene läßt sich zu der andern in perspektive Lage bringen. Gleichzeitig bleibt jedoch die Möglichkeit über den von beiden Ebenen eingeschlossenen Winkel beliebig zu verfügen. Es gibt mithin zweifach unendlich viele Möglichkeiten ein Bild mit einer der ursprünglichen Figur ähnlichen Figur in perspektive Lage zu bringen.

Für die Entzerrung von Fliegerbildern bedeutet dies:

A. Jedes Fliegerbild läßt sich auf einfach-unendlich viele Weisen auf eine bestimmte Größe entzerren.

B. Jedes Fliegerbild läßt sich auf zweifach-unendlich viele Weisen in „wildem" Maßstab entzerren.

b) Optische Beziehungen zwischen zwei durch eine Linse scharf aufeinander abgebildeten Ebenen.

Aus den von Czapski veröffentlichten Beziehungen, die zwischen zugeordneten Punkten bestehen, wenn ein Raum auf einen anderen durch eine Projektionslinse abgebildet wird, folgt der Satz:

Schneiden sich zwei Ebenen in der optischen Hauptebene[1]) einer

[1]) Hierbei wird einfachheitshalber die Projektionslinse als unendlich dünn angenommen, so daß von nur einer Hauptebene und einem Hauptpunkt gesprochen werden kann.

Projektionslinse, und ist für zwei Punkte der beiden Ebenen die Linsengleichung erfüllt, so gilt dies auch für alle übrigen Punkte.

Von der Richtigkeit des obigen Satzes, der vielfach als „Scheimpflugsches Prinzip" bezeichnet wird, kann man sich leicht überzeugen: Fig. 3 gibt einen Normalschnitt zur Hauptebene einer Linse (H), der gleichzeitig normal steht zur Schnittlinie S der beiden Ebenen, also auch Normalschnitt ist im Sinn der bisherigen Ausführungen.

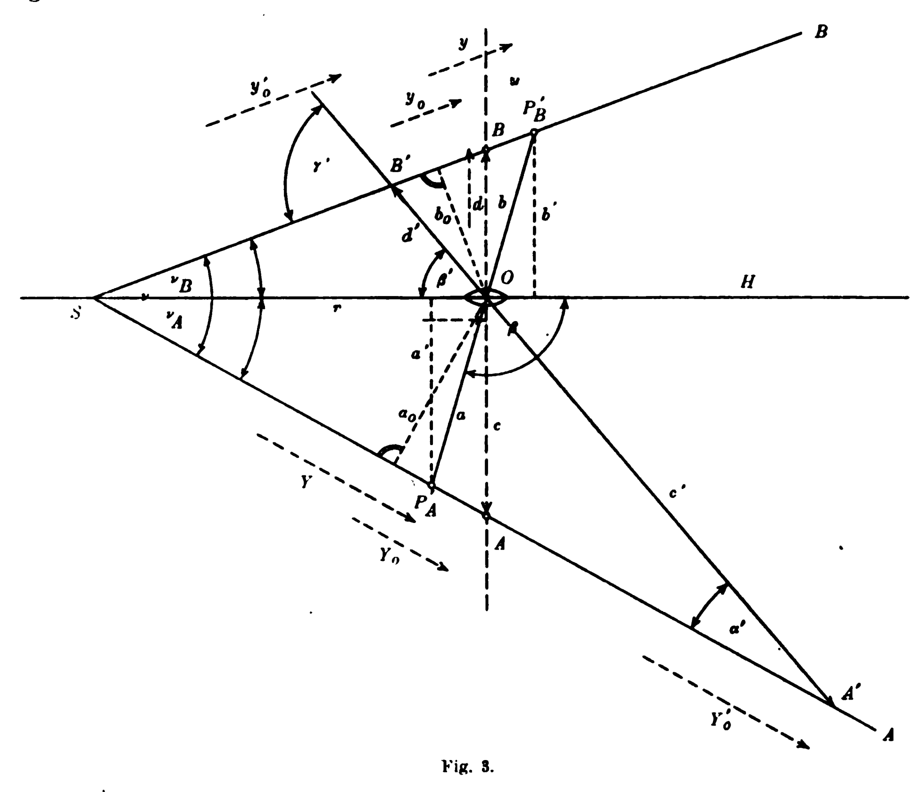


Fig. 3.

Da die beiden Ebenen auch perspektiv liegen, stimmen die Bezeichnungen von Fig. 2 und 3 überein. Hinzukommt die optische Achse der Projektionslinse, die die beiden Ebenen in den Punkten A und B durchstößt, wobei auf der optischen Achse die Strecken c und d abgeschnitten werden. a' und b' sind die Abstände zweier zusammengehöriger Punkte P_A und P_B von der Hauptebene. f sei die Brennweite der Projektionslinse. Werden P_A und P_B scharf aufeinander abgebildet, so gilt die Linsengleichung:

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f} \qquad 3)$$

Unabhängig davon, ob 3) erfüllt ist oder nicht, gilt nach Fig. 3:

$$\left.\begin{aligned} a' &= Y \sin \nu_A = a \sin \beta = \frac{r \sin \nu_A \sin \beta}{\sin(\beta - \nu_A)} = \frac{r}{\operatorname{ctg} \nu_A - \operatorname{ctg} \beta} \\ b' &= y \sin \nu_B = b \sin \beta = \frac{r \sin \nu_B \sin \beta}{\sin(\beta + \nu_B)} = \frac{r}{\operatorname{ctg} \nu_B + \operatorname{ctg} \beta} \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

Aus 4) folgt:

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{\operatorname{ctg} \nu_A + \operatorname{ctg} \nu_B}{r} = \frac{\sin \nu}{r \sin \nu_A \sin \nu_B}. \qquad 5)$$

Für eine bestimmte perspektive Lage ist demnach die rechte Seite von 5) eine Konstante. In dieser Lage ist scharfe Abbildung nur möglich, wenn gleichzeitig 3) erfüllt ist. Es muß also sein:

$$\frac{1}{f} = \frac{\sin \nu}{r \sin \nu_A \sin \nu_B} = \frac{\sin \nu}{a_0 \sin \nu_B} = \frac{\sin \nu}{b_0 \sin \nu_A}. \qquad \text{II)}$$

Formel II) stellt die Bedingung dafür dar, daß zwei Ebenen, deren Schnittlinie in die Hauptebene einer Projektionslinse fällt, durch die Linse scharf aufeinander abgebildet werden.

Setzt man 4) in 3) ein, so folgt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{Y \sin \nu_A} + \frac{1}{y \sin \nu_B}. \qquad 6)$$

Durch Umformen in Verbindung mit I) erhält man aus 6):

$$\sin \nu_A = f\left(\frac{1}{Y} + \frac{n}{y}\right) \qquad \text{und} \qquad \sin \nu_B = f\left(\frac{1}{nY} + \frac{1}{y}\right). \qquad 7)$$

In den Gleichungen 7) sind die rechten Seiten außer von der Brennweite der Projektionslinse nur abhängig von den Elementen einer ersten perspektiven Beziehung der beiden Ebenen. Diese seien: a_0' der Abstand des ursprünglichen Perspektivitätszentrums von der A-Ebene, b_0' der entsprechende Abstand von der B-Ebene, ν' der ursprüngliche Neigungswinkel zwischen der A- und B-Ebene.

Ersetzt man in 7) die Werte y und Y aus 4) bei gleichzeitigem Einsetzen der Elemente der ursprünglichen Lage, so erhält man nach Umformung:

$$\sin \nu_A = \frac{f}{b_0'} \sin \nu', \qquad \sin \nu_B = \frac{f}{a_0'} \sin \nu'. \qquad \text{III)}$$

Formel III) zeigt, daß wenn außer der perspektiven Lage zweier bestimmter Ebenen diese Ebenen noch durch eine Linse von gegebener Brennweite f scharf aufeinander abgebildet werden sollen, nicht mehr einfach-unendlich viele gegenseitige Lagen der beiden Ebenen möglich sind, sondern stets nur eine einzige.

Soll dagegen nur eine Ebene auf eine der anderen ähnliche Ebene abgebildet werden, so bedeutet das, daß in 7) entweder die Y- oder die y-Werte noch mit einem beliebigen Faktor multipliziert werden dürfen. In diesem Fall gibt es also noch einfach-unendlich viele Möglichkeiten für die Wahl zusammengehöriger Winkelpaare $\nu_A \nu_B$.

c) Fliegerbild und Karte.

Im Augenblick der Aufnahme des Bildes ist dieses zum Gelände perspektiv und gleichzeitig die Linsengleichung erfüllt, da die Entfernung Objektiv-Gelände im Verhältnis zur Brennweite „unendlich“ groß ist. Anders liegen die Verhältnisse, wenn wir das Gelände durch die Karte im Maßstab M ersetzen. Bringen wir diese gegenüber dem Bild in die gleiche Lage wie sie das Gelände bei der Aufnahme hatte, jedoch mit der Einschränkung, daß statt der Flughöhe h die auf Kartenmaßstab reduzierte Flughöhe $M \cdot h$ gesetzt wird, so ist zwar wieder perspektive Lage gegeben, aber das Aufnahmeobjektiv wird keine scharfe Abbildung erzeugen können. Würden wir dieses Objektiv durch irgendein anderes von anderer Brennweite ersetzen wollen, so wäre bei gleichgerichteter optischer Achse doch niemals eine scharfe Abbildung möglich. Diese wird erst dadurch erreicht, daß man bei gegebener Brennweite f der projizierenden Linse die Richtung der optischen Achse so ändert, daß

die Hauptebene durch die Schnittlinie der gegebenen Ebenen geht und gleichzeitig deren gegenseitige Neigungen passend verändert werden.

Fig. 4 gibt eine der Aufnahme ähnliche Lage zwischen Bild und Karte. Hierin sind ν' der ursprüngliche Neigungswinkel der beiden Ebenen, A' und B' die Durchstoßungspunkte der ursprünglichen optischen Achse durch die Ebenen, Y_0' und y_0' deren Abstände von der Schnittlinie SS, a_0' der Abstand des Objektivs vom Gelände im Kartenmaßstab, also $a_0' = M \cdot h$, $b_0' = F$ (Brennweite des aufnehmenden Objektives. Mit diesen Bezeichnungen gibt I):

$$n = \frac{M \cdot h}{F}. \tag{I'}$$

Aus III) folgt:

$$\sin \nu_A = \frac{f \sin \nu'}{F}; \qquad \sin \nu_B = \frac{f \sin \nu'}{M \cdot h}. \tag{III'}$$

II) gibt:

$$r = \frac{F \cdot M \cdot h \sin(\nu_A + \nu_B)}{f \sin^2 \nu'} = f \frac{\sin(\nu_A' + \nu_B)}{\sin \nu_A \sin \nu_B}. \tag{II'}$$

Aus Fig. 4 folgt weiter:

$$y_0' = \left(\frac{M \cdot h}{\cos \nu'} + F\right) \operatorname{ctg} \nu'; \qquad Y_0' = \left(\frac{M \cdot h}{\cos \nu'} + F\right) \frac{1}{\sin \nu'} \tag{IV}$$

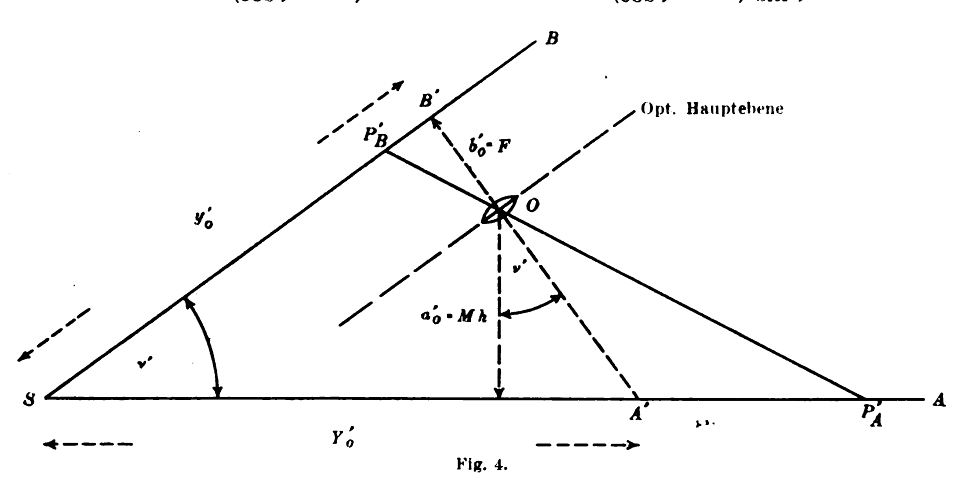


Fig. 4.

Die Formeln I', II', III', IV bestimmen eindeutig die gegenseitige Lage von Bild- und Kartenebene, wenn gegeben sind: die Brennweite des Aufnahmeapparates F, die Flughöhe h, der Neigungswinkel des Bildes gegen die Horizontalebene bei der Aufnahme ν', die Richtung einer Parallelen zur horizontalen Schnittlinie SS, das Verhältnis M des Kartenmaßstabes, die Brennweite f der projizierenden Linse.

Aus diesen Formeln lassen sich weitere Beziehungen zwischen den übrigen Größen der Fig. 3 ableiten.

II. Optische Entzerrung der Fliegerbilder.

a) Entzerrungsgeräte zur Umformung des Bildes auf bestimmte Größe.

1. Universaltransformator von Scheimpflug.

Der Universaltransformator löst die spezielle Aufgabe, das Bild so zu entzerren, als ob die Aufnahme mit einem Apparat gleicher Brennweite in bestimmter Richtung z. B. senkrecht nach unten gemacht worden wäre.

In diesem Fall ist:

$$M \cdot h = F.$$

Damit wird I′) zu:

$$n = 1,$$

III′) zu:

$$\sin \nu_A = \sin \nu_B = \frac{f \sin \nu'}{F}.$$

II′) zu:

$$r = 2 f \operatorname{ctg} \nu_A,$$

IV′) zu:

$$y_0' = F \operatorname{ctg} \tfrac{1}{2} \nu',$$

$$Y_0' = \frac{1}{\cos \nu'} F \operatorname{ctg} \frac{1}{2} \nu'.$$

Damit wird ferner:

$$c = d = 2 f$$

$$u = y_0 - y_0' = F \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} \nu'; \qquad v = Y_0' - Y_0 = \frac{1}{\cos \nu'} F \operatorname{tg} \frac{1}{2} \nu'.$$

Außerdem nach Fig. 5:

$$t = 2 f \cdot \operatorname{tg} \nu_A.$$

Fig. 5 zeigt den „Universaltransformator" im Grundriß.

Bild- und Entzerrungs- (Karten-) ebene sind um zwei zueinander und zur optischen Hauptebene der Projektionslinse parallele Achsen drehbar. Diese Achsen schneiden die optische Achse der Projektionslinse in den Abständen $2f$ von der optischen Hauptebene. Durch einen Hebelmechanismus werden beide Ebenen gleichmäßig um die Winkel ν_A gedreht. Dabei schneiden die Lote zu den Ebenen auf der Hauptebene von der optischen Achse aus die Strecke t ab. Das Bild ist in der Bildebene normal zu deren Drehungsachse verschiebbar und wird so eingestellt, daß der Bildmittelpunkt (Hauptpunkt der Aufnahme) von der Achse der Projektionslinse den Abstand u hat. Außerdem ist zur Ausschaltung einer Verkantung das Bild um seinen Hauptpunkt in der Bildebene drehbar. Die photographische Platte, auf welche die Entzerrung erfolgen soll, wird in der Entzerrungsebene so verschoben, daß ihr Mittelpunkt von der Drehungsachse der Entzerrungsebene den Abstand v hat.

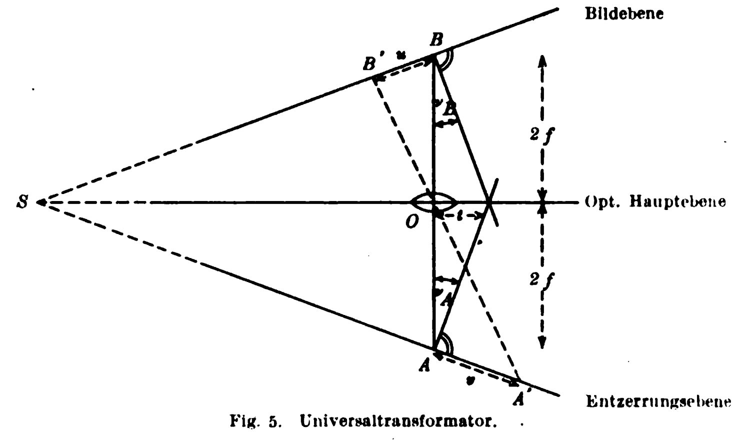


Fig. 5. Universaltransformator.

Es sind also am „Universaltransformator" die Größen t, u, v einzustellen. Das Ergebnis ist ein Bild, wie es eine gleichbrennweitige Kammer bei anders orientierter optischer Achse liefern würde, kann jedoch nicht gleichzeitig vergrößert oder verkleinert werden, so daß es etwa einen gegebenen Kartenmaßstab erhielte.

Letztere Aufgabe wurde zum erstenmal durch S. Finsterwalder gelöst.

2. Photokartograph von S. Finsterwalder.

Bild- und Kartenebene sind beim Photokartograph ähnlich wie beim Universaltransformator um je eine zur Linie SS parallele Achse drehbar, doch schneiden diese Achsen nicht wie beim Universaltransformator die optische Achse, und liegen nicht fest, sondern sind auf je einer zur Linie SS normalen, parallel zur Hauptebene gelegenen Führung verschiebbar. Die so geführten Drehachsen haben von der Hauptebene je den Abstand $2f$. Sie sind durch ein Scherensystem außerdem so miteinander verbunden, daß ihre Verbindungsebene stets durch den Hauptpunkt der Projektionslinse geht. Mittelst einer Schieberführung kann SS in der Hauptebene bewegt werden. Diese Anordnung bewirkt: Die Drehachsen der Bild- und Kartenebenen bilden sich stets in gleichem Maßstab aufeinander ab, außerdem aber bilden sich beide Ebenen scharf aufeinander ab. Das Bild selbst ist in derselben Weise wie beim Universaltransformator in seiner Ebene verschiebbar und drehbar, ebenso der Kartenträger. Die Beleuchtung erfolgt durch Kondensor und Lichtquelle auf drehbarem Arm.

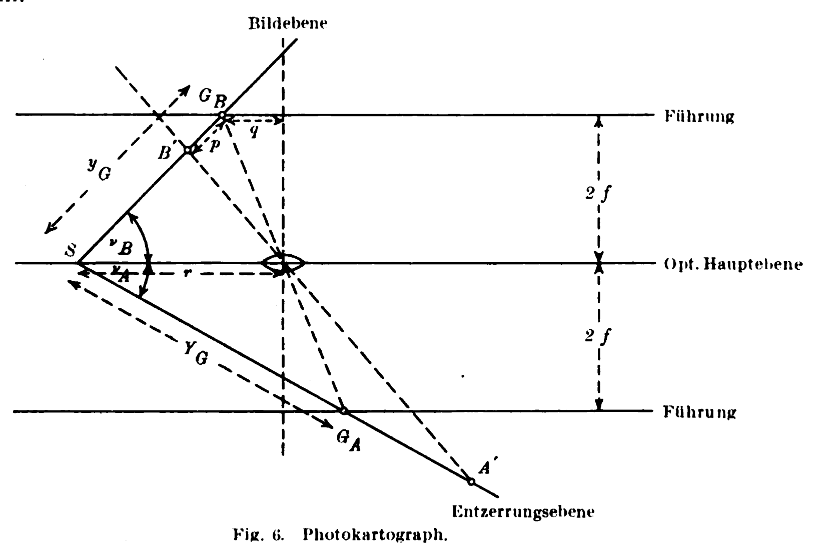


Fig. 6. Photokartograph.

In Fig. 6 ist das Schema des Photokartographen gegeben. Hierin gilt für die durch G_A und G_B gehenden Drehungsachsen von Karten- und Bildebene:

$$y_G = \frac{2f}{\sin \nu_B} = \frac{2M \cdot h}{\sin \nu'}; \qquad Y_G = \frac{2f}{\sin \nu_A} = \frac{2F}{\sin \nu'}.$$

Außerdem ist:

$$p = y_G - y_0' = \left(\frac{M \cdot h}{\cos \nu'} - F\right) \operatorname{ctg} \nu',$$

$$q = r - y_G \cos \nu_B = f \frac{\sin(\nu_B - \nu_A)}{\sin \nu_A \sin \nu_B}.$$

Ist die Orientierung der Aufnahmen bekannt, so wird ν_A und ν_B nach III'), r nach II') und im übrigen p und q berechnet. Am Apparat werden p, q, r eingestellt. Der Photokartograph gestattet aber auch verhältnismäßig rasch bei ebenem Gelände und wenn 4 Punkte gegeben sind, Bild und Karte durch Probieren zur Deckung zu bringen. Dann werden y_G und Y_G abgelesen und daraus ν' und h berechnet.

Ist das abgebildete Gelände nicht eben, so kann der Photokartograph zur Bestimmung der Orientierung der Aufnahmen nach 3 Punkten verwendet werden, wenn er eine Zusatzeinrichtung erhält, die einen von den 4 Freiheitsgraden nimmt. Eine solche Einrichtung ist beschrieben in: S. Finsterwalder, Eine neue Lösung der Grundaufgabe der Luftphotogrammetrie, *Sitzungsber. d. Bayer. Akad. d. Wissensch. Math.-physik. Kl. 1915.*

Die Konstruktion des Photokartograph bedingt, daß er nur zur Entzerrung von Aufnahmen verwendet werden kann, bei welchen ν' von Null wesentlich verschieden ist. Eine Entzerrung von genäherten Senkrechtaufnahmen mit dem Photokartograph ist nicht möglich außer durch eine völlige Neukonstruktion, bei der im Gegensatz zur vorliegenden Konstruktion einmal die Schnittlinie SS der 3 Ebenen auch im Unendlichen liegen darf und außerdem die Drehungsachsen der Bild- und Kartenebene von der Hauptebene des projizierenden Objektives variablen Abstand haben müssen.

Aus diesem Bedürfnis heraus wurde vom Verfasser bereits 1914 die Konstruktion einer optischen Bank angegeben, wie sie durch die „Umbildekammer" der Fa. Carl Zeiss nunmehr verwirklicht wird.

3. Umbildekammer (U.B.K.) der Firma Carl Zeiss.

Das Schema der U.B.K. wird durch Fig. 7 dargestellt.

Auf einer horizontalen optischen Bank sind hintereinander und gegeneinander verschiebbar angeordnet: 3 Stative, welche untereinander parallele vertikale Achsen tragen, und die Beleuchtungsvorrichtung L.

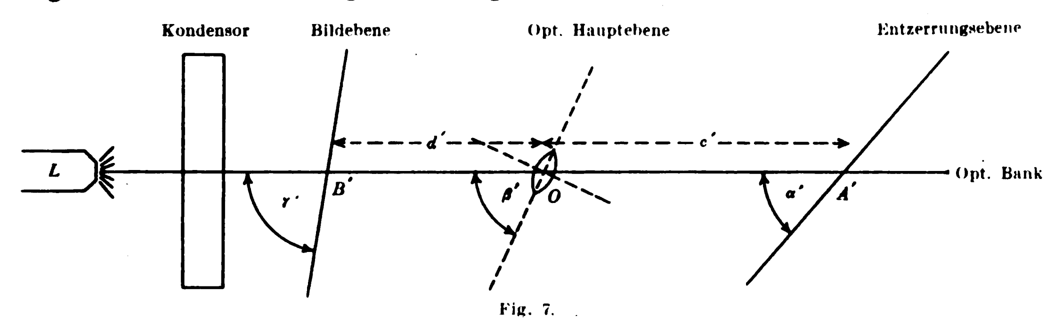


Fig. 7.

Auf den Stativen und um die Achsen drehbar sind angebracht: die Kartenebene, das projizierende Objektiv, der Bildträger. Das Bild selbst ist auf dem Bildträger in seiner eigenen Ebene drehbar angeordnet. Dabei liegt der Drehungspunkt des Bildes in gleicher Höhe mit dem Hauptpunkt der Projektionslinse. Das Stativ mit der Projektionslinse ist auf der optischen Bank dauernd befestigt, die Abstände der Achsen der Karten- und Bildebenen von der Achse der Linse werden an Maßstäben eingestellt. Die Drehungen der Karten-, Haupt- und Bildebene um die Vertikalachsen werden mit Teilkreisen bestimmt, ebenso die Drehung des Bildes in seiner Ebene.

Durch diese Anordnung wird erreicht, daß der Lichtstrahl, der den Hauptpunkt B' der ursprünglichen Aufnahme auf die Kartenebene nach A' projiziert, in der Richtung der optischen Bank verläuft. Die Abstände der 3 Vertikalachsen auf der optischen Bank sind demnach entsprechend Fig. 3 c' und d' die einzustellenden Drehungswinkel der Ebenen α', β', γ'.

Aus Fig. 3 folgt:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{Y_0' \sin \nu_A + y_0' \sin \nu_B}{Y_0' \cos \nu_A - y_0' \cos \nu_B}\,,$$

also:

$$\operatorname{tg} \beta' = \frac{1 + \frac{\cos \nu'}{n}}{1 - \frac{\cos \nu'}{n}} \operatorname{tg} \nu_A\,.$$

Ferner:

$$c' = \frac{Y_0'}{\sin \beta'} \sin \nu_A = d' \cdot \frac{n}{\cos \nu'}\,,$$

$$d' = \frac{y_0'}{\sin \beta'} \sin \nu_B = \left(1 + \frac{\cos \nu'}{n}\right) \frac{f}{\sin \beta'}$$

$$\alpha' = \beta' - \nu_A\,; \qquad \gamma' = \beta' + \nu_B\,.$$

Für den Gebrauch der U.B.K. werden die Einstellzahlen c', d', α', β', γ', für verschiedene Neigungswinkel ν' und verschiedene Werte von $M \cdot h$ bei gegebenen F und f vorausberechnet und graphisch dargestellt, so daß man in der Lage ist, beliebige zusammengehörige Einstellzahlen rasch der Zusammenstellung zu entnehmen. Sind Verkantung, Neigung und Flughöhe bekannt, so werden die zugehörigen Werte der Zusammenstellung entnommen und der Apparat entsprechend eingestellt. Bei richtiger Einstellung der Verkantung muß dann eine Parallele zu SS in die vertikale Drehachse des Bildes fallen. Sind dagegen die Elemente der äußeren Orientierung nicht bekannt, so ist auch mit der U.B.K. ein Einpaßverfahren möglich. Zu diesem Zweck werden Näherungswerte der Orientierung geschätzt, z. B. die Lage des Nadierpunktes im Bild nach dem schätzungsweisen Fluchtpunkt vertikaler Gerader, und damit zugleich Neigung und Verkantung. Ein ungefährer Maßstabsvergleich zwischen Bild und Karte oder die barometrische Flughöhe geben eine erste Näherung für die Höhe. Mit diesen Näherungswerten werden die Einstellungen gemacht. Es wird dann ein Punkt des Bildes mit einem gegebenen Kartenpunkt scharf zur Deckung gebracht, die Karte so um diesen Punkt gedreht, daß ein zweiter Bildpunkt in der Karte auf die Verbindungslinie des zugehörigen zweiten Kartenpunktes mit dem vorhergehenden fällt, und nun die Lage des zweiten Bildpunktes sowie die eines weiteren dritten entzerrten Bildpunktes auf der Karte markiert. In Fig. 8 sind 1. 2, 3 die gegebenen Kartenpunkte. 1_0, 2_0, 3_0 die entzerrten Bildpunkte. Ändert man nun die Einstellung für eine andere Flughöhe z. B. für ein $dh = 100$ m, so werden die Bildpunkte auf die Stellen 1′, 2′, 3′ fallen, ändert man dagegen die Neigung um den Winkel $d\nu = 5^0$, so fallen die Bildpunkte etwa auf die Stellen 1″, 2″ 3″. Bei einer Änderung der Kantung dagegen um den Winkel $d\varkappa$ z. B. $d\varkappa = 5^0$

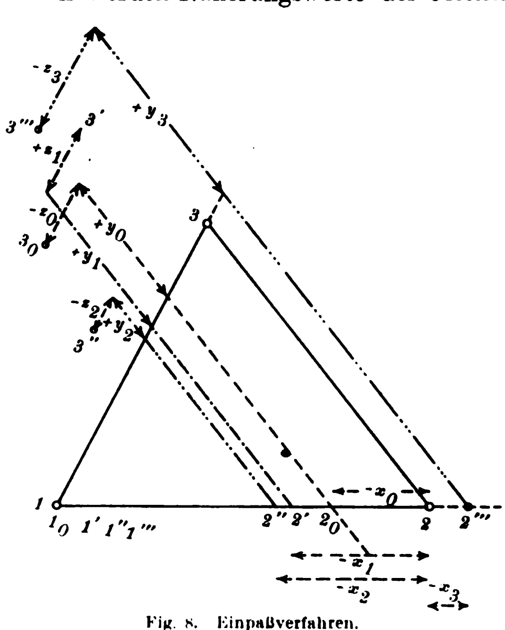


Fig. 8. Einpaßverfahren.

werden die Bildpunkte nach 1‴, 2‴, 3‴ fallen. Aus diesen Lageänderungen lassen sich die Verbesserungen dh, $d\nu$, $d\varkappa$ berechnen, die ein Passen aller drei Punkte bewirken. Gelingt dies nicht auf die erste Verbesserung hin in ausreichender Weise, so muß das Verfahren wiederholt werden. Mit den Bezeichnungen nach Fig. 8 gelten folgende Beziehungen:

$$a_1 dh + b_1 d\nu + c_1 d\varkappa = x_0$$
$$a_2 dh + b_2 d\nu + c_2 d\varkappa = y_0$$
$$a_3 dh + b_3 d\nu + c_3 d\varkappa = z_0 .$$

In diesen drei Gleichungen, die zur Bestimmung von dh, $d\nu$, $d\varkappa$ dienen, ist bei Änderung von h um $+100$ m: $a_1 = (x_1 - x_0)/100$; $a_2 = (y_1 - y_0)/100$; $a_3 = (z_1 - z_0)/100$,
bei Änderung von ν um 5^0: $b_1 = (x_2 - x_0)/5$; $b_2 = (y_2 - y_0)/5$; $b_3 = (z_2 - z_0)/5$.
bei Änderung von $\varkappa$ um 5^0: $c_1 = (x_3 - x_0)/5$; $c_2 = (y_3 - y_0)/5$; $c_3 = (z_3 - z_0)/5$.

Das vorstehende Einpaßverfahren eignet sich nur zur Entzerrung von sogenannten „Schrägaufnahmen". Das für „Senkrechtaufnahmen" angewandte Verfahren kann aus wirtschaftlichen Gründen erst zu einem späteren Zeitpunkt veröffentlicht werden.

Eine zwangsläufige Veränderung aller Einstellungen an der U.B.K. entsprechend der zwangsläufigen Einstellung am Photokartograph ist möglich, jedoch an dem vorliegenden Instrument noch nicht ausgeführt, da die zugehörigen Einrichtungen die Wirtschaftlichkeit in Frage stellen.

Beschränkung der Entzerrungsmöglichkeit auf bestimmten Maßstab.

Bei Entzerrungen auf bestimmten Maßstab fällt die optische Achse der Projektionslinse im allgemeinen nicht mit der Linie zusammen, die den Hauptpunkt des Bildes mit seiner Projektion verbindet (optische Achse der Aufnahme). Diese Linien schließen vielmehr den Winkel $90 - \beta'$ ein. Eine Entzerrung kann mit einer bestimmten Projektionslinse nur solange vorgenommen werden als $90 - \beta'$ kleiner ist als die Hälfte der Differenz des Bildwinkels der Projektionslinse minus Bildwinkel des Aufnahmeapparates.

b) Entzerrungsgeräte, die nur Entzerrungen in wildem Maßstab gestatten.

1. Grundrißbildner von Ernemann.

Der „Grundrißbildner" ist in Fig. 9 im Aufriß skizziert.

Bild- und Entzerrungsebene sind um je eine horizontale Achse P_A und P_B drehbar. Diese Achsen werden durch die Projektionslinse scharf aufeinander abgebildet und haben von deren optischer Hauptebene die verschiedenen Abstände a_p' und b_p'. Die Projektionslinse sowie die Achse der Bildebene können vertikal in bzw. parallel zur Hauptebene verschoben werden. Durch Schrauben mit Zahnradübersetzung wird gewährleistet, daß die Verbindungsebene der Achsen von Bild- und Entzerrungsebene stets durch den Hauptpunkt geht, d. h. es ist

$$q_A : q_B = a_P' : b_P' = N : 1 .$$

Die beiden Ebenen werden um ihre Achsen aus der zur optischen Hauptebene parallelen Richtung um die Winkel ν_A bzw. ν_B gedreht.

Zur Ausschaltung einer Verkantung ist das Bild in seiner Ebene drehbar. Der Abstand des Hauptpunktes der Aufnahme von der Achse der Bildebene ist jedoch im Gegensatz zum Photokartograph konstant $= p_K$. Letzteres ist der Grund, weshalb es nicht möglich ist mit dem Grundrißbildner Entzerrungen auf bestimmten

Maßstab vorzunehmen. Der Maßstab ist vielmehr „wild“ und zwar ergibt die Berechnung für den Maßstab der Entzerrung:

$$M = \frac{N}{h} [F \cos \nu' - p_K \sin \nu'] .$$

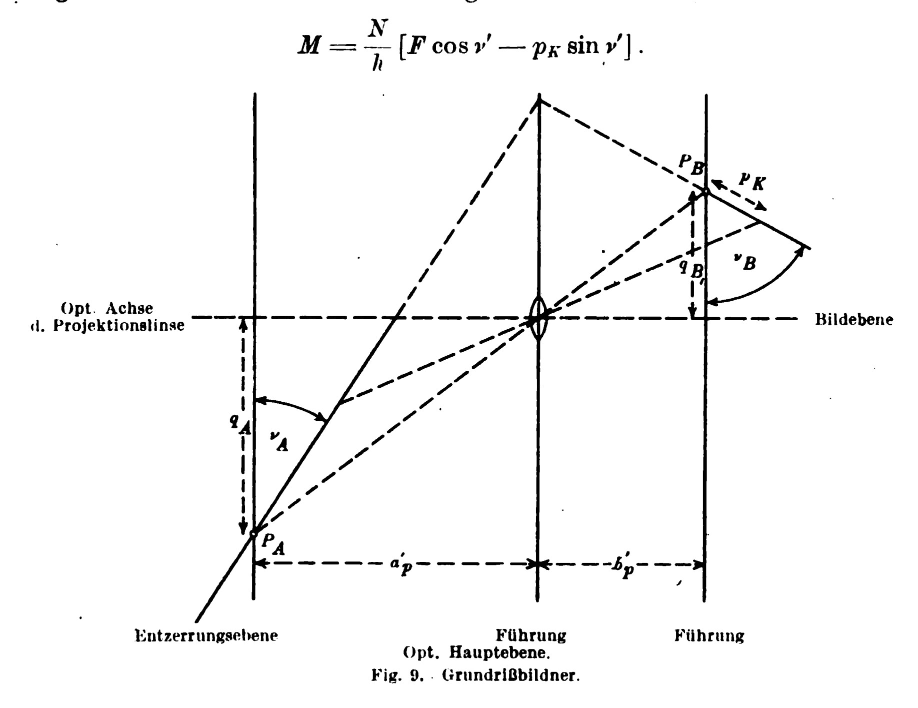


Fig. 9. Grundrißbildner.

2. Ica-Entzerrungsgerät.

Das Icagerät stellt den Sonderfall der U.B.K. dar, daß $\gamma' = 90^0$ vorgeschrieben ist. In diesem Fall ist auch wieder eine scharfe Entzerrung auf bestimmten Maßstab nicht möglich. Die Entzerrung bei voller Bildschärfe ist nur in wildem Maßstab möglich. Dieser ist:

$$M = \frac{F \cdot f}{h (F \cos \nu_A - f \cos \nu')} .$$

Dabei ist:

$$\sin \nu_A = \frac{f}{F} \sin \nu'$$

$$\alpha' = 90 - \nu' ; \qquad \beta' = 90 - \nu' + \nu_A .$$

Folgt man bei der Einstellung der von der Ica-Gesellschaft gegebenen Vorschrift, so erhält man zwar eine perspektiv richtige Entzerrung auf bestimmten Maßstab, doch ist dies nur dadurch möglich, daß gleichzeitig keine scharfe Abbildung erfolgt.

3. Entzerrungsgerät Jäger-Liesegang.

Das Liesegangsche Gerät stellt den Sonderfall der U.B.K. dar, daß $\beta' = 90^0$ vorgeschrieben ist. Auch in diesem Fall ist eine scharfe Abbildung auf bestimmten Maßstab nicht möglich. Der bei einer scharfen Abbildung entstehende wilde Maßstab ist:

$$M = \frac{F \cdot f \cos \nu'}{h \cdot \sqrt{f^2 - F^2}} .$$

Der Maßstab ist also nur dann reell, wenn $f > F$.

Folgt man bei der Einstellung der von der Firma Liesegang gegebenen Vorschrift, so erhält man zwar eine scharfe Abbildung, doch ist der Maßstab nur in einer einzigen Richtung und an einer einzigen Stelle richtig, in allen anderen jedoch falsch, d. h. die Perspektive ist unrichtig.

Zusammenfassung.

Eine perspektiv richtige und scharfe Entzerrung eines gegebenen Bildes auf bestimmten Maßstab ist mittels einer Projektionslinse möglich. Bei einem hierfür geeigneten Apparat müssen sich stets Bild-, Entzerrungs- und optische Hauptebene in einer einzigen Geraden schneiden. Außerdem muß für wenigstens ein Punktpaar gegenseitige scharfe Abbildung gewährleistet sein. Sind irgendwelche Bewegungen des Apparates miteinander zwangläufig verbunden, so müssen für die Einstellung wenigstens 3 Freiheitsgrade vorhanden sein.

Diese Forderungen werden vom „Photokartograph“ von Finsterwalder und der „Umbildekammer“ von Zeiss erfüllt, nicht aber von dem Grundrißbildner“ von Ernemann, der nur wilden Maßstab gibt, auch nicht vom „Ica-Gerät“, das einen richtigen Maßstab nur bei gleichzeitiger Bildunschärfe gibt, und schließlich auch nicht vom Entzerrungsgerät „Jäger-Liesegang“, das zwar scharf abbildet, aber auf Kosten einer richtigen Entzerrung. Der „Universaltransformator“ von Scheimpflug dagegen entzerrt zwar bei gleichzeitig scharfer Abbildung richtig, jedoch nur auf einen einzigen vorgegebenen Maßstab, nämlich auf einen, der einer Aufnahme mit gleicher Brennweite entspricht. Für kartographische Zwecke kommen also praktisch nur der Finsterwaldersche Photokartograph und die Zeissische Umbildekammer in Frage. Dabei hat letztere infolge ihrer Anordnung einen größeren Spielraum in der Verwendungsmöglichkeit.

Die bei Feldmessung angewendete Drehwage von Baron Roland v. Eötvös.

Von

Dr. **D. Pekár**, Ministerialrat in Budapest.

In *dieser Zeitschr.* ***41.*** S. *175. 1921* ist ein interessanter Aufsatz unter dem Titel „Die photographisch registrierende Eötvössche Torsionswage der Firma Karl Bamberg in Berlin-Friedenau“ von W. Schweydar erschienen. Mit Freude stellte ich fest, daß man sich mit diesen Untersuchungen auch in Deutschland eingehend beschäftigt, was ein Beweis dafür ist, daß die Methode und Instrumente des ungarischen Gelehrten Eötvös zu sehr wertvollen Aufgaben geeignet sind und zwar nicht nur in der Geodäsie, Geophysik und in verwandten Gebieten, sondern in der praktischen Geologie und in den Bergschürfungen. In der Tat können wir aus den Schwerkraftsanomalien, die mit den Instrumenten von Eötvös ausführlich und genau bestimmt werden können, auf den Bau der Erdkruste schließen. Die Anhäufungen und Vertiefungen der unterirdischen Schichten können damit festgestellt werden; wir sind im Stande, einzelne tektonische Linien und Verwerfungen nachzuweisen und Massen zu erforschen, die sich durch ihre verschiedene Dichte kundgeben, so z. B. Salz und Erzlagerstätten; wir können ferner auf die wahrscheinliche Gegenwart solcher Stoffe schließen, auf deren Vorhandensein man bloß aus der geologischen Formation folgern kann. Der ungarische Geolog H. v. Böckh hat darauf hingewiesen, wie die Schwerkraftsanomalien vom geologischen Standpunkte zu erklären sind und wie man auf solche Weise z. B. in der ungarischen Tiefebene Synklinalen,

Antiklinalen, Brachyantiklinalen und Gewölbe nachweisen und infolgedessen diese Methode auch zu Erdgas- und Erdölforschungen vorteilhaft verwenden kann.

Eötvös selbst hat seine Methode vor mehr als dreißig Jahren ausgearbeitet und die ersten Schwerevariometer konstruiert; es gelang ihm, die letzteren Schritt für Schritt so weit zu vervollkommnen, daß sie trotz ihrer hohen Empfindlichkeit auch bei Feldmessungen verläßliche Resultate geben [1]). Da die Anwendbarkeit der Instrumente sich bei einigen Messungen auch im Freien bewährt hat, wurden im Jahre 1901 die Aufnahmen mit der Drehwage in Ungarn begonnen und werden auch heute noch in immer zunehmendem Umfange fortgesetzt. Für die Ausführung der Feldmessungen wurden Expeditionen organisiert, deren Leitung von Anfang an meine Aufgabe war; ich habe auch sonst schon vorher mehrere Jahre hindurch an den Untersuchungen von Eötvös teilgenommen. Mit Rücksicht auf die große praktische Bedeutung dieser Messungen wurde nach dem im Jahre 1919 erfolgten Tode von Eötvös eine spezielle Anstalt „Baron Roland v. Eötvös Geophysikalisches Institut in Budapest“ errichtet, welches unter meiner Leitung die Aufgabe hat, teils die Methode wissenschaftlich weiter zu entwickeln, teils die Messungen für praktische Zwecke auszuführen.

Während dieser langen Zeit haben wir bei den auf mehrere tausend Stationen ausgeführten Messungen Gelegenheit gehabt, in Feldmessungen Erfahrungen zu sammeln, die uns in Stand gesetzt haben, die Instrumente allmählich so zu vervollkommnen, daß diese auch unter ungünstigen Verhältnissen immer verläßliche und brauchbare Beobachtungsresultate geben. Gestützt auf diese Erfahrungen glaube ich, daß es im allgemeinen Interesse sei, wenn ich mir erlaube, einige Bemerkungen zu der registrierenden Eötvösschen Drehwage der Firma Bamberg hinzuzufügen; besonders den Umstand ins Auge fassend, daß die Drehwage in erster Reihe bei Feldmessungen und nicht im Laboratorium verwendet wird.

Als O. Hecker im Jahre 1907—1908 für das Kgl. Preuß. Geodätische Institut Potsdam durch den Institutsmechaniker M. Fechner eine Drehwage verfertigen ließ, gab ihm Eötvös selbst mit der größten Zuvorkommenheit die nötigen Weisungen und stellte ihm auch präparierte und gute Torsionsdrähte zur Verfügung. Und auch später, als beide das Präparieren und Prüfen der Torsionsdrähte in Angriff genommen haben, übergaben wir Fechner nicht nur den Plan unseres für diesen Zweck konstruierten Probeinstrumentes, sondern haben ihm auch das Verfahren zum Präparieren der Drähte bekannt gegeben. Die inneren Teile des Potsdamer Apparates wurden vollkommen nach dem damaligen Modelle von Eötvös konstruiert. Die Ablesevorrichtung wurde aber von Hecker geändert, insofern er statt der visuellen Ablesung von Eötvös die photographische Registrierung einführte, welche dann auch die Einrichtung für die automatische Drehung des Apparates zur Folge hatte.

Wenn auch die bequemere Beobachtung mit der photographischen Registrierung sehr verlockend ist, haben wir doch schon von Anfang an schweres Bedenken da-

[1]) Es sind insgesamt 11 Abhandlungen von Eötvös über seine Gravitationsuntersuchungen in ungarischer, deutscher und französischer Sprache erschienen, von denen bezüglich der Methode und Apparate die eingehendsten und wichtigsten die folgenden sind:

Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus. *Ann. d. Phys. u. Chem. Neue Folge* ***59****. S. 354—400. 1896.*

Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hülfe der Drehwage. *Verhandl. d. i. J. 1906 in Budapest abgehaltenen XV. allgem. Konferenz der Internat. Erdmessung. 1908. S. 337—395.*

gegen gehabt. Eötvös selbst hat schon früher genaue Schwerkraftsbeobachtungen mit photographischer Registrierung ausgeführt; bereits auf die Budapester Millenar-Ausstellung im Jahre 1896, wie auch später auf die Pariser Internationale Ausstellung 1900 sandte er eine ganze Serie solcher Aufnahmen über Schwerkraftsbeobachtungen. Wir haben im Laboratorium und im Freien Registrierungen durchgeführt, hielten aber deren systematische Einführung bei Feldmessungen für nicht empfehlenswert.

Mit Rücksicht nämlich auf die hohe Empfindlichkeit der Eötvösschen Drehwage müssen im höchsten Maße alle Wirkungen vermieden werden, welche die voneinander verschiedene Erwärmung und Abkühlung der einzelnen inneren Teile des Instrumentes zur Folge haben können. Die in den inneren Teilen auftretenden noch so kleinen Temperaturänderungen sind groß genug, um die Gleichgewichtslage des Wagebalkens in einem unzulässigen Maße zu verändern. Wenn auch das Instrument zur Vermeidung dieser Störung in drei voneinander womöglichst thermisch isolierten, dickwandigen Metallgehäusen eingeschlossen ist, müssen wir doch sehr sorgfältig vorgehen, um alle diese ungünstigen äußeren Wirkungen zu vermeiden. Hecker hat in seinem Apparate die registrierende Vorrichtuug auf die eine Seite des Instrumentes, also unsymmetrisch, angebracht. In diesem Falle erzeugt aber die ungleiche Massenanordnung selbst schon Temperaturänderungen, welche von der Wärmewirkung der Registrierlämpchen noch vergrößert werden. Bei den mit diesem Apparate ausgeführten Beobachtungen wurde in der Tat das Auftreten ungünstiger Störungen wahrgenommen. Als ich mich im Jahre 1915 zwecks Ausführung der Pendelmessungen in Potsdam aufhielt, habe ich selbst den Mechaniker Fechner auf diesen Nachteil der Konstruktion aufmerksam gemacht und empfohlen, die Registriervorrichtung auf den oberen Teil des Instrumentes anzubringen, wie dies von Eötvös bei einem seiner Apparate auch durchgeführt wurde. Eötvös hat nämlich schon im Jahre 1908 eine Drehwage verfertigen lassen[1]), welche ganz mit mehrwandigen Metallhülsen umgeben ist und bei welcher die visuelle Ablesung oben über den Torsionsköpfen erfolgt und zwar so, daß die Lichtstrahlen durch totalreflektierende Prismen zum Spiegel und zurück geleitet werden. Der obere Teil des Instrumentes ist derart konstruiert, daß man nicht nur die visuelle Ablesung mit Fernrohren, sondern eventuell auch die photographische Registrierung verwenden kann.

Auch in der Konstruktion der Firma Bamberg ist die photographische Registrierung oben, über den Torsionsköpfen angebracht, was ohne Zweifel vorteilhaft ist. Die Wärmewirkung der registrierenden Lämpchen erzeugt aber Störungen auch in diesem Falle; sie brennen aus diesem Grunde nicht dauernd, sondern: „leuchten zu diesem Zweck nur stündlich kurz auf, um keine Temperaturstörungen hervorzurufen". Dadurch geht aber der bedeutendste Vorteil der Registrierung gegen die visuelle Ablesung verloren, insofern man in diesem Falle den Gang der Gleichgewichtslage des Wagebalkens während der Zwischenzeit nicht verfolgen kann.

Ich erwähne noch, daß die registrierende Einriehtung bei den jetzigen Dimensionen der Apparate ein wenig hoch angebracht ist, was die Handhabung des Instrumentes in gewissem Maße erschwert. Dasselbe kann man sagen über die oben

[1]) Bericht über geodätische Arbeiten in Ungarn, besonders über Beobachtungen mit der Drehwage. *Verhandl. der i. J. 1909 in London und Cambridge abgehaltenen XVI. allgem. Konf. d. Internat. Erdmessung. 1910. S. 319—350 (S. 323!).*

angebrachte Einrichtung „zum Zweck der visuellen Beobachtung“, welche eigentlich nur zur Kontrolle der entsprechenden Lage der Lichtpunkte dient.

Bei den Feldmessungen hat die Registrierung auch noch andere bedeutende Nachteile.

Tritt eine Störung im Funktionieren des Apparates ein, so bekommt der Beobachter erst später Kenntnis davon, wenn die Platten des Registrierapparates entwickelt werden. Ich denke hier nicht nur an die möglichen Störungen im Betrieb der Registrierlämpchen oder an das Ausbleiben einzelner Kontakte beim automatischen Umdrehen des Apparates, sondern es können auch Störungen in der Lage des Wagebalkens vorkommen, die ich hier nicht einzeln anführen will. Bei der visuellen Ablesung bin ich immer im Stande, diese Störungen gleich zu entdecken, sie sofort zu beheben und die unzuverläßlichen Beobachtungen zu wiederholen. Auf diese Weise kann ich unter allen Umständen erreichen, daß eine Beobachtungsreihe innerhalb desselben Zeitraumes einwandfrei ist. Bei der visuellen Ablesung ist der Verlust einzelner Beobachtungstage ganz ausgeschlossen, was bei der Registrierung manchmal doch vorkommen kann.

Bei der Registrierung darf man die Vorbereitungen zur Übersiedlung auf eine andere Station nicht eher treffen, bis man sich durch die Entwicklung der Platten überzeugt hat, daß die Beobachtungen einwandfrei sind. Man darf die Beobachtungsstation ohne diese Feststellung nicht verlassen, da die unregelmäßige Wiederholung einzelner unzuverlässigen Beobachtungsstationen wegen der Terrainverhältnisse meistens mit großen Schwierigkeiten und Zeitverlust verbunden ist.

Die Entwicklung der Platten und deren Handhabung sind bei den Feldmessungen umständlich. Außerdem sind die photographischen Aufnahmen nachträglich einzeln auszumessen. Alle diese zeitraubenden Handhabungen entfallen bei der visuellen Ablesung.

Bei Feldmessungen ist es sehr vorteilhaft, wenn die zahlenmäßigen Beobachtungsdaten gleich nach den Beobachtungen zur Verfügung stehen. Bei unserem Arbeitsplan im Freien z. B. berechnet einer der Beobachter die Beobachtungszahlen, während die Apparate, Zelte und andere Ausrüstungsgegenstände eingepackt werden und wir sind dadurch bei der Übersiedlung auf die nächste Stelle schon im Besitze der Resultate.

Endlich ist es bei den praktischen Aufnahmen sehr wichtig, und zwar nicht nur aus Sparsamkeitsrücksichten, sondern auch aus anderen Gründen, daß man die Beobachtungen unabhängig von der Witterung ausführen kann. Das ist durch die umständliche und empfindliche Handhabung der Registrierung sehr erschwert. Bei den Schwerkraftsbeobachtungen und Untersuchungen mit dem Gravitationsmultiplikator im Laboratorium habe ich selbst erfahren, daß die elektrischen Kontakte auch bei der größten Vorsicht manchmal ausbleiben und die automatischen Einrichtungen nicht tadellos funktionieren. Noch mehr kann dieser Fall im Freien vorkommen, besonders bei ungünstiger, regnerischer oder feuchter Witterung. Auf Grund meiner viertelhundertjährigen Erfahrungen sind mir alle Schwierigkeiten bekannt, welche bei den in jeder Witterung auszuführenden Feldmessungen vorkommen können, und eben deshalb halte ich es für ausgeschlossen, daß man mit der Registriereinrichtung diese Verläßlichkeit und Leistung erreichen kann, die uns die visuelle Ablesung bietet. Wir waren imstande, in den letzten Jahren während der im Sommer und Herbst ausgeführten Vermessungsperiode, ohne eine einzelne Beobachtungsserie zu verlieren, eine Fläche von 1100—1300 Quadratkilometer auszumessen, manchmal bei ungünstigem

kaum gangbarem Terrain. Solche Leistungen wären bei der Anwendung der Registrierung kaum möglich.

Eötvös selbst war gegen die Einführung der Registrierung bei Feldmessungen und seine Ansichten wurden durch die gewonnenen Erfahrungen gerechtfertigt. Ich bin überzeugt, daß die Registrierung bei den Aufnahmen im Freien, was die Messungen selbst anbelanngt, in jeder Beziehung nachteilig ist und nur zur Bequemlichkeit des Beobachters dient. Obzwar diese besonders bei langdauernden Feldmessungen auch nach meiner Ansicht zu beachten ist, kommt dieser Umstand neben den anderen hochwichtigen Interessen erst in zweiter Linie in Betracht, da die visuellen Ablesungen bei entsprechender Arbeitseinteilung ohne größere Belastung des Beobachters erfolgen können.

Die Firma Bamberg hat in der Konstruktion des Instrumentes, wie es auch in dem Aufsatze erwähnt wird, einige neuere Verbesserungen von Eötvös eingeführt, so z. B. die variable Dämpfung, Arretierung usw., doch nach meiner Ansicht in einer nicht ganz zweckmäßigen Form. Ich gehe auf diese zur Konstruktion gehörigen Einzelheiten, welche gewiß mit der wohlbekannten Gewandtheit und Gediegenheit der Firma Bamberg ausgeführt sind, nicht näher ein, um so weniger, als diese von dem Aufsatze nur berührt werden.

Im allgemeinen möchte ich nur erwähnen, daß jene Teile des Apparates, die einer Einstellung bedürfen, unzweckmäßig sind, weil sie nach der Einstellung leicht nachgeben können. Der Aufsatz berührt einige solche Einzelheiten, von welchen ich nur auf das Folgende hinweise. Die Abhandlung hebt vor als einen besonderen Vorteil, daß die kleinen Spiegel, von welchen die Lichtstrahlen aufwärts gerichtet werden, justierbar sind. In unserem Apparate sind statt diesen Spiegeln in der entsprechenden Lage fest eingestellte totalreflektierende Prismen angebracht. Bei dieser Einrichtung ist zwar die erste genaue Einstellung umständlicher, man braucht aber nachher daran nichts mehr zu ändern, wie die langjährigen Erfahrungen das gezeigt haben. Bei den Feldmessungen ist die Verwendung der Prismen vorteilhafter als die der sich leicht deformierenden Spiegeln.

Eötvös hat im Jahre 1908 ein Instrument kleineren Modells[1]) mit 20 cm langen Wagebalken konstruiert, welches zwar etwas weniger empfindlich ist als das größere Modell, doch bei Feldmessungen gut anwendbar, wenn auch nicht so verläßlich ist. Dieses Instrument wurde von uns dem Prof. J. Koenigsberger in Freiburg in den Jahren 1917—1921 zur Verfügung gestellt, der damit im Verein mit O. Hecker hauptsächlich bei Hamburg Feldmessungen ausführte.

Man muß übrigens mit der Verminderung in den Dimensionen sehr vorsichtig sein, da damit die Wirkungen der störenden Einflüsse zunehmen. Eötvös hat auch ein anderes Instrument mit 10 cm langen Wagebalken in einer sehr sorgfältigen Ausführung konstruiert; dieses aber hat sich eben wegen der großen Störungen als unbrauchbar erwiesen.

Die Empfindlichkeit des Instrumentes kann durch entsprechende Wahl des Torsionsdrahtes, der Dimensionen des ganzen Gehänges und der Massen verändert werden. Eötvös hat diese Konstanten seines kleinen Apparates so gewählt, daß er bezüglich der Gradienten und Krümmungsgrößen in gleichem Maße ein wenig unempfindlicher ist, als das größere Modell. Obwohl die Gradienten für die praktische Geologie eine größere Bedeutung haben als die Krümmungsgrößen, können wir doch

[1]) Siehe in der zuletzt zitierten Abhandlung: *S. 323—324.*

die letzteren nicht vernachlässigen, da sie im Vereine mit den Gradienten über die unterirdische Massenverteilung einen sicheren Aufschluß geben, was auch in praktischer Hinsicht nicht zu unterschätzen ist. Bei gewissen Untersuchungen haben wir gerade nur die Krümmungsgrößen zu bestimmen; für diesen Zweck hat Eötvös ein spezielles Feldinstrument mit drei Wagebalken ohne herunterhängende Gewichte konstruiert[1]), mit welchem man die Krümmungsgrößen schnell und genau bestimmen kann.

Auf Grund unserer Erfahrungen benützen wir bei den systematischen Feldmessungen ausschließlich Instrumente mit visueller Fernrohrablesung. Aus unseren Instrumenten wurden alle verschiebbaren Feineinstellungen entfernt und auf diese Weise ist es gelungen, die Apparate so zu konstruieren, daß sie jahrelang unverändert bleiben und somit eine neue Justierung überflüssig machen. Wir haben die Ursachen der gelegentlich auftretenden Störungen gründlich erforscht und deren Einflüsse durch entsprechende Einrichtungen möglichst vermindert, wodurch die Genauigkeit unserer Messungen erhöht wurde. Durch gewisse Verbesserungen in der technischen Ausführung der Instrumente ist es gelungen, ihre schnelle und sichere Handhabung zu erreichen. Wir sorgten auch immer für den entsprechenden Schutz der Apparate gegen äußere Einflüsse und zwar so, daß sie in wasserdichten Leinwandzelten aufgestellt werden, deren doppelte Wand mit thermisch isolierendem Material gefüllt ist.

Die Messungen werden zur Vermeidung jener Störungen, die aus der verschiedenen Dichte des unmittelbaren Terrains herrühren, immer mit zwei voneinander in kleiner Distanz aufgestellten Apparaten ausgeführt. Wir legen ein besonders großes Gewicht auf die entsprechende Wahl der Beobachtungsstelle, um die unmittelbare Terrainwirkung leicht messen und genau berechnen zu können. Gleichzeitig mit den Schwerkraftsmessungen werden auch erdmagnetische Aufnahmen von uns ausgeführt mit zu sicherer und schneller Handhabung umgestalteten Instrumenten, um aus beiden Messungen zu schließende Folgerungen zu vertiefen. Bei der Konstruktion aller unserer im Felde verwendeten Ausrüstungsgegenstände leitete uns der Gesichtspunkt, eine einfache und schnelle Einrichtung der Beobachtungsstelle zu ermöglichen. Auf diese Weise ist es gelungen, unsere Messungen auch bei ungünstiger Witterung und schweren Terrainverhältnissen ohne Stockung und Zeitverlust auszuführen.

Von allem Anfang an wurden die Apparate von Eötvös mit besonderer Sorgfalt und Gediegenheit durch das „Ferdinand Süss Institut für Präzisionsmechanik in Budapest" fertiggestellt. Süss selbst wirkte mit unermüdlichem Eifer bei der Konstruktion mit, und zwar nicht nur bei der Verfertigung der endgültigen Instrumente von Eötvös, sondern auch jener, die zu einleitenden Versuchen dienten. Das Institut hat bereits Apparate nach Japan, Italien, Kroatien und England geliefert; auch die neuesten Modelle werden unter unserer Aufsicht von dieser Firma verfertigt.

[1]) Siehe in der zuletzt zitierten Abhandlung: *S. 323—324.*

Die photographische Registrierung bei Feldmessungen mit der Eötvösschen Drehwage.

Von
W. Schweydar in Potsdam.

Die Mitteilung des Herrn Ministerialrat Dr. Pekár in Budapest über die bei Feldmessung angewendete Drehwage von Baron Roland von Eötvös in *dieser Zeitschrift 42. S. 173 1922.* gibt mir zu folgenden Bemerkungen Anlaß.

Die Erfahrungen, die Herr Pekár bei Feldmessungen mit der Drehwage unter Anwendung der älteren visuellen Methode gesammelt hat, lassen ihn glauben, daß die Methode der photographischen Registrierung nicht nur weitläufig, sondern auch nachteilig ist. Die nur allgemeinen Bemerkungen, mit denen er sein Urteil zu begründen sucht, lassen auch erkennen, daß ihm die Erfahrung mit der Anwendung der Photographie bei Feldmessungen fehlt. Gegenüber seiner Ansicht muß ich im allgemeinen Interesse auf Grund meiner Erfahrung in der Organisation und Ausührung der Feldmessungen an vielen hunderten Stationen insbesondere mit dem neuesten Modell der Drehwage der Werkstätten von Carl Bamberg (Askania-Werke) die großen Vorteile der photographischen Registrierung bei Verwendung dieses Modells hervorheben. Diese Vorteile sind mir auch von anderen Beobachtern, die ich in die Methode eingeführt habe, immer wieder bestätigt worden.

Die Registriervorrichtung darf die Symmetrie in der Anordnung der Apparatteile nicht stören, um systematische Fehler in den Messungen zu vermeiden. Herr Pekár wendet sich aus diesem Grunde gegen die ältere Konstruktion von O. Hecker, bei der das Instrument eine starke Unsymmetrie zeigt; aber gerade dieser mir seit langer Zeit bekannte Fehler ist in der Bambergschen Wage[1]) beseitigt, das Instrument ist völlig symmetrisch gebaut.

Die Instrumente werden im Freien in einem gegen schnelle Temperaturänderungen gut geschützten Zelte aufgestellt. Bei der visuellen Methode muß der Beobachter zwecks der stündlich erfolgenden Ablesungen die Zelttür öffnen, wodurch im Zelt eine starke Temperaturänderung — namentlich bei Beobachtungen am Tage — eintreten muß. Außerdem ist der Beobachter gezwungen, am Instrument etwas zu verweilen, da er zwei Skalen und zwei Thermometer abzulesen hat; zur Ablesung der Skala für die zweite Wage muß er noch um das Instrument herumgehen. Diese ständigen Störungen der Zelttemperatur und des Instruments können gewiß nicht zur Genauigkeit der Messungen beitragen; verliest sich außerdem ein weniger geübter Beobachter bei den Ablesungen, so ist die Messung dauernd verloren. Bei der photographischen Methode dagegen wird das Zelt während der Messungen überhaupt nicht betreten und der Schutz des Innenraums des Zeltes vor starker Temperaturschwankung bleibt dauernd wirksam. Ferner erhält man durch die photographische Platte ein Dokument, das unabhängig von der Geschicklichkeit des Beobachters ist.

Entgegen den Befürchtungen des Herrn Pekár ist weder das Entwickeln noch das Abmessen der photographischen Platte weitläufig oder zeitraubend. Der Beobachter kann, wie ich dies stets getan habe, während des Abbaus der Station in wenigen Minuten durch rohes Abmessen einiger registrierter Punkte sich ein genähertes Re-

[1]) W. Schweydar, Die photographisch registrierende Eötvössche Torsionswage der Firma Carl Bamberg in Berlin-Friedenau. *Diese Zeitschr. 41. S. 175. 1921.*

sultat verschaffen, um hiernach die Lage der nächsten Station zu bestimmen, wenn dies notwendig ist. Nach Aufbau der nächsten Station, also nach Beendigung der Arbeiten auf den Stationen, erfolgt die sorgfältige Abmessung der Platte mit Hilfe einer präzise geteilten Glasskala, eine Arbeit von kaum $^1/_4$ Stunde. Die Vergrößerung der Bambergschen Wage ist gegenüber der von Pekár benutzten um 33 %, gegenüber der älteren Heckerschen Wage um 240 % größer, ein Umstand, der die Abmessung der photographischen Platte sehr erleichtert.

Hierzu kommt noch ein zweiter wesentlicher Vorteil. Ein einziger Beobachter kann bei der photographischen Registrierung zwei Instrumente bequem bedienen, also gleichzeitig an zwei Stationen registrieren, während die visuelle Methode mindestens zwei Beobachter zu derselben Arbeitsleistung benötigt, also weit höhere Kosten verursacht. Schon bei der Verwendung eines einzigen Instruments erfordert die visuelle Methode zwei Beobachter, wenn so schnell gearbeitet werden soll, wie bei der photographischen Methode. Dieser großen Ersparnis gegenüber fällt es nicht ins Gewicht, wenn von 100 Stationen eine oder zwei durch Versagen der Registrierung wiederholt werden müssen; auch die von Pekár angedeuteten bekannten Störungen durch Versagen der Einstellung des Wagebalkens fallen nicht ins Gewicht. Bei der Bambergschen Konstruktion ist ersteres noch weniger zu befürchten, da nur Steckkontakte verwendet werden; wenn Herr Pekár bei seiner Einrichtung im Laboratorium ein Versagen der elektrischen Kontakte gehabt hat, so kann er daraus keinen Schluß auf die Bambergsche Einrichtung ziehen.

Ich möchte an dieser Stelle meinen Bericht (s. a. a. O.) über die Bambergsche Wage wesentlich ergänzen. Die an dem Instrument von uns angebrachten Verbesserungen haben sich so bewährt, daß während des ganzen Jahres auch am Tage bei stärkerer Strahlung und größeren Temperaturänderungen 4—5 Stunden Registrierzeit genügt, um brauchbare Resultate zu erhalten; daher erledigt ein einziger Beobachter mit einem einzigen Instrument innerhalb von 24 Stunden zwei Stationen und könnte im Sommer auch drei Stationen in derselben Zeit erledigen, wenn es nicht zu ermüdend wäre; mit zwei Instrumenten kann er leicht drei Stationen pro Tag vermessen. Mit den älteren Instrumenten kann dagegen nur eine Station pro Tag vermessen werden. Die Bambergsche Wage kann unter den ungünstigsten meteorologischen Verhältnissen mit Erfolg benutzt werden. Durch diese Steigerung der Schnelligkeit der Messungen ist eine große Kosten- und Zeitersparnis erzielt, die für ein praktisches Unternehmen größeren Stiles wesentlich ist. Die Genauigkeit der Messungen ist doppelt so groß als bei den älteren Instrumenten. Ich habe die Methode auch nach der Richtung einer genaueren Berechnung der Wirkung des Geländes auf das Kraftfeld der Schwere, namentlich in mehr hügeligem Terrain bei Aufsuchen von Erzlagern zu verbessern gesucht. Nicht überall sind die topographischen Verhältnisse so günstig wie in Ungarn, auch gestattet die Landwirtschaft nicht überall das Terrain in unmittelbarer Nähe des Stationspunktes eben zu machen. In manchen Ländern sind stärkere Störungen in den oberflächlichen Schichten, so daß die Stationen viel enger gesetzt werden müssen. Auch die Torsionsdrähte haben wir zu verbessern gesucht und sind mit Erfolg von der Methode, die Eötvös angegeben hat, abgewichen.

Wenn ein praktisches Unternehmen im geologischen Interesse mit mehreren Instrumenten arbeiten will, so kann es nicht für jedes Instrument einen gelehrten Beobachter finden. Die Instrumente müssen so konstruiert sein, daß auch ein

weniger vorgebildeter Beobachter sie sicher handhaben kann. Hierauf ist bei der Bambergschen Konstruktion (D. R. P.) Rücksicht genommen und zwar bei der Arretierung, die bedeutend einfacher ist und schneller erfolgt als früher, bei der Transportmöglichkeit (Zerlegung in drei Teile), der Justierbarkeit der Spiegel, der Feinverstellung der Torsionsköpfe, durch die Ablesemöglichkeit der Höhenlage des schwingenden Wagebalkens im Kasten, die Kontrolle der Lichtpunkte nach dem Einlegen der photographischen Platte, durch die Verwendung von kleinen Kassetten beim Einlegen der Platte und durch den völlig ruhigen Gang bei der automatischen Drehung, die durch eine neuere Konstruktion noch wesentlich verbessert ist (siehe meine Beschreibung a. a. O.). Für ein derartiges Unternehmen kommen nur Instrumente mit photographischer Registrierung in Frage, einmal wegen der leichteren Schematisierung und Schnelligkeit der Arbeiten und dann wegen der Ersparnis an Beobachtern und Kosten.

Herr Pekár hält die Möglichkeit von Feinverstellungen namentlich bei den Spiegeln für schädlich; nach meiner Ansicht dürfen sie bei keinem Präzisionsinstrument fehlen. Bei der Bambergschen Drehwage werden auch nicht die an den Gehängen befestigten Spiegel verändert; die Justierbarkeit der übrigen Spiegel hat bisher zu keiner nachträglichen unzulässigen Veränderung Anlaß gegeben, dafür birgt auch die glänzende mechanische Ausführung durch die Firma Bamberg. Die Art der Arretierung, die durch Bamberg eingeführt ist und die Herr Pekár aus Mangel an näherer Kenntnis für unzweckmäßig hält, gestattet eine bedeutend schnellere Aufstellung des Instruments und hat sich sehr bewährt; sie bedeutet eine Zeitersparnis bei der Einrichtung der Station.

Die Bambergsche Wage bietet auch die Möglichkeit, visuell zu beobachten, wenn die Anwendung der Photographie aus äußeren Gründen (Mangel an Platten oder Unmöglichkeit der Ladung des Akkumulators) zeitweise unmöglich ist, was wohl nur bei Expeditionen in wenig kultivierte Länder eintreten kann. Zu diesem Zwecke brauchen keine besonderen Teile an den Apparat angesetzt zu werden; man beobachtet auf einer mit dem Instrument fest verbundenen Mattglas-Skala leuchtende Striche, die von den Wagespiegeln und dem festen Spiegel reflektiert werden; die Teilung der Skala erhält gerade so viel Licht, um die Teilstriche lesen zu können. Als Lichtquelle dient eine Petroleum- oder Karbidlaterne. Diese höchst einfache Einrichtung ist ausprobiert und es bleibt unverständlich, wenn Herr Pekár sie nur für eine Kontrolle der Lage der „Lichtpunkte" hält. Lichtpunkte werden nur bei der Photographie verwendet, für die visuelle Beobachtung sind feine Lichtstriche günstiger. Herr Pekár kennt das Instrument nur aus der Beschreibung; man kann sich daraus nicht ein so gutes Urteil über die Handhabung bilden.

Mit der Verlegung der Registriereinrichtung in die Achse des Instruments sind bei der Bambergschen Konstruktion, abgesehen von der Schaffung der Symmetrie der Massenanordnung, noch andere wichtige Vorteile verbunden. Die Länge des Instruments (in Richtung des Wagearms) ist nur 45 cm, während sie bei den von Pekár benutzten Apparaten mit den Ablesevorrichtungen etwa 125 cm beträgt. Durch das Zusammendrängen der Massen an der Achse und die bedeutend längere Buchse, die die Drehachse einschließt, ist das Instrument stabiler und wird nicht so leicht erschüttert wie namentlich das Pekársche. Ferner ist der Lichtweg ohne weiteres, d. h. ohne besondere Vergrößerung der nötigsten Dimensionen länger (80 cm) und somit die Vergrößerung der Bewegungen des Wagebalkens stärker; bei Pekár ist

der Lichtweg nur 60 cm, bei dem älteren unsymmetrischen Apparat von Hecker nur 34 cm. Hierzu kommt, was schon erwähnt wurde, daß das Instrument auch am Tage bei ungünstigen Verhältnissen brauchbare Resultate liefert, so daß mit einem einzigen Instrument an einem Tage mindestens zwei Stationen erledigt werden können, während man mit den älteren für jede Station die Nacht zu Hilfe nehmen mußte.

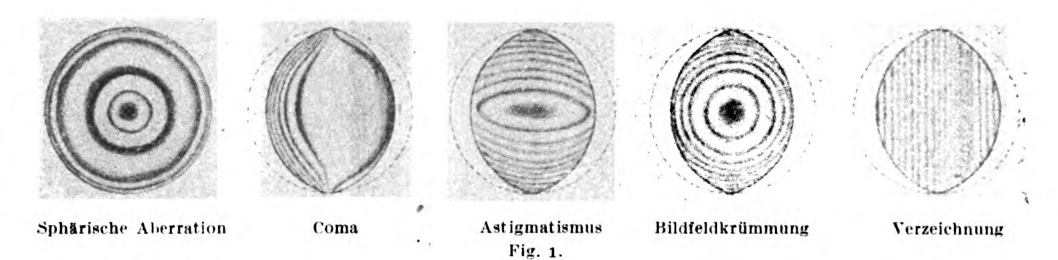
Referate.

Das Hilger-Interferometer.

Nach einem Prospekt.

Von der Firma Hilger Ltd., London, wird ein Interferometer zum Prüfen von photographischen Objektiven gebaut. Der Apparat soll nach Angabe der Firma dazu dienen, sphärische Aberration, Coma, Astigmatismus, Bildfeldkrümmung und Verzeichnung bei Objektiven von 100 bis 750 mm Brennweite festzustellen.

Die Grundlage der Untersuchungen bilden die in Fig. 1 wiedergegebenen Interferenzerscheinungen. Für die Feststellung der sphärischen Aberration werden diese in folgender Weise erzeugt.



Sphärische Aberration Coma Astigmatismus Bildfeldkrümmung Verzeichnung

Fig. 1.

Im Brennpunkte des Kollimatorobjektivs O_1 Fig. 2 befindet sich eine mit monochromatischem Licht beleuchtbare Lochblende L. Die aus dem Kollimator austretenden parallelen Strahlen fallen auf den halbdurchlässig versilberten Spiegel Sp_1, der unter 45° zur Achse des Kollimators geneigt ist. Die durch den Spiegel hindurchgehenden Strahlen fallen in das konaxial aufgestellte zu untersuchende Objektiv O_2, werden an der Oberfläche des versilberten Konvexspiegels C-Sp, dessen Krümmungsmittelpunkt M im Brennpunkt von O_2 liegt, in sich zurückgeworfen und treffen von neuem auf den Spiegel Sp_1. Die hiervon reflektierten Strahlen (Rf.Str.) werden durch das Objektiv O_3 in dessem Brennpunkte F_3 vereinigt. Der Anteil der aus O_1 austretenden Strahlen, der an Sp_1 reflektiert wird gelangt nach dem Spiegel Sp_2, wird hier in sich zurückgeworfen, trifft auf Sp_1 und interferiert mit seinem durchgehenden Anteil (D.Str.) mit dem erwähnten von O_2 kommenden reflektierten (Rf.Str.). Sowohl die Strahlen (D.Str.) wie die Strahlen (Rf.Str.) erzeugen im Brennpunkte von O_3 ein Bild der beleuchteten Lochblende L. Zur Beobachtung der Interferenzerscheinungen bringt man die Augenpupille, zum Photographieren das Kameraobjektiv an diesen Bildort.

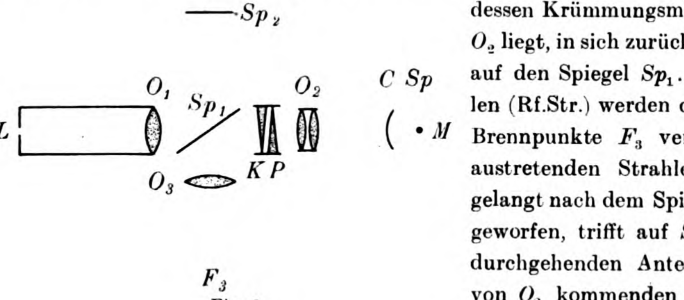


Fig. 2.

Um die Gangunterschiede der D.Str. und Rf.Str. auszugleichen, d. h. um überhaupt das Interferieren dieser Strahlen zu ermöglichen ist der Spiegel Sp_2 in der Richtung seiner Normalen verschiebbar.

Zur Untersuchung des Objektivs O_2 außerhalb der Achse wird dasselbe gedreht und der

Spiegel C-Sp in Richtung der Kollimatorachse soweit verschoben, daß für ein aberrationsfreies Objektiv die durch O_2 zurückkehrenden Strahlen parallel aus O_2 austreten würden. Zur Messung und zum Ausgleich der Objektivzeichnung ist die aus zwei entgegengesetzt drehbaren Keilplatten bestehende Vorrichtung (K.P.) vorhanden.

Da keine Versuche mit der Methode angestellt wurden, kann nicht angegeben werden, welche Vor- oder Nachteile sie anderen Methoden gegenüber hat. Die Methode scheint in erster Linie für relative Prüfungen geeignet zu sein. *Wetthauer.*

Neukonstruktion des Braceschen Halbschattenkompensators.

Von G. Szivessy. *Zeitschr. f. Physik* **6.** *S. 311. 1921.*

Für die Untersuchung elliptisch polarisierten Lichtes, bei welcher größere Phasenverzögerungen zu messen sind, hat der Verf. im Jahre 1919 den Babinet-Soleilschen Kompensator mit einer einfachen Halbschattenvorrichtung versehen, so daß sich der mittlere Fehler einer einzelnen Einstellung des verschiebbaren Quarzkeiles auf etwa $^1/_{1000}\,\lambda$ Phasenunterschied beläuft, wenn λ die Wellenlänge bezeichnet (vgl. das Referat in *dieser Zeitschr.* **40.** *S. 217. 1920*). Sollen dagegen sehr kleine Doppelbrechungen gemessen werden, so muß man die Bestimmungen mit dem Braceschen elliptischen Halbschattenkompensator ausführen, dessen Einstellungs-Genauigkeit etwa $4 \times 10^{-5}\,\lambda$ beträgt (vgl. das Referat in *dieser Zeitschr.* **26.** *S. 94. 1906*). Dieser ist aber bisher wegen der schwierigen Anfertigung seiner optischen Teile nur selten benutzt worden. Es handelt sich dabei darum, beim Spalten von Glimmer Lamellen zu erhalten, die nur etwa 0,0002 mm dick und bis auf 0,0000001 mm parallel sind. Der Verf. hat deshalb eine solche Halbschattenglimmerplatte durch ein Glasblättchen ersetzt, bei welchem die gewünschte Doppelbrechung durch eine schwache Pressung erzeugt wird. Ein derartiger Halbschattenkompensator mit veränderlicher Empfindlichkeit für jede beliebige Wellenlänge ist nach den Angaben des Verf. in den optisch-mechanischen Werkstätten von Fr. Schmidt & Haensch in Berlin angefertigt worden.

Zwischen zwei gekreuzten Nicol sind senkrecht zur parallelen, monochromatischen Strahlung die eben erwähnte Halbschattenplatte und eine aus Glimmer bestehende Kompensatorplatte angebracht. Die erstere bedeckt nur das halbe Gesichtsfeld und wird so justiert, daß ihre Hauptschwingungsrichtungen unter $\frac{\pi}{4}$ gegen die Polarisationsebenen der Nicol geneigt sind. Die Kompensatorplatte nimmt dagegen das ganze Gesichtsfeld ein und kann in ihrer Ebene an einem Teilkreise meßbar gedreht werden. Bezeichnet nun τ die sehr kleine, durch die Halbschattenplatte erzeugte Phasenverzögerung und φ diejenige der Kompensatorplatte (φ ist entweder auch klein oder nahezu gleich $\frac{\pi}{2}$), so muß $\tau < 2\varphi$ sein. Hat man durch Drehen der Kompensatorplatte auf gleiche Helligkeit der Gesichtsfeldhälften (auf gleichen dunklen Halbschatten) eingestellt, so sei α das Azimut der einen Hauptschwingungsrichtung der Kompensatorplatte, und zwar bezogen auf die Schwingungsrichtung des Analysators als Nullage (s. Fig. 1). Dann ist sehr angenähert

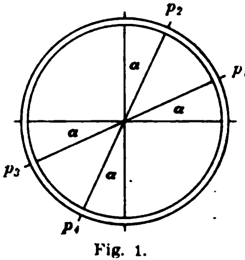


Fig. 1.

$$\sin\varphi \sin 2\alpha = \frac{\tau}{2}.$$

Wird jetzt zwischen die Nicol senkrecht zu den Strahlen noch eine zu untersuchende, schwach doppelbrechende Parallelplatte mit der unbekannten Phasenverzögerung Δ so eingefügt, daß ihre Hauptschwingungsrichtungen gegen die Polarisationsebenen der Nicol gleich geneigt sind, dann dreht man die Kompensatorplatte wieder auf gleiche Helligkeit der Gesichtsfeldhälften. Das neue Azimut der Kompensatorplatte sei nunmehr α', so gilt für die zu messende Verzögerung die Beziehung

$$\Delta = \sin\varphi\,(\sin 2\alpha' - \sin 2\alpha),$$

welche also unabhängig von τ ist. Dagegen muß die Verzögerung φ als Funktion der Wellenlänge bekannt sein.

Wegen seiner Kleinheit läßt sich φ mittels des Babinet-Soleilschen Halbschattenkompensators nicht mit genügender Genauigkeit bestimmen. Man muß vielmehr eine Eichplatte mit starker Verzögerung $\bar{\varphi}$ zu Hilfe nehmen. Als solche wählt man vorteilhaft eine Viertelwellen-Glimmerplatte, deren $\bar{\varphi}$ mittels des Babinetschen Halbschattenkompensators hinreichend genau bestimmbar ist. Wird dann die Kompensatorplatte φ gegen die Eichplatte $\bar{\varphi}$ ausgewechselt, so sei ihr Azimut bei erzielter Halbschatteneinstellung gleich $\bar{\alpha}$. Für diesen Fall ergibt sich

$$\sin\varphi = \sin\bar{\varphi}\,\frac{\sin 2\bar{\alpha}}{\sin 2\alpha}.$$

Zur Messung der Azimute α und α' ist noch folgendes zu bemerken. Es gibt vier Halbschattenazimute, bei denen die Gesichtsfeldhälften gleich dunkel erscheinen, nämlich

$$\alpha_1 = \alpha, \qquad \alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha, \qquad \alpha_3 = \pi + \alpha, \qquad \alpha_4 = \frac{3\pi}{2} - \alpha.$$

Werden die diesen Azimuten entsprechenden Ablesungen am Teilkreise der Kompensatorplatte der Reihe nach mit p_1, p_2, p_3 und p_4 bezeichnet, so ist demnach

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} - (p_2 - p_1) = (p_3 - p_2) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - (p_4 - p_3) = (p_1 - p_4) - \frac{\pi}{2}.$$

Das gesuchte Azimut α wird also viermal bestimmt; die Bedingung

$$p_2 - p_1 = \pi - (p_3 - p_2) = p_4 - p_3 = \pi - (p_1 - p_4)$$

wird natürlich nur dann erfüllt sein, wenn die Nicol und Halbschattenplatte wie oben angegeben richtig zueinander orientiert worden sind. Hat man weiter die Platte Δ unter dem richtigen Azimut eingefügt, so erfolgt die Ermittelung von α' in gleicher Weise zu

$$2\alpha' = \frac{\pi}{2} - (p_2' - p_1') = (p_3' - p_2') - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - (p_4' - p_3') = (p_1' - p_4') - \frac{\pi}{2}.$$

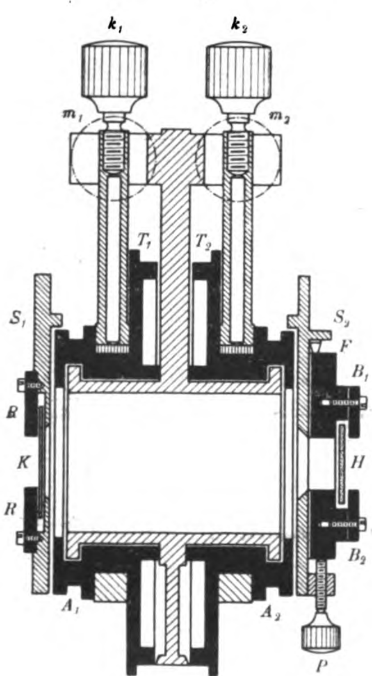


Fig. 2.

Für die Empfindlichkeit der Anordnung ist unter sonst gleichen Umständen das Verhältnis $\frac{\varphi}{\tau + 2\Delta}$ maßgebend. Die Halbschatteneinstellungen werden also um so genauer, je größer φ und je kleiner τ und Δ sind. Der Größe von φ wird indessen praktisch bald dadurch eine Grenze gesetzt, daß mit wachsendem φ die Winkel α und α' bald nahezu einander gleich werden; aus diesem Grunde muß φ genügend klein gewählt werden. In allen Fällen ist aber die Verzögerung τ der Halbschattenplatte so klein zu nehmen, wie es die Intensität der Lichtquelle und die Empfindlichkeit des Auges zulassen.

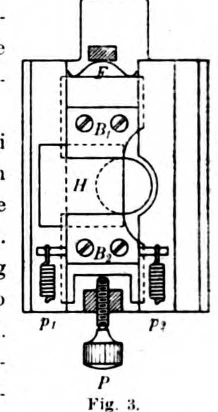


Fig. 3.

Der geeignete Wert von τ kann bei der neuen Halbschattenplatte stets dadurch erreicht werden, daß man die passende Pressung auf das Glasblättchen ausübt. Auf diese Weise läßt sich die Verzögerung τ beliebig klein machen und innerhalb eines größeren Bereichs stetig verändern. Die Konstruktion des ganzen Kompensators, der in Verbindung mit einer optischen Bank oder einem Polarisationsspektrometer benutzt werden kann, ist aus den Fig. 2 und 3 ersichtlich. In die drehbaren Ansätze A_1 bzw. A_2 mit Schwalbenschwanzführung lassen sich die Schlitten S_1 bzw. S_2 einschieben, welche die Kompensatorplatte K bzw. die Halbschattenplatte H tragen. Mit ihnen drehen sich die Teilkreise T_1 bzw. T_2, deren Nonien noch halbe Minuten abzulesen gestatten; die Feineinstellung erfolgt nach Anziehen der Klemmen k_1 bzw. k_2 mittels der Mikrometerschrauben m_1 bzw. m_2.

Die Kompensatorplatte K besitzt im mittleren Spektralbereich eine Verzögerung von etwa $\varphi = \frac{\lambda}{60}$ und besteht aus zwei gekreuzt über einander gelegten Glimmerblättchen, die sich um den angegebenen Gangunterschied unterscheiden. Mit variabler Halbschattenplatte reicht dieser aus, um noch Verzögerungen von etwa $\Delta = 5 \times 10^{-5} \lambda$ bei genügender Intensität der Strahlung messen zu können. K wird unter Zwischenfügung eines dünnen Gummimembranringes durch den abschraubbaren Ring R festgehalten. Ebenso wie S_1 ist auch der die Eichplatte tragende Schlitten gebaut, welcher gegen S_1 leicht ausgewechselt werden kann. Als solche wird dem Instrument eine Glimmerplatte von etwa $\bar{\varphi} = \frac{\lambda}{4}$ beigegeben.

Die Halbschattenplatte H besteht aus einem schwach gepreßten Glasstreifen und bedeckt nur das halbe Gesichtsfeld. Er ist ein möglichst spannungsfreies Mikroskopier-Deckgläschen von 15 mm Länge, 12 mm Breite und 0,1 mm Dicke; das Plättchen muß auch aus dem Grunde recht dünn sein, damit bei den Halbschattenstellungen die Trennungslinie im Gesichtsfelde gut verschwindet. Das Glasblättchen wird von den beiden in Schwalbenschwanzführung beweglichen Backen B_1 und B_2 festgehalten und kann durch Anziehen der Mikrometerschraube P von $^1/_4$ mm Ganghöhe schwach gepreßt werden, wobei der Druck von der kleinen Stahlfeder F aufgefangen wird. Diese sowie die kleinen Stahlspiralen p_1 und p_2 bringen die Backen nach Lösen der Schraube P wieder in die Anfangslage zurück. Behufs Erzielung eines genügend gleichförmigen Druckes erhalten die festgeklemmten Ränder von H etwa zwölf Unterlagen von möglichst dünnem, glattem Stanniol. Der Teilkreis T_3 der Halbschattenplatte H findet nur bei der Justierung Verwendung, um die Hauptschwingungsrichtungen von H in das richtige Azimut zu den Polarisatoren zu bringen. Hat man durch Anziehen der Schraube P die gewünschte Verzögerung τ hergestellt, so darf natürlich während der Messungen P nicht mehr berührt werden. Bei Nichtgebrauch des Instruments ist P stets zu lösen. Bemerkt sei noch, daß es sich empfiehlt, die Halbschattenplatte dicht hinter den Analysator zu setzen, so daß das zu prüfende Medium zwischen Kompensatorplatte und Polarisator eingefügt wird. *Schck.*

Achromatismus.

Von H. W. Lee. *Trans. Opt. Soc.* ***22.*** *Heft 5. 1921.*

Der Verf. entwickelt hauptsächlich in Anlehnung an die Ausführung von Chalmers (*Trans. Opt. Soc.* ***18.*** *Heft 3. 1917*) für ein optisches von Luft umgebenes System Bedingungen für den Achromatismus der Brennweitenlänge und der Lage der beiden Hauptpunkte des Systems. Die letzteren beiden Bedingungen können ersetzt werden durch den Achromatismus der Bildpunktsentfernung für zwei beliebige, verschieden entfernte Objekte. Für teleskopische Systeme, wo die Entfernung der abzubildenden Gegenstände unendlich groß gesetzt werden kann, genügt die Achromatisierung des Brennpunktes. Der Verf. weist die Übereinstimmung der nach seiner Methode gewonnenen Bedingungen mit denjenigen anderer Forscher u. a. v. Rohr (Theorie der optischen Instrumente) nach. *H. Krüss.*

Bücherbesprechungen.

M. von Rohr, Die Brille als optisches Instrument. 3. Aufl. 8°. XIV, 254 S. m. 112 Abb. Handbuch d. ges. Augenheilkunde. Herausgeg. von Th. Axenfeld und A. Elschnig. 3. Aufl. Berlin, J. Springer 1921.

Das Werk M. von Rohrs ist zum erstenmal 1911 als Anhang der zweiten Auflage des Handbuches der gesamten Augenheilkunde von Gräfe-Sämisch erschienen und in *dieser Zeitschr.* ***31.*** *S. 327. 1911* von Dr. H. Boegehold besprochen worden. Es ist die erste zusammenfassende Darstellung, die die Brille unter dem Gesichtspunkt einer optischen Aufgabe betrachtet und sich dabei nicht, wie bis dahin üblich, in den engen Grenzen des Gaußischen Raumes hält. Wenig länger als ein Jahrzehnt vorher hatte der in Paris ansässige Augenarzt F. Ostwalt den ersten Versuch gemacht, im Wege der Rechnung die Form der Gläser zu suchen, die auch dem in schiefer Richtung durch das Glas blickenden Auge so gute Bilder liefert wie in der Achse. Über ihn

wie A. S. Percival und M. Tscherning, hinausgehend führte der Verf. die Lösung endgültig durch bis zu ihrer Verwirklichung in der Ausführung der punktuell abbildenden Brillengläser. Wieder ist ein Jahrzehnt seit dem Erscheinen des Buches verflossen, und in dieser Zeit ist zu dem bisher Geleisteten auch der äußere Erfolg getreten. Die Anteilnahme an der guten Brille ergriff weitere Kreise der Benützer. Die wissenschaftliche Forschungsarbeit an der Brille hat aber auch nicht geruht, im Gegenteil, sie hat reiche Früchte getragen. So wird es nicht überraschen, daß die vorliegende neue (eigentlich zweite) Auflage, die im Rahmen des jetzt von Axenfeld-Elschnig herausgegebenen Handbuches der gesamten Augenheilkunde (3. Aufl.) soeben erscheint, beträchtlich umfangreicher ausgefallen ist (254 [früher 172] Seiten mit 112 [früher 48] Abbildungen). Neue Erkenntnis in optischen und neue Kenntnisse in geschichtlichen Brillenfragen haben einen reichen Stoff geliefert, und an beiden ist der Verfasser wieder wie in der 1. Aufl. hervorragend beteiligt Verbesserungen und Ergänzungen geschichtlicher Lücken, zu deren Schließung der Leserkreis im Vorwort der ersten Auflage aufgefordert wurde, leistet der Verf. zum großen Teil selber. Der reichen Ausbeute seiner geschichtlichen Arbeit ist besonders zu gedenken. Mit peinlicher Genauigkeit ist die Stellung der zahlreichen, oft reichlich versteckten Quellen in der Entwicklung der Brille festgelegt. Die Spuren sind vielfach gar sehr verwischt. Je seltener und karger aber die Quellen sind, um so mehr fesseln die scharfsinnigen Schlüsse, mit denen von Rohr sie findet und erschöpft. Das Buch ist nicht nur erweitert, sondern auch umgearbeitet, wozu insbesondere die Mannigfaltigkeit des neuangehäuften geschichtlichen Stoffes nötigte. Als äußerer Maßstab dieser seit 1911 gemachten Ausbeute kann der Umfang des vorbildlich angelegten Quellenverzeichnisses herangezogen werden, das 27 gegen 11 Seiten stark ist.

Einleitende Vorbemerkungen bringen u. a. Angaben über Schutzbrillen, die ziemlich ausführlich behandelt werden, und über seltene Arten von Brillen, nämlich Brillen mit enger Öffnung, nicht beiderseits an Luft grenzende Brillen, wie die Taucherbrillen, die Lohnsteinsche Wasserkammer und das Haftglas, ferner über Spiegelbilder an Brillen und anderes.

Der Hauptteil des Buches, über die Brillenlinsen aus Glas, der mit der Besprechung der Begrenzung der Gläser beginnt, zerfällt in die gleichen vier Hauptabschnitte wie früher, nämlich 1. Anastigmatische, 2. Astigmatische Linsen, 3. Die Farbenfehler der Brillen und 4. Die Änderung der Raumerfüllung durch die Brille. Ein Schlußteil behandelt die Entwicklung der Lehre von der Brille. Jedem Gegenstand ist ein besonderer geschichtlicher Abschnitt unmittelbar angeschlossen. Der frühere geschichtliche Teil hat seine Selbständigkeit eingebüßt und der systematische ist damit ebenfalls überflüssig geworden.

Im Gebiet der *anastigmatischen Linsen* wirkt neben den Ausführungen über Probier- und Zielbrillen, über die Einführung der Verschiedenheit zwischen Schnitt- und Brennweite, über die Dioptrie (nebst dazugehörigen geschichtlichen Bemerkungen) vor allem die Erläuterung einiger sonst nicht leicht übersehbarer Zusammenhänge durch die Beigabe von Schichtenbildern hervorragend eindrucksvoll. Es handelt sich um die in andern Wissensgebieten häufiger angewendete Darstellung der Abhängigkeit einer Größe von zwei anderen unabhängigen Veränderlichen. Insbesondere ist hier zunächst der Zusammenhang zwischen der Netzhautbildgröße einerseits und dem Abstand der einander zugewandten Hauptpunkte und dem Hauptpunktbrechwert des Brillenglases anderseits zu nennen. Ein Blick auf die Zeichnung zeigt höchst anschaulich, auf welche Wege man durch die Forderung einer bestimmten Vergrößerung gewiesen wird (Fernrohrbrillen). Auch der diesmal ausführlicheren und ganz allgemeinen analytischen Behandlung des Einflusses einer Linse auf den äußeren Akkommodationserfolg ist ein entsprechendes Bild für zwei besondere Fälle beigefügt. Das eine betrifft den Fall einer dünnen Fernbrille im üblichen Abstand, das andere den einer Lohnsteinschen Wasserkammer. Die geringe Wirkung des Vorschiebens der Brille als Ersatz für das mangelnde Akkommodationsvermögen Übersichtiger wird in dieser Form leicht erkennbar vorgeführt. Besonders anziehend und lehrreich findet der Leser auch die Beziehungen zwischen der absoluten und der relativen, der natürlichen und der relativen Sehschärfe vermittelt. Die Henkerschen Bilder für den Scheitelbrechwert in seiner Abhängigkeit vom Hauptpunktsbrechwert des Glases und vom Abstand zwischen dem Glas- und dem Hornhautscheitel ist ebenfalls wiedergegeben. Unter den geschichtlichen Bemerkungen dieses Teiles sei auf die zur

Bestimmung der Fernbrille und zur Einführung der Dioptrie hingewiesen. Hinsichtlich der Brillenform kann von Rohr das frühe Auftreten nicht gleichseitiger Gläser belegen. So kennt Daza de Valdes 1623 die bessere Abbildung der Gläser mit einer Planfläche, die schon 1611 bei M. C. de Dominis immer richtig gestellt wurde. Den Meniskus für Brillengläser beschrieb J. Kepler 1611. Seine optischen Vorteile aber kamen erst im 18. Jahrhundert zur Sprache. Im Beginn des 19. Jahrhunderts wurden mit W. H. Wollaston allmählich die durchgebogenen Gläser (periskopische) mindestens zeitweise bekannter. Weitere ausführliche Beiträge hierzu ergeben sich bei den punktuell abbildenden Fernbrillen (§ 89 – 91). Höchst eigenartige Wege ging, wie von Rohr zeigen kann, die Entwicklung der Fernrohrbrille. Sie bildete sich nämlich aus den kleinen, leicht zu verbergenden, schwachvergrößernden „Handperspektiven" Kurzsichtiger heraus, die vor 1698 weitverbreitet gewesen sind. Ganz im Anfang des 19. Jahrhunderts findet man diese kleinen holländischen Fernröhrchen als beidäugige Geräte in Brillenform. Weiter macht von Rohr es wahrscheinlich, daß aus dieser Brille das beidäugige Theaterglas entstand. Von dem dicken Meniskus, der Stöpsellinse, dem Steinheilschen Konus gelangte man schließlich zu der heutigen vollkommenen Form der Fernrohrbrille von Rohrs. Ihre Hauptanwendung findet sie heute nicht so sehr als Hilfe zum Sehen in die Ferne, als vor allem zur Ausübung von Naharbeit. Insbesondere verdanken viele Kriegsverletzte mit Schwachsichtigkeit diesem Geschenk von Rohrs, andere der Fernrohrlupe ihre Selbständigkeit und Unabhängigkeit von persönlichen Aushilfen.

Die Berücksichtigung der Augenbewegungen führt nun zu den punktuell abbildenden Gläsern. Kann hier von Rohr einerseits die Erkenntnis von der Bedeutung des Augendrehpunkts in ihren ersten Anfängen bis auf J. Kepler und auf das Jahr 1611 zurückführen, so ruft H. Boegehold andererseits einen jüngeren, aber ganz unbeachtet gebliebenen Beleg für einen hohen und selbständigen Standpunkt mit L. J. Schleiermacher aus seiner Verborgenheit hervor. Dieser sprach schon 1842 die Bedeutung des Augendrehpunktes als Hauptstrahlenkreuzungspunkt allgemein aus. Was nun den Gegenstand selber angeht, so finden sich darüber in dem Buch neue wesentliche Ergebnisse. In der früher nur für ferne Gegenstände durchgeführten Darstellungsweise erhalten wir über die Durchbiegung punktuell abbildender Gläser auch für eine endliche Gegenstandsentfernung Auskunft durch die Ellipsen der Tscherningschen Vorrechnungswerte. Für die schwächer durchgebogenen Formen dieser Nahgläser (Ostwaltscher Form) erscheint hier im Bereich der höheren Zerstreuungsgläser (über — 10 dptr) zum erstenmal eine hohle dingseitige Fläche. Es wirken also hier beiderseits hohle Gläser punktuell abbildend. Während von da nach den Sammelgläsern zu sich die bekannte erhabene Vorderfläche gehalten hat. Für die Lupenbrillen wird gleichfalls eine solche bildliche Darstellung gegeben. Als die punktuell abbildenden Brillen herauskamen, erhob sich bald die Frage, was für Folgen eintreten, wenn man für einen gewissen Drehpunktsabstand berechnete Gläser mit einer abweichenden Drehpunktslage verwende, oder was für Durchbiegungen sich ergeben, wenn man der Berechnung andere und andere Drehpunktsabstände zugrunde lege. Darauf geben E. Weiß und H. Boegehold Auskunft. Dieser zeigte, daß verschiedenen Drehpunktsabständen ähnliche und ähnlich gelagerte Ellipsenscharen mit zwei gemeinsamen Tangenten entsprechen. Und was die Fehler durch abweichende Anpassung des Glases angeht, so sind die Wirkungen bei der Verschiebung des Drehpunktes auf der Glasachse verhältnismäßig am wenigsten schädlich, und unter den beiden für eine gewisse Brechkraft möglichen Brillenformen hat sich die Ostwaltsche Form als weniger empfindlich erwiesen als die Wollastonsche. Es folgen neue Zusätze über die Verzeichnung der Fernbrillen, über die Fernrohrbrille und die Fernrohrlupen. Die Sonnefeldsche Begründung der Brauchbarkeit punktuell-abbildender Fernbrillengläser als Vorhänger für Naharbeit deckt eine unerwartet glückliche Sachlage in anziehender Weise auf.

Im zweiten Hauptabschnitt über die *astigmatischen Linsen* hören wir von einem bemerkenswert frühen Weg zur Untersuchung auf Astigmatismus, von E. G. Fischer 1810 angegeben. Aus einer Übersicht über das erste Auftreten der Zylindergläser nach Arbeiten von F. C. Donders und von Rohr sieht man, wie außerordentlich langsam sich die Einführung der Zylindergläser durchsetzte, und wie jung noch ihre regelmäßige Verordnung ist. Neueingefügt ist u. a. die Ermittlung der Gesamtwirkung zweier schief gekreuzter Zylinder. Der nun folgende Teil, der das

astigmatische Brillenglas in Verbindung mit dem bewegten Auge, also für ein endliches Blickfeld betrachtet, birgt für den Darsteller und für den Leser entschieden die meisten Schwierigkeiten. Sollen doch für einen Leserkreis von nicht rechnenden Optikern — das Buch ist ja in erster Linie für Augenärzte bestimmt — Bemühungen und Erfolge der technischen Optik verständlich gemacht werden. Das möge auch für andere Teile des Buches berücksichtigt werden, wenn vielleicht gerade Leser dieser Zeitschrift einerseits manches wünschen sollten, während anderseits z. B. bei der Ableitung einzelner Formeln ihnen gewisse Zwischenstufen entbehrlich schienen. Der in das Gebiet Neueinzuführende dagegen wird die Beschränkungen gerade begrüßen, wie ihm auch die angegebenen Ausführlichkeiten Nutzen bringen werden. Seit dem Erscheinen der ersten Auflage haben Arbeiten von H. Boegehold, J. Spanuth und E. Weiß wertvolle neue Aufschlüsse in diesem großen, bisher nur zum kleinsten Teil durchforschten Gebiete gebracht. Die Rechnung beschränkt sich auf die beiden Symmetrieebenen. Denn die Verfolgung der Strahlen in dem großen außerhalb dieser beiden Ebenen gelegenen Gebiet würde zu außerordentlich umfangreichen und zeitraubenden Arbeiten führen, wie später (§ 137) gesagt wird. Die Rechnung wird vorläufig durch andere, z. B. photographische Prüfungsverfahren ersetzt. Die strenge Hebung des Augenastigmatismus beim Blick schräg durch sphärotorische Gläser ist auch in den Symmetrieebenen im allgemeinen nicht möglich. Bei einem gewissen Neigungswinkel des Blickes ergibt sich ein Unterschied gegenüber der Ausgangslage des Blickes in der Richtung der Schnittlinie der beiden Symmetrieebenen, den E. Weiß als astigmatischen Fehler (Y_1, Y_2) bezeichnet. Der Einfluß der Durchbiegung auf Y_1 und Y_2 wird nach H. Boegeholds Zeichnungen erläutert, in denen sie als Parabeln erscheinen. Etwaige Schnittpunkte ($Y_1 = Y_2$) liegen im allgemeinen nicht auf der Abszisse, d. h. sind größer oder kleiner als 0. Im Hinblick auf diese Ermittlung wird die Bezeichnung punktuell abbildend für sphärotorische Linsen nicht mehr angewendet, sondern man spricht von zweckmäßig durchgebogenen Gläsern. Für die zerstreuenden Gläser hat sich der Innentorus allgemein durchgesetzt. Die Abweichungen vom Scheitelbrechwert mit zunehmender Neigung des Blickes in jeder Symmetrieebene werden durch eine Kurvendarstellung erläutert für —10, —6 (+6, +2) statt früher —6 und —4, +6, +4 dptr. Neuaufgenommen sind Ausführungen über die Form der Bildfläche astigmatischer Gläser und die bei ihnen auftretende Verzerrung. So nennt von Rohr die eigenartige Wirkung der Richtungsänderung der zur Achse geneigten Hauptstrahlen bei astigmatischen Gläsern. Die von A. Imbert (1886) behandelte Dezentrierung zweifach symmetrischer Gläser ist in neuer eigener Form eingeführt. Die Abschnitte über die Brille als Sehhilfe für beide Augen sind insbesondere durch geschichtliche Ergänzungen erweitert worden. Die besonderen Verhältnisse bei der Nahbrille haben früh Beachtung gefunden. Um einzelnes hervorzuheben, sei an B. Martin (1756) und an die sorgfältigen Vorschläge J. I. Hawkins (1826) für die einzelnen Abschnitte seiner Dreistärkenbrille, besonders aber an die vorzügliche Bearbeitung des beidäugigen Sehens bei Brillenträgern (Konvergenzänderung) von W. Ch. Wells und schließlich an Vieth (1818) erinnert, der die starke Konvergenz bei Kurzsichtigen zu vermeiden trachtete. Im Gebiet der Brille für Ungleichsichtige sind Fortschritte zu verzeichnen, die vor allem M. von Rohr zu danken sind. Seine Anisometropbrille hat die Probe der Anwendung bestanden.

Zum Schluß überblickt der Verf. auf wenigen Seiten die Entwicklung der Lehre von der Brille, deren jüngere Wendungen eingehender berücksichtigt werden.

Die Wissenschaft hat das Glück, daß ihr der Hauptförderer der neuen Brillenoptik nicht nur eine erschöpfende Darstellung des heutigen Wissens vom hohen Standpunkte des führenden optischen Fachmannes schenkte, sondern daß er sich zugleich auch mit wärmster Anteilnahme der geschichtlichen Behandlung angenommen und sie erschöpfend durchgeführt hat. Überragende Beherrschung der optischen Aufgabe und peinliche Genauigkeit bei unermüdlicher scharf sichtender geschichtlicher Forscherarbeit haben sich in günstigster Weise vereinigt, um ein vorbildliches Quellenwerk zu schaffen. Über den Rahmen der Augenheilkunde hinaus wird das Buch jedem eine unentbehrliche Grundlage sein, der sich genauer mit der Brille zu befassen hat.

H. Erggelet.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

X

ZEITSCHRIFT
FÜR
INSTRUMENTENKUNDE.

Organ
für
Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben
unter Mitwirkung der
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt
von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **E. v. Hammer** in Stuttgart, **K. Haußmann** in Berlin, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Berlin, **H. Krüss** in Hamburg, **H. Ludendorff** in Potsdam, **O. Lummer** in Breslau, **H. Maurer** in Berlin, **C. Pulfrich** in Jena, **C. Reichert** in Wien, **M. v. Rohr** in Jena, **H. Rubens** in Berlin, **W. Sartorius** in Göttingen, **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **A. Westphal** in Berlin, **E. Wiechert** in Göttingen.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

7. Heft: Juli.

Inhalt:

Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 120,— für das dritte Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 4,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30 %	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **Juli 1922.** Siebentes Heft.

Über die Abhängigkeit des Abstandsfehlers bei trigonometrischen Dreiecksberechnungen von der Größe der Dreieckswinkel und von der Art ihrer Messung und über die rechnerische Ermittelung der Koordinaten eines Punktes auf Grund einer stereophotogrammetrischen Aufnahme mit beliebig gerichteten horizontalen Achsen.

Von

Prof. Dr. **C. Pulfrich** in Jena.

In der Stereophotogrammetrie wurde bisher sowohl zur Geländedarstellung als auch zur Punktbestimmung fast ausschließlich das graphische Auftragverfahren angewandt. Besonders einfach liegen die Verhältnisse hierfür bei dem sogenannten Normalfall (Platten in einer Vertikalebene, Achsen horizontal). Aber auch für gleichmäßig nach rechts und gleichmäßig nach links verschwenkte Achsen begegnet das Auftragverfahren, obschon es bei weitem nicht so einfach ist wie für den Normalfall, keiner ernstlichen Schwierigkeit. Später hat man damit angefangen, nach einem Vorschlag des Herrn Dr.-Ing. Lüscher beliebig in der Horizontalebene gerichtete konvergente Achsen durch Reduktion der Abszissen der rechten Platte auf parallele Plattenstellung, m. a. W. durch Reduktion des Konvergenzfalles auf den Fall der parallelen Achsen graphisch zu verwerten.

Überall, wo bisher die Koordinaten eines im Stereokomparator gemessenen Punktes errechnet wurden, wurden die für das graphische Verfahren aufgestellten Formeln benutzt.

Mir scheint aber, daß man für die Zwecke der Koordinatenbestimmung einzelner Punkte — das ist die Aufgabe, für die u. a. die sogenannte Schützengrabenkamera früher in erster Linie benutzt wurde — besser täte, von den bisherigen Formeln der Stereophotogrammetrie ganz abzusehen und unter Berücksichtigung der in der Stereophotogrammetrie vorliegenden besonderen Verhältnisse auf die Formeln der trigonometrischen Dreiecksberechnung zurückzugreifen. Man erzielt damit einen doppelten Vorteil: erstens ein einheitliches Formelsystem für alle Fälle der Stereophotogrammetrie und zweitens die Freiheit, die Konvergenzstellung der beiden Achsen bei der Aufnahme beliebig zu wählen, ohne wie bisher befürchten zu müssen, daß damit eine Erschwernis für die Rechenarbeit eintritt.

Ich werde zunächst die Abhängigkeit des Abstandsfehlers bei trigonometrischen Dreiecksberechnungen von der Größe der Dreieckswinkel und von der Art ihrer Messung erörtern.

I.

Die beim Vorwärtseinschnitt auftretenden Fehlervierecke und deren Veränderung mit der Lage des Punktes zur Standlinie.

Bei der trigonometrischen Landesvermessung sowohl wie in der Photogrammetrie der einfachen Bildmessung ist die Standlinie angenähert von der gleichen Größenordnung wie die zu messende Strecke. Spitzwinkelige Dreiecke werden tunlichst vermieden.

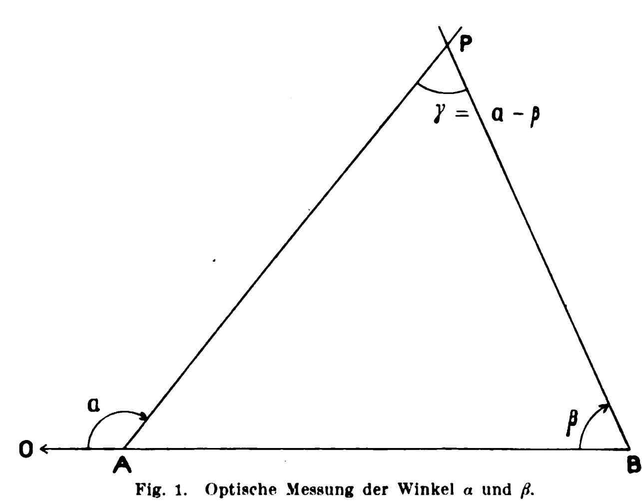


Fig. 1. Optische Messung der Winkel α und β.

Wir wollen im folgenden für alle Winkelmessungen, die von den Endpunkten der gegebenen Standlinie aus mit dem Fernrohr oder mit der Kamera gemacht werden, die Standlinie in der Richtung von rechts nach links als Nullrichtung ansehen und von hier aus alle Winkel rechts herum zählen. Sind also in Fig. 1 die beiden Winkel α und β durch Messung am Theodolit gegeben, so ist $\gamma = \alpha - \beta$, und die Seite $\overline{AP}$ berechnet sich zu:

$$\overline{AP} = \overline{AB} \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}. \qquad 1)$$

In der Photogrammetrie wird die Neigung der horizontal gerichteten optischen Achse der Kamera zur Standlinie in jedem der beiden Standorte als bekannt vorausgesetzt, nach der vorstehenden Definition also die beiden Winkel α_0 und β_0 in Fig. 2. Auf dem ebenen Bild wird dann mit Zirkel und Maßstab oder mit irgend einem anderen geeigneten Meßapparat der lineare Abstand der beiderseitigen Bildpunkte von der durch die optische Achse gehenden Plattenvertikalen, also x_1 und x_2 in Fig. 2, nach Größe und Vorzeichen gemessen.

Entsprechend dem Vorzeichen von x_1 und x_2 und in Übereinstimmung mit unserer obigen Definition der beiden Winkel α und β werden die aus

$$\frac{x_1}{f} = \operatorname{tang} \delta_1 \quad \text{und} \quad \frac{x_2}{f} = \operatorname{tang} \delta_2 \qquad 2)$$

abgeleiteten Winkelwerte δ_1 und δ_2 positiv oder negativ gerechnet, je nachdem sie eine Zu- oder Abnahme des Winkels $\alpha_0 (\beta_0)$ bedeuten.

Der Winkel γ bei P in Fig. 2 ergibt sich somit zu:

$$\gamma = \gamma_0 + \delta_1 - \delta_2, \qquad 3)$$

und die gesuchte Strecke $\overline{AP}$ zu:

$$\overline{AP} = \overline{AB} \frac{\sin (\beta_0 + \delta_2)}{\sin (\gamma_0 + \delta_1 - \delta_2)}. \qquad 4)$$

In diese beiden Gleichungen werden jedesmal die Werte δ_1 und δ_2 mit ihrem Vorzeichen eingesetzt.

Die Unsicherheiten in der Ortsbestimmung des Punktes P, die durch diese Art Winkelmessung entstehen, sind in beiden Fällen im wesentlichen die gleichen. Durch das Übereinandergreifen der beiderseitigen Unsicherheiten der Winkelmessung entsteht ein Fehlerviereck, dessen Ausdehnung und Gestalt (siehe Fig. 3) von der Lage des Punktes zur Standlinie abhängen. Stehen die beiden Ziellinien nahezu senkrecht aufeinander, so ist das Fehlerviereck sehr nahe ein Quadrat, d. h. die Umgrenzungslinie des Fehlervierecks ist von seinem Schwerpunkt angenähert gleich weit entfernt. Schneiden sich dagegen die beiden Ziellinien unter einem stumpfen oder einem spitzen Winkel, so nimmt das Fehlerviereck eine langgestreckte Form an. Am größten ist der Unterschied in der Ausdehnung des Fehlervierecks in den beiden

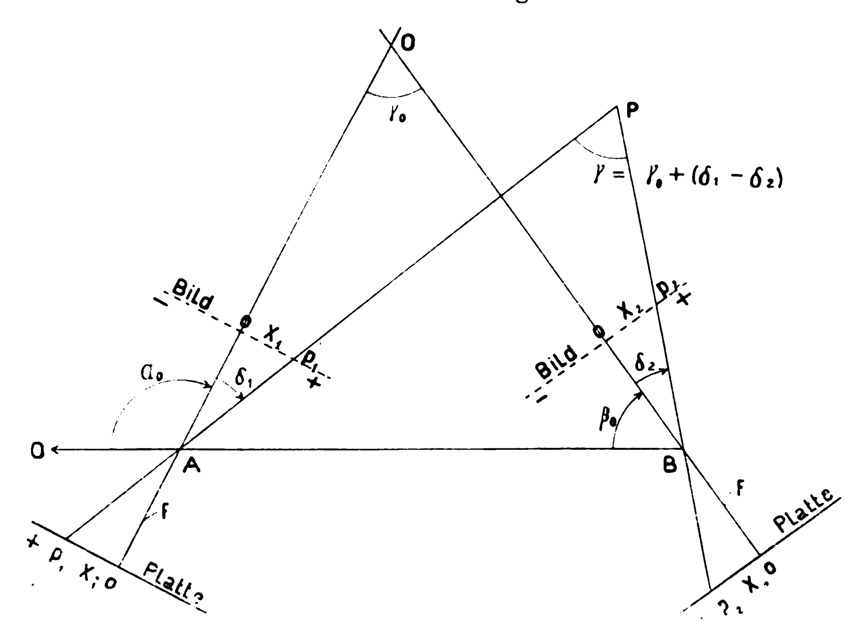


Fig. 2. Photogrammetrische Messung der beiden Winkel δ_1 und δ_2.

Hauptrichtungen parallel und senkrecht zur Standlinie für diejenigen Punkte, die auf der Standlinie liegen und für diejenigen, die in weitem Abstand von ihr sich befinden.

Wir wollen die Ausdehnung des Fehlervierecks in der Richtung der zu messenden Strecke als Abstandsfehler und seine Ausdehnung senkrecht dazu als Richtungsfehler bezeichnen. Über ihren Verlauf mit zunehmender Entfernung des Punktes von der Standlinie gibt die nebenstehende Tabelle Auskunft. Sie zeigt, daß der Richtungsfehler proportional mit der Entfernung, der Abstandsfehler dagegen mit dem Quadrat der Entfernung zunimmt. Das Verhältnis zwischen dem Abstandsfehler und dem Richtungsfehler wächst in dem gleichen Maße, wie das Verhältnis zwischen der Entfernung und der Standlinie zunimmt, ist aber immer doppelt so groß als dieses.

Drückt man die Lage eines Punktes in Koordinaten aus, so ist klar, daß der Unterschied in den beiden Hauptrichtungen des Fehlervierecks auch eine verschiedenartige Bewertung der Genauigkeit der beiden Koordinaten zur Folge hat, und daß diese hinsichtlich ihrer Genauigkeit nur dann gleichberechtigt nebeneinander

stehen, wenn das Fehlerviereck nach den beiden Koordinatenrichtungen die gleiche Ausdehnung besitzt.

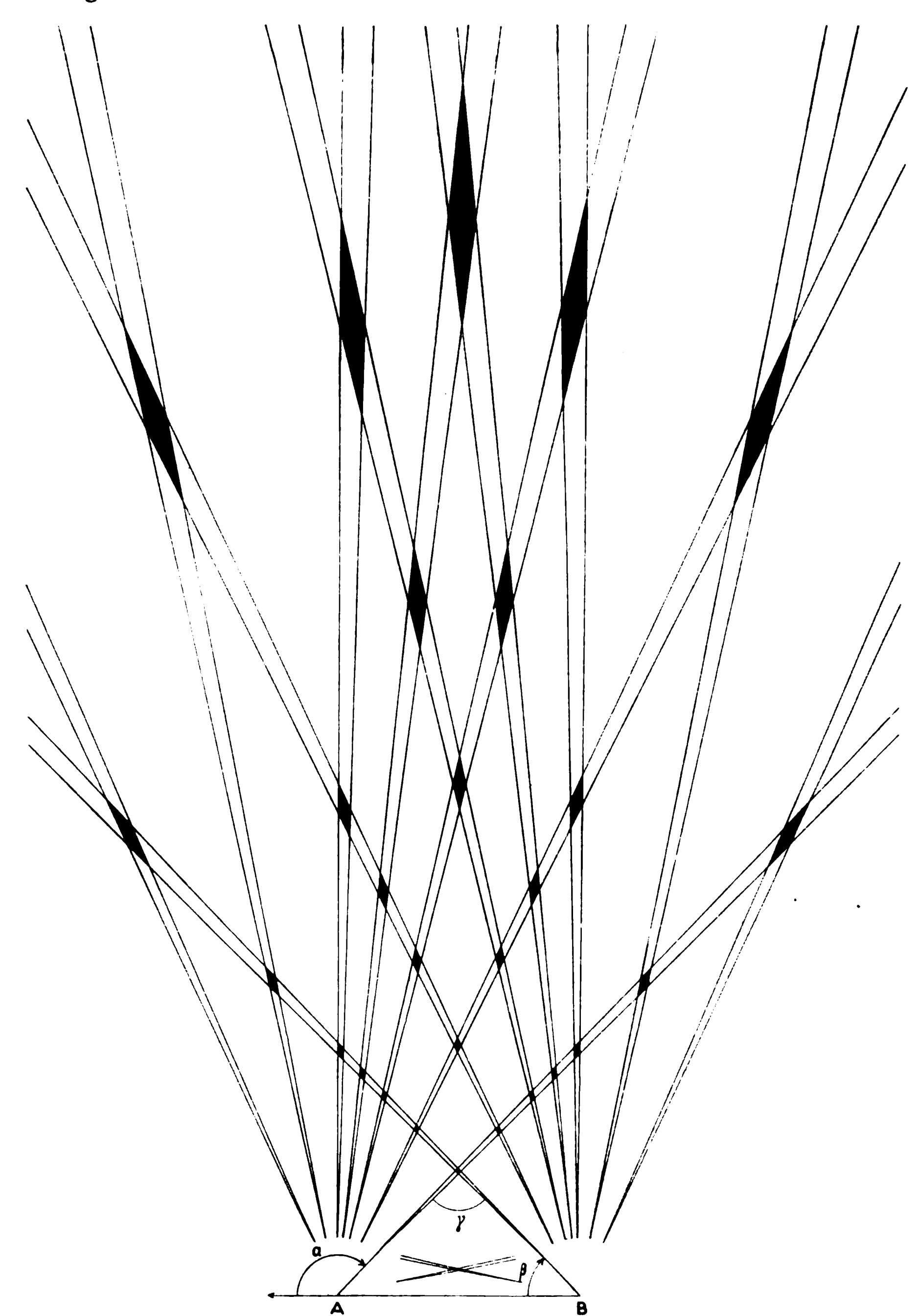


Fig. 3. Die beim Vorwärtseinschnitt auftretenden Fehlervierecke und deren Veränderung mit dem Abstand des Punktes von der Standlinie.

Beim Vorwärtseinschnitt und in der Photogrammetrie pflegte man selten unter einen Winkel $\gamma = 30^0$ herunterzugehen. Ist doch das Verhältnis zwischen dem Abstandsfehler und dem Richtungsfehler, wie aus folgender Tabelle ersichtlich, für einen Winkel $\gamma = 30^0$ schon recht ungünstig, nämlich gleich 4 : 1.

Von der Unsicherheit in der Ortsbestimmung des Punktes, die durch das graphische Auftragverfahren, insonderheit durch mangelhaftes Spitzen des Bleistiftes auftritt, soll hier nicht weiter gesprochen werden.

Entfernung: Standlinie	Konvergenzwinkel (abgerundet)	Abstandsfehler: Richtungsfehler	Richtungsfehler	Abstandsfehler
$^1/_2:1$	90°	1 : 1	—	—
1 : 1	60°	2 : 1	1	2
2 : 1	30°	4 : 1	2	$8 = 2 \cdot 2^2$
3 : 1	20°	6 : 1	3	$18 = 2 \cdot 3^2$
5 : 1	10°	10 : 1	5	$50 = 2 \cdot 5^2$
10 : 1	6°	20 : 1	10	$200 = 2 \cdot 10^2$
20 : 1	3°	40 : 1	20	$800 = 2 \cdot 20^2$

II.

Direkte mikrometrische Messung des spitzen Winkels γ und die dadurch bewirkte Verkürzung des Fehlervierecks.

Das mikrometrische Streckenmeßverfahren ist von mir vor mehr als 10 Jahren zur Messung der Standlinie für stereophotogrammetrische Aufnahmen eingeführt worden und hat sich hierfür ausgezeichnet bewährt. Mit der Vervollkommnung der Phototheodolite ist dem Mikrometerwerk und den übrigen zur Messung der Standlinie dienenden Hilfseinrichtungen (Meßlatte und Zielscheiben) eine immer weitergehende Verbesserung und dem Verfahren selbst eine über die Aufgaben der Stereophotogrammetrie hinausgehende Nutzanwendung zur Messung von Strecken und Polygonzügen zuteil geworden.

Das Verfahren gründet sich auf die mikrometrische Messung des spitzen Winkels in einem Dreieck, in dem die eine der langen Seiten die zu messende Strecke bedeutet, und die dem spitzen Winkel gegenüberliegende Standlinie gebildet wird von einer horizontalen Meßlatte oder einer vorher mit Meßlatte mikrometrisch gemessenen Hilfsbasis ($\overline{AB}$ in Fig. 4).

Eine besonders für den Krieg wichtige weitere Nutzanwendung hat das Verfahren neuerdings auch dadurch gefunden, daß es möglich ist, nach ihm für den Beobachter nicht notwendig zugängliche Punkte zu messen.

Über das Verfahren selbst habe ich vor kurzem einen längeren Aufsatz Meß 332: „Die mikrometrische Ermittelung von Standlinien und Strecken (Kartenentfernungen) und die hier-

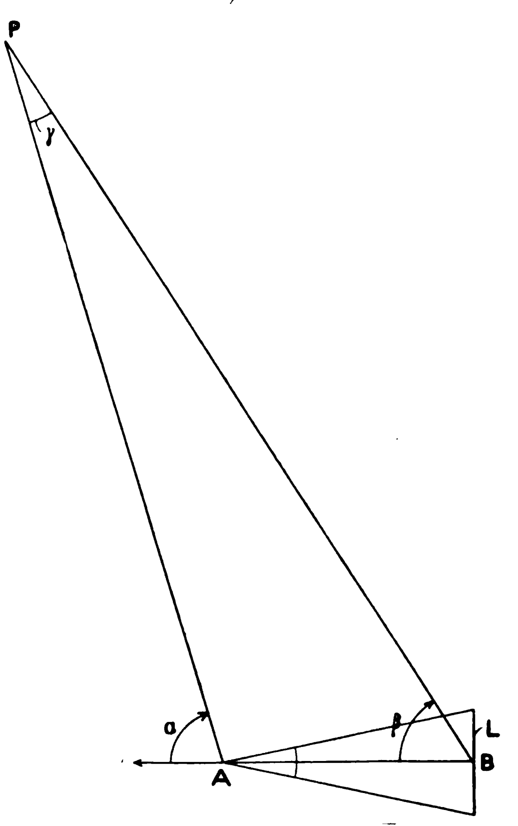


Fig. 4. Mikrometrische Messung der Strecke $\overline{AP}$ mit Hilfe einer an A angelegten und mit der Meßplatte L mikrometrisch gemessenen Hilfsbasis $\overline{AB}$.

für erforderlichen Apparate und Hilfseinrichtungen" niedergeschrieben. Als Ergebnis dieser Arbeit konnte festgestellt werden, daß jedesmal, wenn die zu messende Strecke nicht größer ist als das zwanzigfache der Standlinie, der relative Fehler der Streckenmessung nicht größer ist als der relative Fehler der Standlinie.

Die Fehlergleichung für die Beurteilung der erreichbaren Genauigkeit der Streckenmessung ergibt sich aus unserer obigen Abstandsgleichung 1) durch Logarithmieren und Differenzieren zu:

$$\frac{\partial \overline{AP}}{\overline{AP}} = \frac{\partial \overline{AB}}{\overline{AB}} + \frac{\partial \beta}{\operatorname{tang} \beta} - \frac{\partial \gamma}{\operatorname{tang} \gamma}. \qquad 5)$$

In dieser Gleichung entscheidet, wenn der Winkel γ ein spitzer ist, nach der bisherigen Art der Winkelmessung ausschließlich das dritte Glied über die Genauigkeit der Streckenmessung. Durch die mikrometrische Messung des Winkels γ aber wird der Winkelfehler $\partial \gamma$ auf einen Wert (rund 1″) herabgedrückt, den die Winkelmessung am Teilkreis für gewöhnlich nicht zu bieten vermag. Damit wird erreicht, daß der Fehlereinfluß des letzten Gliedes trotz der geringen Ausdehnung des Winkels γ nicht viel größer ist als der des ersten, nächstwichtigen Gliedes der rechten Seite der Fehlergleichung. Das mikrometrische Meßverfahren ist somit imstande, den größeren Fehlereinfluß des spitzen Winkels auf das Resultat wieder aufzuheben und eine Genauigkeit der Streckenmessung zu gewährleisten, wie sie früher nur mit relativ großen Standlinien oder bei relativ kleinen Standlinien nur durch Anwendung feinster Theodolite mit Sekundenablesung erreicht wurde.

Was nun die Verkürzung des Fehlervierecks anbetrifft, so wirkt in dieser Richtung schon allein die Tatsache, daß man den zur Berechnung der Strecke benötigten Winkel γ nicht aus den Winkeln α und β ableitet, sondern ihn direkt mißt. Bezeichnet man den bei den Einzelmessungen von α und β begangenen Fehler der Winkelmessung mit $\pm \Delta$, beispielsweise für einen Teilkreis mit 20″ Ablesung mit $\Delta = \pm 10''$, so ist der Fehler des hieraus abgeleiteten Winkels $\gamma = \alpha - \beta$ mit $\pm 2\Delta$ in Anrechnung zu bringen (vgl. Fig. 5), während er unter sonst gleichen Umständen bei direkter Messung des Winkels γ nur $\pm \Delta$ betragen würde.

Dementsprechend ist auch, wie aus Fig. 5 ersichtlich, das Fehlerviereck ein anderes geworden. Die beiden äußeren Enden des Fehlervierecks sind verschwunden. Wenn auch die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Winkelwerten, die zwischen $\gamma \pm \Delta$ und $\gamma \pm 2\Delta$ gelegen sind, nicht sehr groß war, so ist doch jetzt, wo γ direkt gemessen wird, jede Möglichkeit für das Zustandekommen solcher Werte von vornherein ausgeschlossen.

Wir sehen also, daß allein der Umstand, daß der Winkel γ nicht durch Messung der beiden Winkel α und β ermittelt, sondern direkt gemessen wird, das Verhältnis zwischen dem Abstandsfehler und dem Richtungsfehler unter sonst gleichen Umständen so verkleinert, daß es gleich wird dem Verhältnis der Entfernung zur Standlinie. In dem gleichen Verhältnis muß daher auch die Leistungsfähigkeit des mikrometrischen Meßverfahrens (rund 1″) zur Winkelablesung am Teilkreis (10 bis 20″) stehen, wenn für ein Verhältnis zwischen Entfernung und Standlinie (10 : 1 bis 20 : 1), wie es für die mikrometrische Streckenmessung zu empfehlen ist, das Fehlerviereck soweit verkürzt werden soll, daß es nach beiden Hauptrichtungen die gleiche Ausdehnung erhält.

Die mit der Basismeßschraube der Phototheodolite und des für solche Streckenmessungen besonders eingerichteten und leicht transportablen Streckenmeß-Theodolits (siehe Meß 332) ausgeführten Messungen haben diese Schlußfolgerung vollauf bestätigt.

Daß das gleiche Resultat auch mit der Stereophotogrammetrie erreichbar ist, ist durch die Nutzanwendungen, welche diese Methode in den letzten 10 bis 15 Jahren auf dem Gebiete des Vermessungswesens gefunden hat, mehr als ausreichend bewiesen.

III.

Die mikrometrische Messung des spitzen Winkels in der Stereophotogrammetrie.

Mit dem Stereokomparator mißt man direkt keine Winkel, sondern immer nur lineare Strecken, die aber sofort in Winkelwerte umgerechnet werden können. Im übrigen ist, wie wir gleich sehen werden, das Verfahren vollkommen analog dem im vorigen Abschnitt angegebenen. Denn gerade so wie dort gemessen werden durch Ablesung am Teilkreis der Winkel α (oder β) und durch mikrometrische Messung mit einer wesentlich weitergehenden Genauigkeit die Winkeldifferenz $\alpha - \beta = \gamma$, so wird in der Stereophotogrammetrie durch Ablesung an einer Millimeterskala mit Nonius die Abszisse x_1 der linken Platte auf 0,1 bis 0,05 mm genau und die Abszissendifferenz $x_1 - x_2 = a$, die sogenannte Parallaxe, von der die Genauigkeit der Entfernungsmessung in erster Linie abhängt, an der Trommel der Parallaxenschraube auf 0,01 bis 0,002 mm genau gemessen.

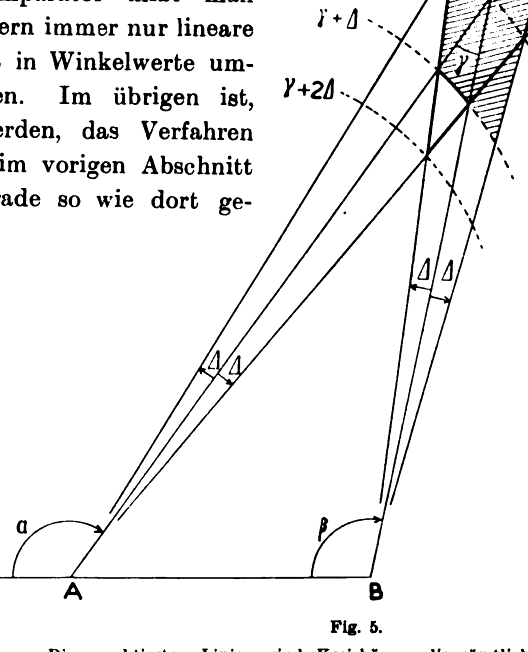


Fig. 5.

Die punktierten Linien sind Kreisbögen, die sämtlich durch die Endpunkte der Standlinie hindurchgehen. Sie bezeichnen den geometrischen Ort des Scheitelpunktes des spitzen Winkels, nach dem bekannten Satz, daß die Peripheriewinkel über einer Sehne unter sich gleich sind.

Das langgestreckte ausgezogene Viereck bezeichnet das Fehlerviereck bei Messung der beiden Winkel α und β. Das schraffierte Viereck gilt für die Bestimmung der Winkel β und γ und das schraffierte und stark ausgezogene Sechseck für den Fall, daß alle drei Winkel gemessen werden.

Auch hier hat die Messung der Parallaxe nichts mit der Messung der Abszisse zu tun. Sie ist eine von dieser vollkommen unabhängige Messung für sich. Denn geradeso wie die Messung einer Länge oder eines Winkels zwei Einstellungen erfordert (Anfang und Ende), so sind auch hier zur Messung der Parallaxe zwei, aber auch nur zwei Einstellungen notwendig: die eine auf das Zusammenfallen

der wandernden Marke im Stereokomparator mit dem Raumbild der die optische Achse anzeigenden Lochmarken, die andere auf das Zusammenfallen der wandernden Marke mit dem Raumbild des zu messenden Punktes. Diese beiden Einstellungen sind notwendig und ausreichend zur Bestimmung der Parallaxe.

Nach diesem Verfahren wird leider nicht immer gearbeitet. Man begnügt sich oft damit, in jedem der beiden Okulare auf die Mitte der zugehörigen Lochmarke einzustellen und zählt von hieraus die Parallaxe. In vielen Fällen, insonderheit für nahe Entfernungen, wo die Parallaxe groß ist, mag man sich hiermit auch begnügen, da die Einstellung der Okularmarke auf die Mitte der kreisförmigen Lochmarke einer sehr großen Genauigkeit fähig ist. Aber man sollte das nicht immer tun. Man sollte sich vielmehr immer vergegenwärtigen, daß die Genauigkeit der stereoskopischen Einstellung der Ballonmarke auf das Raumbild der Lochmarke nicht allein im Prinzip, sondern auch in bezug auf die erreichbare Genauigkeit der einäugigen Einstellung überlegen ist. Handelt es sich um die Messung kleiner Parallaxen — große Entfernungen —, wo es darauf ankommt, die letzten Feinheiten der Messung aus dem Plattenpaar herauszuholen, sollte man auf diesen Umstand besonders acht geben und die Einstellung der wandernden Marke auf die Lochmarken ebenso wie die auf den zu messenden Gegenstand nur im beidäugigen Sehen vornehmen.

Bei dieser Art Messung der Parallaxe ist man dann auch imstande, im Interesse der Erzielung einer größeren Genauigkeit der Messung die ihr entgegenstehenden Störungen fernzuhalten. Die hauptsächlichsten Störungen sind der tote Gang der Parallaxenschraube und die durch eine stärkere Temperaturänderung während der Messung hervorgerufene Änderung des Plattenabstandes. Die erste der beiden Änderungen vermeidet man durch Beachtung des bekannten Grundsatzes, daß die beiden Einstellungen, die eine auf das Raumbild der Lochmarke und die andere auf das Raumbild des Punktes, bei gleicher Bewegungsrichtung der Schraube vorgenommen werden und die zweite dadurch, daß man die Nullstellung der Parallaxenschraube von Zeit zu Zeit nachsieht und nötigenfalls berichtigt. Im übrigen vergleiche man die Justiervorschrift. Meß 249.

Die Messung am Stereokomparator ergibt also immer nur zwei Werte: nach Größe und Vorzeichen die Abszisse x_1 auf der linken Platte und nach Größe und Vorzeichen die Parallaxe $a = x_1 - x_2$. Damit ist natürlich auch die Abszisse x_2 nach Größe und Vorzeichen gegeben zu $x_2 = x_1 - a$.

Was nun die Berechnung der Winkeldifferenz $\delta_1 - \delta_2$ in obiger Gleichung 3) angeht, so können wir aus

$$\frac{x_1}{f} = \operatorname{tang} \delta_1 \quad \text{und} \quad \frac{x_1 - a}{f} = \operatorname{tang} \delta_2 \qquad (6)$$

die beiden Winkel δ_1 und δ_2 sofort ableiten, und es ist auch hiergegen nichts einzuwenden, solange es sich um Punkte handelt, die in der Nähe der Plattenmitte gelegen sind. Die Winkel δ_1 und δ_2 sind dann sehr klein, und die Ausrechnung der Winkel mit der verlangten Genauigkeit bis auf einzelne Sekunden ist mit den vorhandenen Logarithmentafeln für kleine Winkel schnell ausführbar.

Aber im Sinne der Methode ist das nicht. Die Methode verlangt, daß man die Winkeldifferenz $\delta_1 - \delta_2$ nach Größe und Vorzeichen direkt aus der Abszissendifferenz $a = x_1 - x_2$ und nicht durch Berechnung der Einzelwerte für δ_1 und δ_2 ableitet.

Das geschieht in folgender Weise: Man berechnet nur δ_1 und leitet den Wert für $\delta_1 - \delta_2$ nach Größe und Vorzeichen aus folgender Gleichung ab:

$$\operatorname{tang}(\delta_1 - \delta_2) = \frac{\operatorname{tang}\delta_1 - \operatorname{tang}\delta_2}{1 + \operatorname{tang}\delta_1 \cdot \operatorname{tang}\delta_2} = \frac{af}{f^2 + x_1^2 - x_1 a} = \frac{a}{f + x_2 \cdot \operatorname{tang}\delta_1}. \quad 7)$$

Wie man sieht, ist hier die Winkeldifferenz $\delta_1 - \delta_2$ in direkte Beziehung zur Parallaxe a, der Abszissendifferenz $x_1 - x_2$ gebracht. Die numerische Berechnung der rechten Seite kann jetzt mit einer fünfstelligen Logarithmentafel vorgenommen werden. Den Wert für $\delta_1 - \delta_2$ entnimmt man dann ohne weiteres der Logarithmentafel für kleine Winkel.

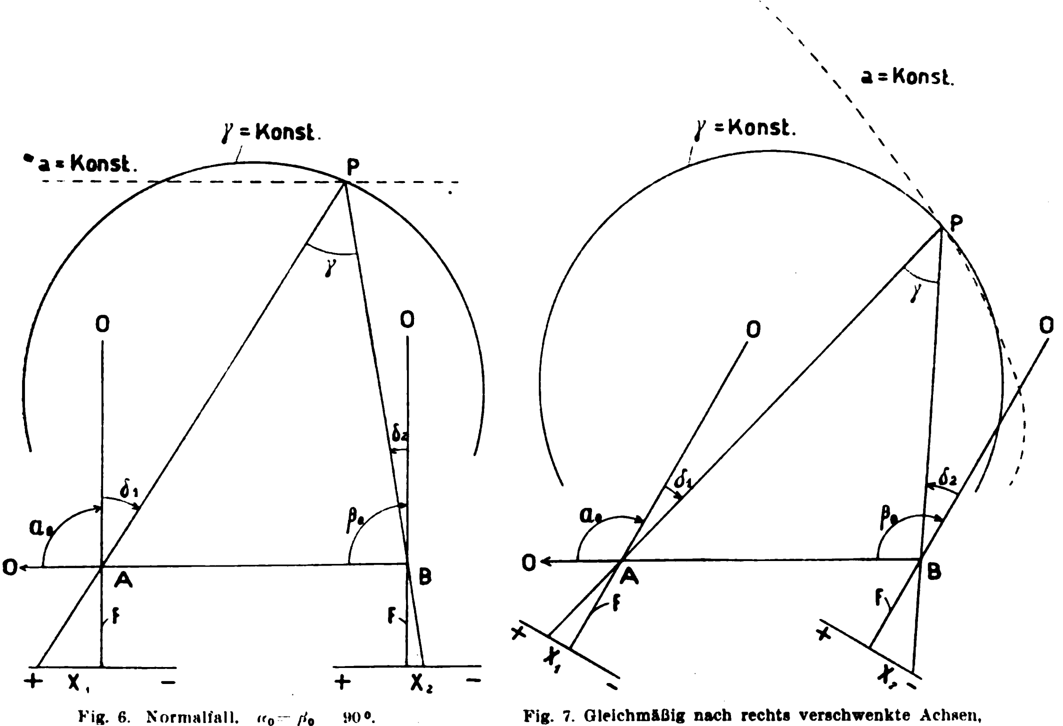


Fig. 6. Normalfall. $\alpha_0 = \beta_0 = 90°$.

Fig. 7. Gleichmäßig nach rechts verschwenkte Achsen, $\alpha_0 (= \beta_0) > 90°$.

Die Abhängigkeit der Winkeldifferenz von der Parallaxe kommt durch diese Formel unmittelbar zum Ausdruck. Über das Vorzeichen von $\delta_1 - \delta_2$ entscheidet allein das Vorzeichen der Parallaxe a, denn der im Nenner der rechten Seite stehende Ausdruck $f^2 + x_1^2 - x_1 a$ hat immer das positive Vorzeichen.

Die Winkeldifferenz hängt aber, wie man sieht, außer von der veränderlichen Parallaxe a auch noch von der veränderlichen Abszisse x_1 ab. Es ist daher allgemein für $a =$ konst. nicht auch $\delta_1 - \delta_2 =$ konst. Denn der geometrische Ort für den Scheitelpunkt des Winkels $\delta_1 - \delta_2 =$ konst. ist immer ein Kreisbogen über der Standlinie als Sehne, der geometrische Ort für $a =$ konst. dagegen je nach den Aufnahmebedingungen verschieden: eine gerade Linie parallel zur Standlinie für den Normalfall (Fig. 6), eine Parabel (Fig. 7) für gleichmäßig nach rechts oder links verschwenkte Achsen, eine Ellipse (Fig. 8) für konvergente Achsen und eine Hyperbel (Fig. 9) für divergente Achsen. Die größte Annäherung der beiderseitigen Kurven besteht für den Fall der konvergenten Achsen.

Im ersten, zweiten und letzten Fall kommen nur positive Parallaxen — Win-

keldifferenzen —, im dritten Fall positive und negative Parallaxen — Winkeldifferenzen — vor. Sind die Achsen bei der Aufnahme parallel gerichtet, so ist $\gamma_0 = 0$ und $\delta_1 - \delta_2 = \gamma$, also gleich dem Winkel, unter dem sich die Strahlen im Punkte P schneiden. Sind die Achsen konvergent oder divergent gerichtet, so bezeichnet $\delta_1 - \delta_2$ nach Größe und Vorzeichen die Winkeländerung des positiven oder negativen Konvergenzwinkels γ_0. Für $a = 0$ ist auch $\delta_1 - \delta_2 = 0$, und dementsprechend fallen hierfür die geometrischen Orte für $a = 0$ und $\delta_1 - \delta_2 = 0$ zusammen. Für parallele Achsen liegen diese Orte im Unendlichen. Für konvergente Achsen (Fig. 8) bilden sie den durch den Punkt P gehenden sogenannten Nullkreis.

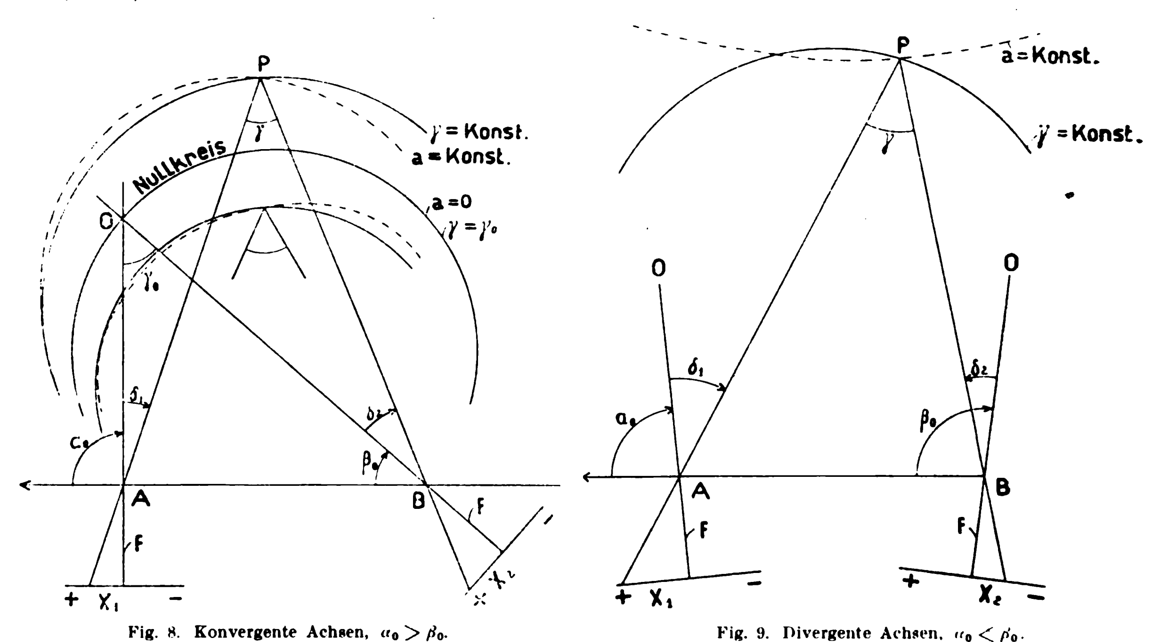


Fig. 8. Konvergente Achsen, $\alpha_0 > \beta_0$.

Fig. 9. Divergente Achsen, $\alpha_0 < \beta_0$.

Für den Fall konvergenter Achsen ist in bezug auf die Handhabung des Stereokomparators noch zu bemerken, daß man bei der Einstellung der Parallaxenschraube und der Platten auf dem Stereokomparator von vornherein auf die vorzunehmende Messung von positiven und negativen Parallaxen Rücksicht nehmen muß. Man rückt zu dem Ende — siehe auch die Justiervorschrift Meß 249 — die linke Platte um einige 20 mm nach rechts und durch Drehen an der Mikrometerschraube die rechte Platte um den gleichen Betrag ebenfalls nach rechts und erhält jetzt für das Zusammenfallen der beiderseitigen Lochmarken mit der wandernden Marke einen Wert, der ungefähr in die Mitte des Wertbereichs der Mikrometerschraube zu liegen kommt. Von hieraus werden dann die Parallaxen — Winkeldifferenzen — nach der einen Seite mit plus, nach der anderen Seite mit minus gerechnet.

IV.

Die rechnerische Ermittelung der Koordinaten eines im Stereokomparator gemessenen Punktes.

Für die Zwecke der Koordinatenberechnung eines im Stereokomparator gemessenen Punktes lassen wir die Unterscheidung der Aufnahmebedingungen, wie sie bisher in der Stereophotogrammetrie üblich gewesen ist, fallen, um so mehr, weil wir

jetzt an diese Bedingungen nicht mehr gebunden sind. Wir werden für die Ausführung der Rechnung die Aufnahmen nur danach unterscheiden, ob die Achsen einander parallel gerichtet sind, oder ob sie sich in endlicher Entfernung vor oder hinter der Standlinie schneiden. Die Aufnahmen nach dem Normalfall bedeuten somit: $\alpha_0 = \beta_0 = 90^0$, die Aufnahmen mit 30^0 nach links verschwenkten Achsen: $\alpha_0 = \beta_0 = 60^0$ und die Aufnahmen mit 30^0 nach rechts verschwenkten Achsen: $\alpha_0 = \beta_0 = 120^0$. Ob Konvergenz- oder Divergenzstellung der Achsen vorliegt, entscheidet das Vorzeichen von $\gamma_0 = \alpha_0 - \beta_0$.

Wir nehmen also zunächst an, daß die beiden Winkel α_0 und β_0 und damit auch γ_0 gegeben sind. Die Messung am Stereokomparator liefert die Werte x_1 und a. Zur Ausführung der Rechnung wird dann noch verlangt die Kenntnis der Koordinaten des linken Standortes und des Richtungswinkels der Standlinie zum positiven Arm der x-Achse des Koordinatensystems. Diese Werte werden in bekannter Weise durch Rückwärtseinschnitt vom linken Standort aus nach bekannten Fixpunkten erhalten.

Liegt, wie z. B. bei Schießversuchen gegen die See, eine Hauptrichtungslinie fest, auf die alle Geschoßeinschläge nach Abstand und Seitenabweichung bezogen werden sollen, so wird man natürlich von vornherein das Koordinatensystem so wählen bzw. umrechnen, daß die x-Richtung des neuen Systems mit dieser Hauptrichtungslinie zusammenfällt und der Anfang des Koordinatensystems mit der Mündung des Geschützes zusammenfällt. Die so erhaltenen und auf ein Zeichenbrett aufgetragenen Koordinaten können dann leicht mit Hilfe eines im Koordinatenanfang eingesetzten Drehlineals mit Millimeterteilung und eines Dreiecks, dieses ebenfalls mit Millimeterteilung, in die auf die eigentliche Schußrichtung bezogenen Koordinaten umgewertet werden.

Bei den im folgenden angegebenen Formeln, die zugleich als Rechenschema dienen sollen, ist jedesmal der gesuchte Wert an das Ende der Formel gesetzt, so daß man wie bei der Ausführung der Rechnung immer vom Bekannten zum Errechneten fortschreitet.

I. Fall. (Fig. 10.)

Die Achsen seien bei der Aufnahme einander genau parallel gerichtet und der Winkel $\alpha_0 = \beta_0$ bekannt.

Es sind die Koordinaten des Punktes P zu bestimmen.

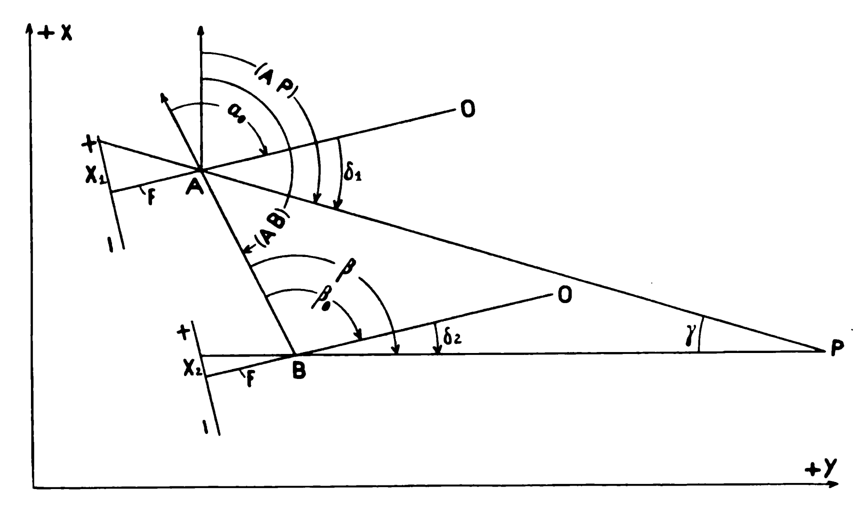


Fig. 10.

Gegeben sind ferner:

die Standlinie $\overline{AB}$, ihr Richtungswinkel (AB) und die Koordinaten X_A und Y_A des linken Standortes.

Gemessen auf dem Stereokomparator werden:

$$x_1 \text{ und } a = x_1 - x_2 \quad | \quad (x_2 = x_1 - a).$$

Alsdann erhält man die gesuchten Koordinaten des Punktes P aus

$$\frac{x_1}{f} = \operatorname{tang} \delta_1 \quad | \quad \beta_0 + \delta_2 = \beta$$

$$\frac{x_2}{f} = \operatorname{tang} \delta_2 \quad | \quad \frac{a}{f + x_2 \operatorname{tang} \delta_1} = \operatorname{tang} \gamma$$

$$\alpha_0 + \delta_1 + (AB) - 180^0 = (AP)$$

$$\overline{AB} \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \overline{AP}$$

zu:

$$X_A + \overline{AP} \cdot \cos (AP) = X_P$$

$$Y_A + \overline{AP} \cdot \sin (AP) = Y_P.$$

II. Fall. (Figur 11.)

Die Achsen schneiden sich vor der Standlinie in endlicher Entfernung, und die Winkel α_0 und β_0 seien bekannt.

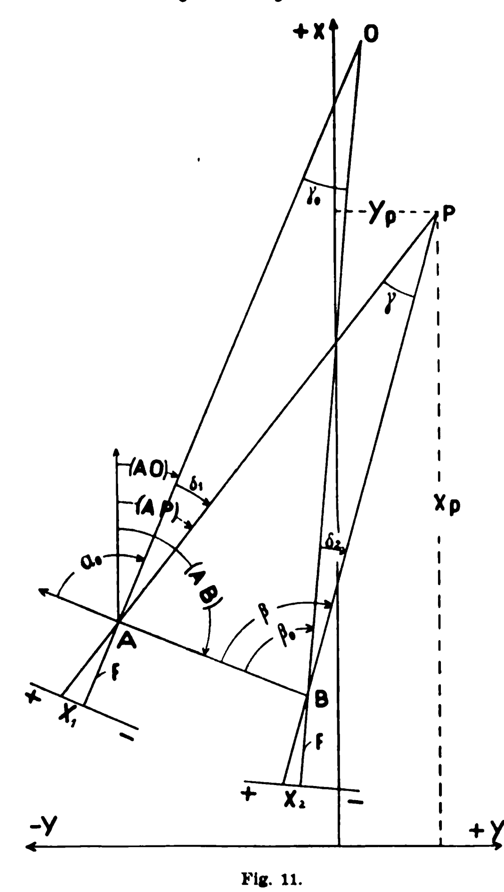


Fig. 11.

a) Es sollen zunächst die Koordinaten des Schnittpunktes O der beiden Achsen bestimmt werden.

Gegeben ist ferner:

(AB) und $\overline{AB}$, X_A und Y_A.

Es berechnet sich:

$$\alpha_0 + (AB) - 180^0 = (AO)$$

$$\overline{AB} \frac{\sin \beta_0}{\sin \gamma_0} = \overline{AO}$$

$$X_A + \overline{AO} \cos (AO) = X_0$$

$$Y_A + \overline{AO} \sin (AO) = Y_0.$$

b) Es sind die Koordinaten des Punktes P zu bestimmen.

Gemessen sind:

$$x_1 \text{ und } a = x_1 - x_2 \quad | \quad (x_2 = x_1 - a).$$

Die Rechnung ergibt:

$$\frac{x_1}{f} = \operatorname{tang} \delta_1 \quad | \quad \frac{a}{f + x_2 \operatorname{tang} \delta_1} = \operatorname{tang}(\delta_1 - \delta_2)$$

$$\frac{x_2}{f} = \operatorname{tang} \delta_2 \quad | \quad \gamma_0 + (\delta_1 - \delta_2) = \gamma$$

$$\beta_0 + \delta_2 = \beta \quad | \quad (AO) + \delta_1 = (AP).$$

Die Berechnung von $\overline{AP}$, X_P und Y_P wie in Fall I.

III. Fall. (Fig. 12.)

Die beiden Winkel α_0 und β_0 seien entweder gar nicht oder nur unsicher gemessen.

Ein bekannter Fixpunkt ♁ sei auf beiden Platten abgebildet. Der Konvergenzwinkel γ_0 und die beiden Winkel α_0 und β_0 sollen nachträglich bestimmt werden.

Gegeben sind:

(AB) und $\overline{AB}$, X_A und Y_A, und $X_{\text{♁}}$ und $Y_{\text{♁}}$, woraus sich berechnet:

$$\frac{Y_{\text{♁}} - Y_A}{X_{\text{♁}} - X_A} = \operatorname{tang}(A\text{♁})$$

$$\frac{Y_{\text{♁}} - Y_A}{\sin(A\text{♁})} = \frac{X_{\text{♁}} - X_A}{\cos(A\text{♁})} = \overline{A\text{♁}}$$

$$180^0 - (AB) + (A\text{♁}) = \alpha_{\text{♁}} (= \beta_{\text{♁}} + \gamma_{\text{♁}}).$$

$\alpha_{\text{♁}}$ kann auch direkt gemessen werden.

Die Messung des trigonometrischen Punktes auf dem Stereokomparator habe ergeben:

x_1 und $a = x_1 - x_2$ | $(x_2 = x_1 - a)$.

Alsdann ist:

$$\frac{\overline{A\text{♁}} - \overline{AB}}{\overline{A\text{♁}} + \overline{AB}} \operatorname{tang} \frac{\alpha_{\text{♁}}}{2} = \operatorname{tang} \frac{\beta_{\text{♁}} - \gamma_{\text{♁}}}{2}$$

$$\frac{\alpha_{\text{♁}}}{2} - \frac{\beta_{\text{♁}} - \gamma_{\text{♁}}}{2} = \gamma_{\text{♁}},$$

woraus sich ergibt:

$$\gamma_{\text{♁}} - (\delta_1 - \delta_2) = \gamma_0,$$

$$\alpha_{\text{♁}} - \delta_1 = \alpha_0 \quad \text{und} \quad \alpha_0 - \gamma_0 = \beta_0.$$

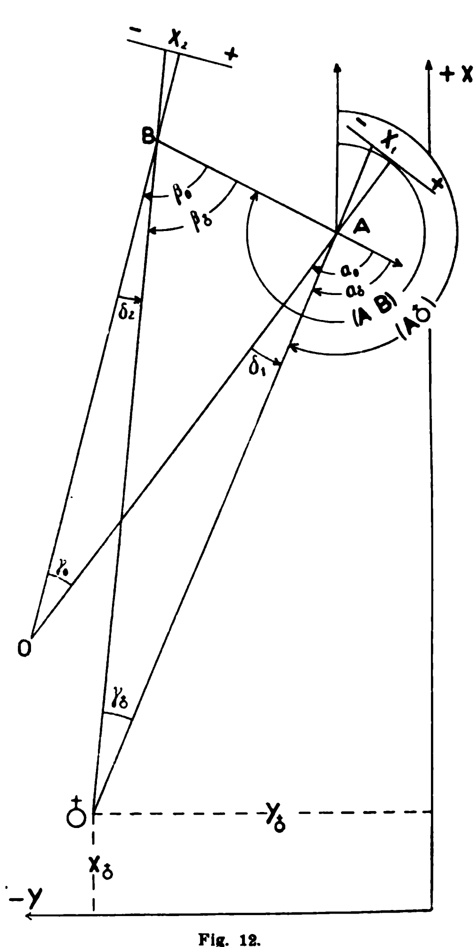


Fig. 12.

Das Beobachtungs-Astrolab der Araber.

Von

Josef Frank in Erlangen.

Unter den astronomischen Handinstrumenten im Altertum und Mittelalter, vor allem in der islamischen Welt, ist neben dem Quadranten das Astrolab das wichtigste. Bei der Vielseitigkeit seiner Verwendung als Winkelmeßinstrument und als Hilfsmittel zur mechanischen Lösung zahlreicher astronomischer und astrologischer Probleme war es bei Gelehrten und Laien sehr verbreitet. Doch war seine Herstellung schwierig und die Konstruktion der stereographischen Projektion der verschiedenen Himmelskreise erforderte ein großes Maß an mathematischem Wissen und technischem Können. Im besonderen Maße gilt das von der Projektion der Höhenparallelen (Muqantaras)

und der Vertikalkreise (Azimutalkreise). ʿAbd Allâh Nîk Merd aus Qâjin (der Hauptstadt der Provinz Qûhistân) hat ein Astrolab konstruiert, bei dem er auf diese Kreise verzichten konnte, da er es in ein Ringsystem, ähnlich dem bei der Armillarsphäre einbaute. Er nannte es Beobachtungs-Astrolab (al aṣṭur lâb al raṣdî)[1]).

Wie das gewöhnliche Astrolab hat es eine Scheibe, eine Spinne und eine Alhidade. Nur befindet sich die Kreisteilung auf der Scheibe selbst, so daß der „limbus" fortfällt. Auf ihr sind außer den Projektionen der Umlaufskreise von Steinbock, Widder-Wage, Krebs, des Meridiankreises und des Horizonts am Erdäquator nur noch die des schiefen Horizonts gezeichnet. Während beim gewöhnlichen Astrolab zur Bestimmung des Azimuts eines auf der Spinne verzeichneten Gestirnes die Azimutalkreise auf der Scheibe dienen, werden an deren Stelle beim Beobachtungsastrolab zwei zueinander senkrechte in Grade geteilte Ringe R_2 und R_3 des erwähnten Ringsystems zusammen mit der Scheibe des Astrolabs verwendet. R_2 steht in der Ebene des Meridians. Die Ermittlung der Deklination eines Gestirnes auf der Spinne ist im Gegensatz zum gewöhnlichen Astrolab dadurch vereinfacht, daß man ihren Betrag unmittelbar auf einer Art von graphischer Darstellung, die sich auf der Rückseite der Scheibe befindet, ablesen kann. Wesentlich bequemer und mit größerer Genauigkeit wie beim gewöhnlichen Astrolab kann man mit dem Instrument von Merd die Deklination eines auf dem Instrument nicht verzeichneten Sternes durch die Beobachtung bestimmen, wobei man es durch Drehung von R_2 im Innern eines weiteren Ringes R_1 parallaktisch aufstellt. Auch die Rektaszension kann man auf der Spinne, die von der des gewöhnlichen Astrolabs sich durch den in Grade geteilten Umschließungskreis unterscheidet, an diesem Kreis unmittelbar ablesen, wenn man die Bestimmung nicht an dem parallaktisch gestellten Instrument selbst ausführen will. Ein weiterer Vorteil besteht gegenüber dem gewöhnlichen Astrolab darin, daß man den Stundenwinkel an R_3 ohne weiteres ablesen kann. Mit der Armillarsphäre teilt das Beobachtungsastrolab den Vorzug, daß man die astronomische Breite eines Gestirns durch Einstellen des Ringes R_3 in die Ekliptikebene und Anvisieren des Sternes an der Gradteilung von R_2 unmittelbar feststellen kann. Die Bestimmung dieser Koordinate ist beim gewöhnlichen Astrolab nur möglich, wenn es eine besondere Scheibe mit den Projektionen der astronomischen Breitenkreise enthält. Auf dem Ring R_3

[1]) Die Beschreibung des Instrumentes findet sich ohne Kritik und ohne Begründung in dem Werke „Eingehende Behandlung (istîʿâb) aller möglichen Methoden für die Herstellung des Astrolabs" von Bîrûnî, in der er die überwiegende Zahl der bekannten Formen des Astrolabs bespricht oder doch wenigstens erwähnt (vgl. E. Wiedemann, *Weltall* **20**. *S. 25. 1919* und J. Frank, *Sitzungsber. d. Phys.-med. Soz. in Erlangen* **50/51**. *S. 275. 1919/20*). Da gerade die Einleitungen Bîrûnî's zu jedem neuen Abschnitt nicht nur ein speziell wissenschaftliches, sondern auch ein kulturhistorisches Interesse haben, sei im folgenden die zu diesem Abschnitt mitgeteilt: „Herstellung des Astrolabs al raṣdî. Es gehört zu den Astrolabien dieser Art (der kugelförmigen). Es ist von einem Mann ausgeführt worden, der in der Konstruktion des Astrolabs nicht bewandert war. Daher ist es mit einem Mangel behaftet, der sich nicht für jemand ziemen dürfte, der sich stets mit der Herstellung von Astrolabien beschäftigt. Es war ein Mann aus Qâjin, bekannt als ʿAbd Allâh Nîk Merd, wie mir darüber Abû Saʿîd al Sigzî berichtet. Wenn das Instrument nicht unter dem Namen des Astrolabs bekannt wäre und nicht diesem der Form nach gleiche, so wäre es besser, es (aus der Zahl der Astrolabien) herauszunehmen und zu den Ringinstrumenten zu zählen. Von den Dingen, die mit der Projektion zusammenhängen, werden nur der Tierkreis und die Horizonte gezeichnet. Der Grund dafür, daß ich es behandle, liegt nur in dem früher Angeführten." (Bîrûnî sagt an einer andern Stelle, daß er alle Astrolabien behandeln wolle.)

Herrn Geheimrat Wiedemann sei auch an dieser Stelle für die Überlassung seiner Übersetzung bestens gedankt.

kann man den Bogen λ der Ekliptik ermitteln, um den der Breitenkreis durch den Stern vom Meridian absteht. Stellt man ferner die Spinne entsprechend der augenblicklichen Konstellation des gestirnten Himmels auf der Scheibe ein, so findet man das augenblicklich im Meridian stehende Tierkreiszeichen. Hieraus und mit Hilfe von λ kann man die astronomische Länge eines beliebigen Gestirnes ermitteln, was beim gewöhnlichen Astrolab im allgemeinen nicht möglich ist. In einem wesentlichen Punkt steht das Beobachtungsastrolab dem gewöhnlichen nach, insofern nicht wie bei diesem die Höhe eines auf der Spinne eingetragenen Sternes zu jedem Zeitpunkt ohne besondere Maßnahmen angegeben werden kann. Als unbequem wird man es auch empfinden, daß auf der Spinne des Beobachtungsastrolabs nicht die wichtigsten Fixsterne projiziert sind, wenn ihre Lagen auch nach den gegebenen Daten auf dem Instrument selbst bestimmt sind. Der Erfinder des Instrumentes hat sie wohl fortgelassen, um der Spinne eine möglichst einfache Form zu geben, da eben die Vereinfachung des gewöhnlichen Astrolabs ihn zur Konstruktion des seinigen veranlaßte. Der Vorteil schließlich, daß dieses Instrument nicht die schwierige Zeichnung der Höhenparallelen und Vertikalkreise verlangt, sondern nur Konstruktion von geteilten Ringen und ihre Zusammensetzung, die dem arabischen Mechaniker von der Anfertigung der Armillarsphäre und anderen Instrumenten her geläufig war, überwiegt wohl mit den aufgeführten Vorzügen den Nachteil, daß die Lösung mancher Probleme beim raṣdî umständlicher ist als beim gewöhnlichen Astrolab. An einigen Beispielen wird das im folgenden gezeigt; doch sei vorher eine kurze Beschreibung des Instrumentes gegeben.

Beschreibung des Instrumentes. Von dem Ringsystem ist der innere Kreis des äußeren Ringes R_1 (Fig. 1 u. 4) in der oberen Hälfte in 180 Grade geteilt. Die Zählung beginnt am vertikalen Durchmesser, läuft nach beiden Seiten und endigt mit dem 90. Grad am horizontalen Durchmesser. Im Innern dieses Ringes bewegt sich in seiner Ebene ein zweiter R_2. Dies wird in folgender Weise ermöglicht: Der innere Rand von R_1 ist rinnenförmig ausgehöhlt; in diese Rille ragen vier Stifte hinein, die auf dem äußeren Rand von R_2 an vier um je 90 Grade voneinander abstehenden Punkten angebracht sind. So kann R_2 gedreht werden, ohne aus der Ebene von R_1 herauszutreten[1]). R_2 ist in viermal 90 Grade geteilt. Die Zählung der Grade erfolgt in der Weise, daß die 0. bzw. die 90. Grade zweier benachbarter Quadranten aneinander stoßen. In die Oberfläche von R_2 ist senkrecht zu seiner Ebene (in die Schlitze H) ein kleinerer Halbkreis R_3 (Fig. 2) so

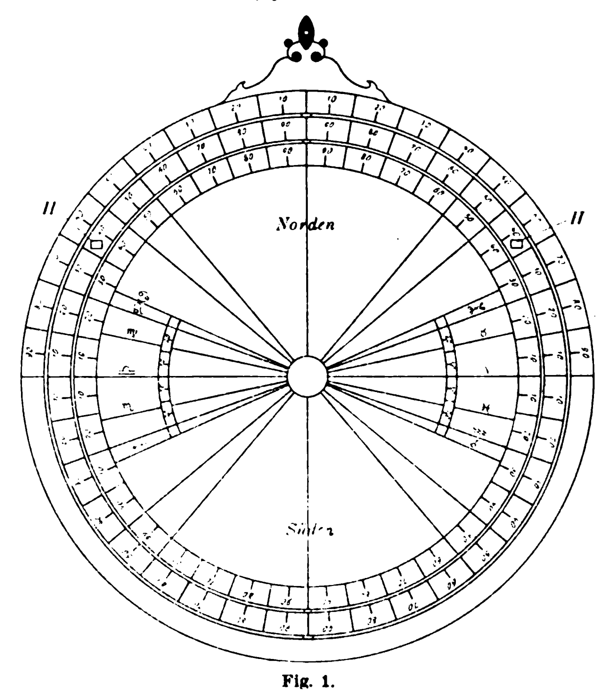


Fig. 1.

[1]) Diese Art der Führung findet sich verschiedentlich angegeben. S. Jourdain, *Magazin encycl. au Journal d. Sciences et cet. 6, 1809.*

eingelassen, daß die Schnittlinie seiner Ebene mit der von R_2 parallel zu dem durch die 90. Grade gehenden Durchmesser von R_2 ist. Der innere Kreis von R_3 ist in zweimal 90 Grade geteilt; der 90. Grad der beiden Teile liegt in R_2[1]). Um das Ringsystem vertikal aufzustellen, setzt man den äußeren Ring R_1 in einen Falz eines sich ihm eng anschmiegenden Bügels (Fig. 3), der auf einem Dreifuß ruht. (Die Abbildung ist der Leydener Handschrift entnommen.) Um dem System einen festen Halt zu geben, ist in der Mitte des Bügels ein vertikaler Stift angebracht, der sich in eine Durchbohrung im äußeren Rand von R_1 einsetzt.

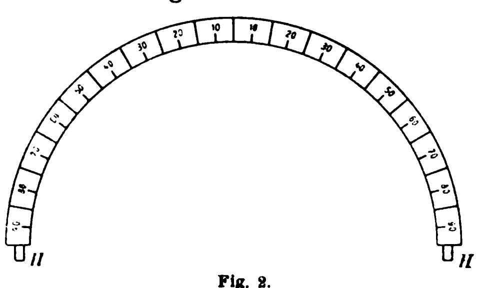


Fig. 2.

Das Astrolab selbst besteht aus einer Scheibe, einer Spinne und einer gewöhnlichen Alhidade.

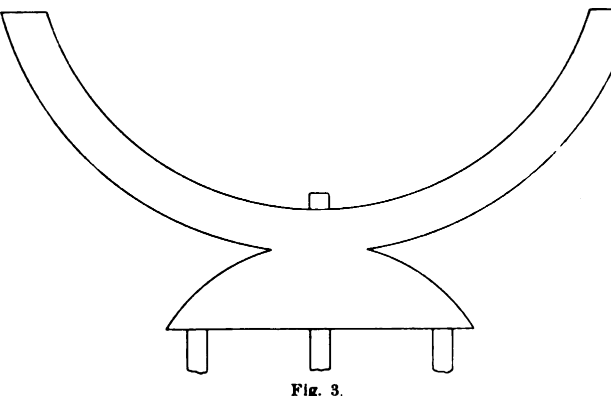


Fig. 3.

Scheibe. Die Scheibe, die aus schwächerem Metall als die Ringe ist, paßt genau in das Innere von R_2. Sie ist an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten des Randes mit kleinen Achsen versehen, die in Durchbohrungen von R_2 lagern. Die Durchbohrungen sind unterhalb dem 90. Grad der Teilung eingelassen. Um diese Achsen kann man die Scheibe aus der Ebene von R_2 heraus drehen[2]).

Fig. 4.

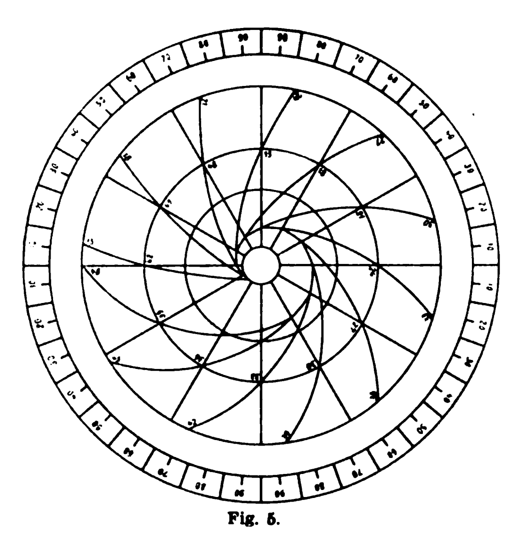
Auf beiden Seiten der Scheibe (Fig. 1) wird im geringen Abstand von dem Rand ein zu ihm paralleler Kreis gezeichnet und in 4 × 90 Grade geteilt. Die 90. Grade der vier Quadranten liegen auf dem Durchmesser durch die Achsen. Auf der einen Seite der Scheibe werden von dem zur Achse senkrechten Durchmesser ab die Deklinationen der Tierkreiszeichen und einer Anzahl von Fixsternen auf dem geteilten Kreis abgetragen. In der einen Richtung werden die nördlichen, in der anderen die

[1]) Man muß R_3 so aufsetzen, daß er die Gradteilung von R_2 nicht verdeckt. Dies kann man erreichen, wenn man seinen inneren Durchmesser etwas größer macht als die gemeinsame Sehne des inneren Kreises von R_2 und des inneren von R_3 ist, so daß er von dem geteilten Rand von R_2 etwas abgerückt ist.

[2]) Um das Astrolab zusammensetzen zu können, muß man sich die Ringe R_1 und R_2 an zwei Stellen längs eines Durchmessers ganz durchbohrt denken. Man setzt die Scheibe so ein, daß ihre Löcher, in die die Achsen eingesetzt werden, und die Durchbohrungen in den zwei Ringen genau übereinander zu liegen kommen (Fig. 4). Zunächst werden die beiden Achsen für die Scheibe von außen her durch die Durchbohrungen von R_1 und R_2 geschoben und in die Löcher der Scheibe fest eingesetzt. Die Achse dürfte bis zur Mitte von R_2 reichen. Sodann werden die etwas stärkeren Bolzen, die R_3 die Führung bei der Drehung geben, eingeführt und eingesetzt. Da die Bolzen etwas stärker als die Achsen sind, haben die Durchbohrungen in R_1 und R_2 einen größeren lichten Durchmesser als die Löcher in der Scheibe und auch als die Achsenlager in R_2. Ein Festsitzen der Bolzen und Achsen erreicht man durch eine konische Form der Durchbohrungen und Löcher.

südlichen Deklinationen aufgezeichnet und die betreffenden Endpunkte mit dem Mittelpunkt der Scheibe je durch eine Linie verbunden. So werden die Deklinationen der Anfänge der Tierkreiszeichen Krebs, Löwe, Jungfrau auf der einen (linken) Hälfte der Scheibe nach der einen Richtung; die von Wage, Skorpion, Schütze nach der anderen Richtung abgetragen. Auf der anderen (rechten) Hälfte der Scheibe finden nach der ersten Richtung die Deklinationen der drei anderen nördlichen Tierkreiszeichen Zwillinge, Stier, Widder Platz, nach der zweiten Richtung die der drei übrigen südlichen Zeichen Fische, Wassermann, Steinbock. Daher steht auf der einen Seite Norden, auf der anderen Süden. Der Name des Zeichens steht auf dem Radius durch den Endpunkt des abgetragenen Bogens. In ähnlicher Weise werden die Deklinationen der Fixsterne aufgezeichnet. Bei solchen, die im Raume auf dem gleichen oder auf einander benachbarten Parallelkreisen zum Äquator liegen, endigen die abgetragenen Deklinationen in demselben Punkt oder in unmittelbar benachbarten Punkten. Deshalb trägt man die Deklination des einen Sternes auf der linken, die des anderen auf der rechten Hälfte ab ähnlich wie bei den Tierkreiszeichen, die gleichen Abstand vom Äquator haben. Der Name des Sternes steht auf dem zugehörigen Radius.

Auf der anderen Seite der Scheibe (Fig. 5) ist in einem kleinen Abstand von dem geteilten Kreis parallel zu ihm ein Kreis gezeichnet, der als Projektion des Wendekreises des Steinbocks angenommen wird. In dem dieser Größe entsprechenden Verhältnis werden die Projektionen des Himmeläquators und des Wendekreises des Krebses ähnlich wie beim gewöhnlichen Astrolab gezeichnet. Vom Mittelpunkt aus werden 45 Radien, gleichmäßig über die Scheibe verteilt, und die dazu senkrechten Radien bis zum Wendekreis des Steinbocks gezogen, so daß im ganzen 90 Radien entstehen[1]). Jeder von ihnen wird einerseits als die Projektion des Meridians, andererseits als die des Horizonts am Erdäquator aufgefaßt. Zu jeder dieser „Meridiangeraden" wird die eine Hälfte der Projektion eines ganz bestimmten Horizonts, und zwar der von Norden über Osten sich erstreckende Teil in der gleichen Weise wie beim gewöhnlichen Astrolab gezeichnet. Jeder dieser Horizonte muß natürlich durch den Schnittpunkt der Projektionen des Himmelsäquators und des Horizonts am Erdäquator gehen. Man erhält 90 Horizonte für 90 Breiten, die zwischen dem Anfang des ersten Klimas und dem Ende des siebenten[2]) liegen sollen. Die Zahlen für die Breite werden sowohl an die zugehörige „Meridiangerade", und zwar entlang des


Fig. 5.

[1]) Bîrûni gibt an, man soll den Kreis in 90 gleiche Teile teilen; man erhält aber so nicht Radien, die senkrecht zueinander stehen, wie er verlangt. Die Figuren in den Handschriften sind nur schematisch gezeichnet.

[2]) Bîrûni gibt an einer anderen Stelle (E. Wiedemann, *Sitz.-Ber. d. phys.-med. Soz. in Erlangen*, **44**. *S. 11. 1912*) für den Anfang des 1. Klimas 12° 39′ und für das Ende des 7. Klimas 50° 25′ an.

Widderkreises, wie auch an die Horizontlinie entlang des Steinbockkreises geschrieben. Diese Seite der Scheibe heiße Vorderseite[1]), die vorher beschriebene Rückseite.

Spinne. Die Spinne (Fig. 6) enthält den Tierkreis in der stereographischen Projektion. Seine Dimension ist so bemessen, daß der Abstand des Anfangs des Steinbocks vom Drehpunkt gleich dem Radius des Steinbockkreises auf der Scheibe ist. Der den Tierkreis darstellende Ring ist so gezeichnet, daß sein innerer Begrenzungskreis mit diesem Radius gezogen ist; er trägt die Teilungen des Tierkreises. Auf dem zu einer Schneide abgeschrägten inneren Rand sind die Teilstriche ausgezogen. Beim gewöhnlichen Astrolab ist der äußere Rand des Tierkreises so geformt. Die Begrenzung der Spinne bildet ein zum Drehpunkt konzentrischer Kreisring, dessen äußerer Randkreis den gleichen Durchmesser hat wie der geteilte Kreis auf der Scheibe. Die Differenz dieses Radius und des Abstandes des Steinbockanfangs vom Drehpunkt war wohl gleich der Breite des leeren Streifens auf der Seite der Scheibe mit den Horizonten. Dadurch ist das Maß für die Breite des Tierkreises und des Begrenzungskreises gegeben. Der äußere Randkreis von ihm ist in 360 Grade geteilt. Sie sind von dem durch den Anfang des Steinbocks gehenden Durchmesser aus gezählt und entsprechend der Zahl eines Tierkreiszeichens zu je 30 geordnet.

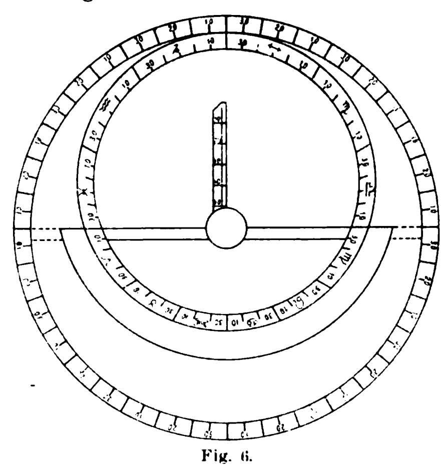


Fig. 6.

Auf dem geteilten Kreis sind durch erhabene Punkte die Stellen des Äquators bezeichnet, die gleichzeitig mit den bekanntesten Fixsternen kulminieren. Mit Hilfe dieser Punkte kann man ihre Rektaszensionen angeben. Die in dieser Weise auf der Spinne verzeichneten Fixsterne sind ungefähr dieselben, die man auch sonst auf dem gewöhnlichen Astrolab findet, nämlich: Wega, Altair, Deneb, Fomalhaut, Pferd (β-Pegasi), gefärbte Hand (β-Cassiopeae), Algol, α-Balaneae, Aldebaran, Capella, Rigel, Beteigeuze, Sirius, Canopus, Prokyon. Alward, Toliman, Spica, Arcturus, Gemma, Antares, Ophiuchus, Regulus[2]). Die Namen der Sterne sind neben die Punkte geschrieben.

Senkrecht zur Verbindungslinie Widder-Wage geht vom Mittelpunkt der Scheibe aus ein Zeiger von der Länge des Radius des Äquatorkreises. Er ist in 60 gleiche Teile geteilt, der 60. Teil liegt im Drehpunkt. In der einen Berliner Handschrift (Ahlwardt, Kat.-Nr. 5796 f. 82) ist der Zeiger in der betreffenden Figur nicht gezeichnet. Sein Zweck ist wohl auch ein untergeordneter, er dient wahrscheinlich zum Messen der Entfernung irgend eines Sternes vom Äquator, woraus man den Radius seines Umlaufkreises in der Projektion erhält. Auf graphischem Wege kann man dann seine Deklination ermitteln, indem man umgekehrt verfährt wie bei der graphischen Konstruktion der Parallelkreise zum Äquator. In gewissem Sinne erinnert er an den Ostensor auf den westeuropäischen Astrolabien[3]).

[1]) Diese Seite der Scheibe können wir als eine neue Form der „Horizontenscheibe" betrachten. Vgl. A. Krziz, *Das Weltall, 7.* und *8. S. 121—152. 1905.*

[2]) In der Figur der Handschrift sind die Sterne ohne Rücksicht auf ihre wahre Lage angegeben. Auf beistehender Figur sind nur einige schematisch eingezeichnet. Zur besseren Befestigung des Umschließungskreises muß man wohl annehmen, daß der durch Widder und Wage gehende Verbindungsstreifen bis zum Umschließungskreis läuft und ihn trägt. (In der Figur durch Striche angedeutet.)

[3]) Vgl. W. Morley, *Description of a planispherik Astrolab et cetera, London. 1856.*

Alhidade. Schließlich erwähnt Bîrûnî noch eine gewöhnliche Alhidade mit Absehen. Ihre Länge dürfte ungefähr gleich der des in 360 Grade geteilten Kreises auf der Scheibe sein; jedenfalls darf die Alhidade nicht länger sein, da sie sonst die Bewegung im Innern von R_3 hindern würde.

Anwendung des Instrumentes. Bîrûnî gibt in seinem istî'âb keinerlei Anhaltspunkte für die Verwendung der verschiedenen Astrolabien zur Lösung astronomischer und astrologischer Probleme, wie er auch keine Beweise gibt. Doch sei im folgenden das Verfahren bei einigen der wichtigsten Aufgaben angeführt, die mittels des gewöhnlichen Astrolabs gelöst werden können. Die Methoden sind dem beim gewöhnlichen Astrolab verfolgten Gedankengange entlehnt. Vgl. hierzu Die Verwendung des Astrolabs nach Chwârizmî[1]).

Bestimmung von Höhe und Azimut der Sonne und der Sterne. In einfacher Weise kann man diese Koordinaten messen. Zunächst orientiert man das Instrument so, daß die Ebene von R_1 in die Meridianebene fällt. Der obere geteilte Teil von R_1 stellt den Halbkreis des Meridians über dem Horizont dar. Dann stellt man das Instrument auf Null, indem man den Anfang der Gradzahlen von R_1 und die 90. Grade von R_2 und der Scheibe genau übereinander legt. So kommt die Achse der Scheibe in die Vertikale zu liegen. Hierauf dreht man die Scheibe aus R_3 heraus in die durch das Gestirn gehende Vertikalebene und mißt mit der Alhidade auf der Rückseite der Scheibe an ihrer Gradteilung die Höhe des Gestirnes ab. Gleichzeitig gestattet die Scheibe an der Teilung von R_3 das Azimut abzulesen, und zwar entsprechend der Zählung auf R_3 vom Ost- bzw. Westpunkt aus gerechnet; von dort aus pflegten die Araber das Azimut zu zählen.

Bestimmung des Tag- und Nachtbogens der Sonne. Man stellt die Vorderseite der Scheibe so ein, daß die Meridiangerade vertikal steht, die zu dem dem Beobachtungsort entsprechenden Horizontkreis gehört. Dann legt man den Punkt des Tierkreises, in dem die Sonne gerade steht, erst auf den Horizontkreis und dann auf die Meridiangerade. An der Teilung der Scheibe liest man mit Hilfe eines gemerkten Punktes auf dem Begrenzungskreise den Winkel ab, um den man die Spinne dabei gedreht hat. Er ist der halbe Tagbogen. Ihn ergänzt der halbe Nachtbogen zu 180^0.

Bestimmung des Stundenwinkels. Um den Winkel, den der durch die Sonne gehende Deklinationskreis mit dem Meridian in jedem Augenblick bildet, und damit die Zeit, die seit Sonnenaufgang verflossen ist, zu finden, stellt man den Äquator in die Lage ein, die er an dem Beobachtungort einnimmt. Dazu dreht man R_2 aus der Nullage um $90 - \varphi^0$, die Achse der Scheibe zeigt nach dem Nordpol und R_3 vertritt die Stelle des Äquators. Die Alhidade stellt man auf die Deklination der Sonne am Beobachtungstage fest. Man dreht dann die Scheibe mit der Alhidade, bis die Sonne durch die Absehen bei dieser Stellung der Alhidade anvisiert werden kann. Die Mitte der Scheibe fällt in die Ebene des Deklinationskreises durch die Sonne und schneidet an der Teilung von R_3 den Stundenwinkel ab. Rechnet man die so abgelesenen Grade in äquinoktiale oder in temporale Stunden um, so kennt man die Zahl z der Stunden bis zu Mittag. Daraus und mit Hilfe des Tagbogens (s. o.) kann man die seit Sonnenaufgang verstrichenen Stunden beider Arten finden.

Bestimmung der vier Pflöcke (autâd), d. h. der Punkte des Tierkreises, die gerade auf- und untergehen, oberhalb und unterhalb des Horizonts kulminieren. Die

[1]) J. Frank, *Abhdl. z. Gesch. d. Naturw. u. d. Med., Heft III, Erlangen 1922.*

augenblickliche Lage des gestirnten Himmels zum Horizont kann man mit Hilfe des Stundenwinkels durch Spinne und Scheibe darstellen. Auf dem Randkreis der Spinne sind die Punkte des Äquators, die mit den einzelnen Fixsternen kulminieren, mit ihnen also auf ein und demselben Deklinationskreis liegen, aufgezeichnet. Für die einzelnen Grade des Tierkreises sind diese Punkte die Schnittpunkte der durch die betreffenden Grade gelegten Radien mit dem Randkreis, die die stereographischen Projektionen von Deklinationskreisen sind. Zur Einstellung der Spinne auf die augenblickliche Konstellation dreht man R_2 und damit die Scheibe, bis die Meridiangerade für den betreffenden Ort vertikal steht. Dann dreht man die Spinne auf der Vorderfläche der Scheibe, bis der Abstand des Durchganggrades des Gestirnes (s. o.) von der Meridiangeraden um den Stundenwinkel absteht, wobei zu beachten ist, ob er vor oder nach Mittag gemessen wird. Die Spinne stellt dann die augenblickliche Lage des gestirnten Himmels dar.

Der Schnittpunkt des Tierkreises mit der betreffenden Horizontlinie gibt den aufgehenden Grad (ascendens, Horoskop, ṭâliᶜ), der mit der Meridiangeraden den der Mitte des Himmels. Die diesen diametral gegenüberliegenden sind der Untergehende (descendens, ġârib) und der des Pflocks der Erde.

Bestimmung der äquinoktialen und temporalen Stunden. Mittels der oben angegebenen Einstellung der Spinne lassen sich die Stunden auf der Vorderfläche der Scheibe in ähnlicher Weise wie beim trommelförmigen Astrolab (s. Frank, a. a. O. S. 224) bestimmen, wenn man den geteilten Randkreis der Scheibe als limbus (ḥuğra) auffaßt und einen Punkt des Randkreises der Spinne als Zeiger (murî).

Wenn zur Bestimmung mancher Größen (Tagbogen eines Fixsternes, Stundenwinkel usw.) statt der Sonne ein Fixstern zu Hilfe genommen werden soll, muß man seine stereographische Projektion auf der Spinne kennen. Da dies beim Beobachtungsastrolab nicht ohne weiteres der Fall ist, muß man sie selbst eintragen. Dies ist möglich, weil die Deklination der Fixsterne auf der Rückfläche der Scheibe, der Grad des Durchgangs und damit die Rektaszension auf dem Randkreis der Spinne verzeichnet sind.

Zur Geschichte des optischen Glases.

Von

Walther Zschokke in Aarau.

Pierre Louis Guinand aus Les Brenets, Kanton Neuenburg, war der erste, dem es gelang, homogenes Kron- und Flintglas zu erzeugen. Von Utzschneider nach Benediktbeuern gezogen, legte er dort mit Fraunhofer den Grund zur optischen Glasschmelzkunst.

Nach 8jährigem Aufenthalt in Bayern zog sich Guinand wieder in seine Heimat zurück und setzte dort seine alte Hütte von neuem in Betrieb. Seine beiden Söhne standen ihm bei. Der eine führte, als der Vater gestorben, die Hütte eine Zeitlang weiter; nach ihm übernahm sie Th. Daguet, der sie nach Solothurn verlegte, wo sie einging. Der andere Sohn zog nach Frankreich, verpflanzte die Kunst seines Vaters nach dort, wo sie guten Boden fand und sich bis heute erhalten hat.

Dank der Arbeiten M. v. Rohrs sind diese Tatsachen den deutschen Fachgenossen bekannt geworden, doch blieb die Frage, wie P. L. Guinand als Laie dazu kam, optisches Glas zu schmelzen, noch unbeantwortet; ebenso hat man nicht erfahren, wie Utzschneider auf Guinand aufmerksam wurde. Darüber kann ich

heute berichten, und auch über die Erfolge der Daguetschen Hütte in Solothurn und deren Ende.

Pierre Louis Guinand wurde am 20. April 1748 zu Corbatière, einem Weiler nördlich von La Sagne (Kanton Neuenburg), als Sohn eines Schreiners geboren und am 28. April in Le Locle getauft. Früh schon mußte er seinem Vater helfen, das Brot für die Familie zu erwerben, ein ordentlicher Schulunterricht war ihm nicht vergönnt. So erlernte er den Schreinerberuf, verlegte sich aber später hauptsächlich auf die Fabrikation von Uhrkasten[1]).

Bei einem Schnallenmacher erwarb er sich auch metallurgische Kenntnisse, die er zum Gießen der Verzierungen für seine Uhrengehäuse verwendete. Später goß er auch kleine Glocken für Repetieruhren, die ihm sehr gut bezahlt wurden.

Guinand war sehr kurzsichtig und konnte lange keine Brille finden, die ihm für seine Arbeit genügte; da wurde er an einen Brillenmacher gewiesen, der die Gläser selbst schliff. Er fand zwar da auch nicht, was er suchte, aber er sah, wie das Glas geschliffen wurde, was genügte, um ihm den Ansporn zu geben. selbst Gläser zu schleifen und eine Brille, wie er sie brauchte, herzustellen.

Seine Uhrkasten lieferte er an Jacquet Droz; bei diesem sah er eines Tages ein englisches Spiegelteleskop und erhielt die Erlaubnis, es zu zerlegen. Er entnahm alle Dimensionen und auch die Krümmungen und ruhte nicht, bis er selbst ein ähnliches Instrument verfertigt hatte. Jacquet Droz, dem Guinand sein Teleskop zeigte, fand es ebensogut wie sein englisches und war über die Geschicklichkeit Guinands um so mehr erstaunt, als er von dem jungen Künstler erfuhr, daß er noch nie ein Werk über Optik gelesen habe.

Droz verschaffte ihm nun ein solches Buch und Guinand, der damals etwas über 20 Jahre alt sein mochte, aber kaum lesen konnte, entzifferte das Buch mit ebensoviel Mühe als Eifer.

Später erhielt Droz ein achromatisches Fernrohr und Guinand wollte auch ein solches machen. Er ersuchte einen ihm befreundeten Landsmann, der nach England reiste, ihm etwas Flintglas mitzubringen. Seiner Bitte wurde entsprochen, aber das mitgebrachte Glas war sehr schlierig; spätere Proben ebenfalls, ja selbst die direkt aus England stammenden Objektive hatten schlierige Flintglaslinsen, weil es, wie man sagte, eben nicht möglich sei, schlierenfreies Glas herzustellen. Das reizte nun Guinand gerade, selbst zu versuchen, Flintglas zu schmelzen.

Er war zunächst eifrig bestrebt, sich die nötigen chemischen Kenntnisse zu erwerben und probierte dann abends in seinen Öfen, in denen er tagsüber Metall für seine Glocken schmolz, auch Glas zu schmelzen.

Während sieben Jahren (1784—1790), so erzählt Pfarrer Reynier, ein Zeitgenosse und Vertrauter Guinands, auf den diese Mitteilungen zurückzuführen sind, verwandte Guinand Abend für Abend, um Schmelzversuche zu machen. Er notierte genau die Dosen von jedem Material, die Zeit des Schmelzens und die Hitzegrade, und fand schließlich, daß seine Schmelzversuche in zu kleinen Mengen ausgeführt wurden. Er entschloß sich daher, in größeren Mengen zu schmelzen, kaufte in der Nähe von Les Brenets ein Grundstück, baute dort einen Schmelzofen, in welchem er 100 Pfund schwere Schmelzen machen konnte. Nun begann erst recht die Leidenszeit. Sein Ofen hielt die hohe Temperatur nicht aus, es fehlten ihm die feuerfesten

[1]) Daher mag es kommen, daß er bald als Uhrmacher, bald als Schreiner bezeichnet ist.

Materialien, er mußte einen neuen bauen mit anderen Steinen, die er von weit her kommen ließ, aber als dieser längere Zeit angeheizt war, zeigten sich neue Fehler. Welchen Ärger und Verdruß bereiteten ihm die Häfen. War auch kein Fehler an ihnen zu entdecken, so erhielten sie kleine Risse, sobald man sie ins Feuer brachte, und die ganze Glasmasse lief in die Asche. Nach jedem Versuche mußte er mehr oder weniger lange Zeit aussetzen und Geld verdienen, damit er wieder neue Chemikalien, Holz und Häfen kaufen konnte. Wenn ihn diese und andere Mißerfolge auch zeitweise entmutigten, sann er Tag und Nacht darüber nach, wie er sie vermeiden könnte. Seine Ausdauer wurde schließlich doch belohnt; aus den erhaltenen Glasmassen konnte er immer größere Stücke heraussägen. Optiker Rochette in Paris, dem er solche geliefert hatte, schrieb ihm im Jahre 1795, das die gesandten Stücke sehr gut waren, er habe zwei ausgezeichnete Fernrohre daraus gemacht.

Im Jahre 1799 endlich konnte Guinand selbst nach Paris fahren und mehrere Glasstücke 4—6 Zoll im Durchmesser dort vorzeigen. Laland fand die Proben bemerkenswert, riet ihm aber sich nicht für die für Flintglas ausgesetzten Preise zu bewerben, weil er dann sein Verfahren bekanntgeben müßte. Er solle lieber seine Gläser selbst verarbeiten.

Guinand folgte diesem Rat, kaufte in Les Brenets eine Mühle, verwandte deren Wasserkraft zum Schleifen und Polieren von Gläsern und stellte achromatische Fernrohre her, von denen einzelne 4 und 5 Zoll Öffnung hatten.

Guinands Erfolge wurden nach und nach bekannt und er empfig häufig Besuche von Liebhabern. Eines Tages kam auch Hauptmann Gruner, ein feingebildeter Mensch, aus Bern, der sich lebhaft für Guinands Arbeiten interessierte. Gruner war vorher längere Zeit in München und hatte dort die Bekanntschaft Utzschneiders gemacht. Er war es auch, der Utzschneider mit dem Ingenieur Reichenbach und dem Mechaniker Liebherr zusammenführte, wie aus einer von ihm niedergeschriebenen Notiz hervorgeht: „Das Etablissement von Utzschneider, Reichenbach und Liebherr ist mein Kind. Diese Menschen kannten sich nicht, die einen hatten kein Geld, aber sie besaßen die Kunst. Ich entwarf den Plan, der Geld mit der Kunst vereinigte und zur Ausführung gedieh."

Gruner erkannte alsbald, wie nützlich Guinand dem neugegründeten Institut werden müßte und machte sofort Utzschneider auf Guinand aufmerksam. Jener knüpfte mit Guinand Unterhandlungen an und im Januar 1805 fand in Aarau eine Zusammenkunft der beiden statt[1]). Das Ergebnis der Besprechung war, daß Guinand beauftragt wurde, eine Schmelze Flintglas auf Utzschneiders Kosten zu erstellen. Im Spätsommer desselben Jahres kam Utzschneider selbst nach Les Brenets und traf am 1. September mit Guinand eine Vereinbarung, in der es unter anderem hieß: *En touchant cette somme de cent Louis, je promets au dit Mr. Utzschneider de me rendre le mois courant encore en Bavière pour y fabriquer le flint et le crown-glass*[2]).

Wirklich reiste Guinand ab und begab sich nach Benediktbeuern. Dort mußte er erst einen Ofen bauen, die nötigen Materialien besorgen, darüber verging ein Jahr. und erst Ende 1806 konnten die ersten Schmelzen gemacht werden. Diese hatten

---

[1]) Aarau war nicht zufällig als Treffpunkt gewählt. Utzschneider besuchte zugleich seinen auf Schloß Biberstein bei Aarau lebenden Freund Heinrich Zschokke.

[2]) Indem ich diese Summe von 100 Louis (Fr. 2000,—) annehme, verspreche ich Herrn Utzschneider, noch diesen Monat mich nach Bayern zu begeben, um dort Kron- und Flintglas herzustellen.

guten Erfolg, so daß Utzschneider im Februar 1807 mit Guinand einen Vertrag auf 10 Jahre schloß.

Diesem Vertrag gemäß hatte Guinand eine Person in die Geheimnisse der Glasschmelzkunst einzuweihen, er bezog dagegen ein jährliches Gehalt von 1600 Goldgulden, nach heutigem Geld ungefähr 11000 Goldmark. Zuerst war Utzschneider diese Person, später, als Utzschneider wieder in den Staatsdienst trat, wurde Fraunhofer betraut.

Wer die Schwierigkeiten kennt, die auch heute noch beim Schmelzen optischen Glases bestehen, und die damals, als man noch nicht die reinen Chemikalien hatte und man sich noch der Holzfeuerung bediente, weit größer waren, dem ist klar, daß nicht jede Schmelz gelingen konnte. Wenn man daher liest, daß die Guinandschen Schmelzen nicht immer genügend homogen waren, ist es weiter nicht verwunderlich und das um so weniger, als die Schmelzhäfen nur zwei Zentner Inhalt hatten. Guinand hatte längst erkannt, daß man Glas nicht in kleinen Mengen schmelzen kann und man frägt sich, warum er nicht in größeren Häfen schmolz. Aus dem Briefwechsel zwischen Steinheil und Bessel geht hervor, daß Utzschneider in bezug auf Versuche etwas kleinlich war. Wie weit nun Mißerfolge auf diese besonderen Umstände oder auf Guinand zurückzuführen sind, ist heute wohl nicht mehr festzustellen. Nur so viel steht fest, daß Fraunhofer, als er allein schmolz, auch erst mit einigermaßen sicherem Erfolg rechnen konnte, als er Schmelzhäfen mit vier Zentner Inhalt verwendete.

Im Frühjahr 1814 kehrte Guinand in seine Heimat zurück, wohin ihn Familienverhältnisse riefen. Vor seiner Abreise hatte er seinen früheren Vertrag durch einen neuen ersetzt. Es wurde ihm darin eine jährliche Pension ausgesetzt von 800 Gulden, ungefähr 1400 Goldmark, solange er sich optischen Arbeiten enthalte. Seine Natur gab es ihm aber nicht zu, müßig zu bleiben und die Glasschmelzerei war ihm einmal zur Liebhaberei geworden. Er kündigte daher den Vertrag und fing mit Eifer an, auf eigene Rechnung Glas zu schmelzen. Schon am 10. Februar 1816 konnte er an Utzschneider von einer neuen Erfindung schreiben, die er gemacht habe. Wie Reynier erzählt, bestand diese darin, daß er die Glasstücke in Formen legte und diese erhitzte, bis sich das Glas senkte, während er früher die guten Stücke aus der Glasmasse heraussägte.

Dieser Mitteilung nach wäre der Senkprozeß in Benediktbeuern noch nicht bekannt gewesen. Er ist aber von außerordentlicher Wichtigkeit, denn erst durch ihn ist es möglich geworden, große Scheiben zu machen und die Ausbeute einer Schmelze zu steigern. Er muß dann aber bald eingeführt worden sein, denn Jakob Kern, der im Jahre 1818/19 bei Reichenbach als Mechaniker arbeitete, hat, wohl in der Absicht, sie später zu verarbeiten, von dort kleine gesenkte runde Glasstücke nach Aarau gebracht. Diese Stücke, zum Teil nur 5 g schwer — ein Zeichen, wie rar damals das optische Glas war —, sind an vier gegenüberliegenden Seiten anpoliert, damit sie untersucht werden konnten.

Guinand baute dieses Verfahren immer weiter aus und es gelang ihm, Scheiben bis zu $12\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser zu erzeugen[1]). Nach Reynier soll eine dieser Scheiben 16 Linien dick gewesen sein und so klar und rein, daß darunter gehaltenes Papier kaum weniger weiß erschien. Diese Scheibe ist nach Paris an Herrn Cauchoix um Fr. 7000,— verkauft worden, der ein großes Fernrohr für die Industrie-Ausstellung

[1]) Die größte von Fraunhofer verfertigte Scheibe war nur $10\frac{1}{2}$ Zoll.

im Jahre 1823 machte. Louis XVIII. habe dieses Instrument sehr bewundert und sich nach dem Verfertiger der Scheiben erkundigt. Guinand, der kränklich war, hatte seinen ältesten Sohn Henry nach Paris gesandt, der dem König Auskunft gab. Der König habe dann den Wunsch ausgesprochen, daß Guinand seine Schmelzerei nach Paris verlegen möchte. Diesem Wunsche konnte aber der Vater Guinand nicht mehr nachkommen, denn er starb bald darauf, 76 Jahre alt, am 12. Februar 1824.

Henry Guinand (geb. 11. I. 1771, gest. 1851)[1]) hat aber wohl eingesehen daß für Herstellung und Vertrieb von optischem Glas in Frankreich ein günstigerer Boden sei und hat die Kunst seines Vaters nach dort verpflanzt.

Der zweite Sohn Aimé (geb. 17. IV. 1774, gest. 1847)[2]) ist in Les Brenets verblieben; er kannte alle Geheimnisse seines Vaters, führte die Hütte weiter, aber er soll dem Wein nicht abgeneigt gewesen sein und ließ sie nach und nach verkommen. Die Witwe P. L. Guinands erkannte die Gefahr und sah sich nach Hilfe um, die sie in Theodor Daguet fand.

Dieser, zu Vuippens (Kt. Freiburg) am 22. Juni 1795 geboren, war Apotheker in Le Locle. Vermutlich haben schon Beziehungen zwischen P. L. Guinand und Daguet bestanden, als Apotheker wird er jenem Chemikalien besorgt, evtl. auch Analysen gemacht haben. Aus den Unterlagen geht darüber nichts hervor, ebenso auch nicht, wann Daguet in das Geschäft eingetreten ist[3]). Wir wissen nur das eine gewiß, daß am 14. März 1831 die *Société Veuve Guinand et Daguet* in Solothurn ein Grundstück, ca. 1 Juchart groß, für 3000 alte Franken erworben hat[4]). Auf diesem Grundstück, das südwestlich der Stadt liegt, wurde eine neue Hütte mit Glasschleiferei errichtet, die heute noch steht. Sie umfaßte im Innern:

1. einen Holzdörrofen 11′ lang, $9\frac{1}{2}$′ breit und 9′ hoch.

2. einen großen Schmelzofen mit zwei Einfeuerungen. Er war rund 7′ im Durchmesser und 9′ hoch, aus feuerfesten Steinen konstruiert und fest mit Eisen gebunden,

3. einen großen Muffelofen mit Kaminschoß, 7′ lang, $5\frac{1}{2}$′ breit, 6′ hoch,

4. zwei kleine Muffelöfen mit einer Kaminschoß, jeder 4′ lang, $3\frac{1}{2}$′ breit und 6′ hoch,

5. einem kleinen Kesselofen mit Esse.

Über die Schleiferei enthalten die Unterlagen keine Angaben.

Das Gebäude dient heute als chemisches Laboratorium, die Öfen sind herausgerissen, aber man kann noch erkennen, wo sie einst standen, und obwohl die Hütte seit über 60 Jahren stillgelegt ist, fand ich noch Hafenglasstücke um das Haus herum.

Daguet hatte im Anfang große Schwierigkeiten, die ersten Proben mißrieten,

---

1) Henri war der älteste, Aimé der zweite Sohn, und nicht umgekehrt, wie meist angegeben ist. (Nach einer Mitteilung des Standesbeamten von Les Brenets.)

2) P. L. Guinand war viermal verheiratet. Kinder stammen nur von den beiden ersten Frauen. Die vierte Frau war eine Französin, Rosalie geb. Bouverot.

3) Nach M. v. Rohr war Daguet der Schwiegersohn von Aimé Guinand. Das muß auf Irrtum beruhen, denn Daguet verheiratete sich erst am 3. Februar 1845 mit Anna Maria Bachterin in Solothurn (laut Nachforschung von J. V. Keller-Zschokke auf dem Standesamt in Solothurn).

4) Diese Angabe verdanke ich ebenfalls J. V. Keller-Zschokke, der sie auf der Amtsschreiberei Solothurn ermittelte.

aber durch unverdrossenen Fleiß brachte er es doch dazu, seine Vorgänger nicht nur zu erreichen, sondern sogar zu übertreffen, wie die mit den besten Münchener Gläsern siegreich konkurrierenden prachtvollen 14″ 4‴ großen Scheiben bezeugen, für welche er auf den Industrieausstellungen in Bern (1848) und in London (1851) erste Preise erhielt.

Im Sommer 1921 traf ich in Solothurn zwei Herren, die Daguet noch persönlich gekannt hatten. Der eine, der 96jährige Josef Kaufmann, früher Optiker, jetzt Privatier, der geistig noch außerordentlich frisch war, erzählte, daß Daguet seine Schmelzen zerschlug und die kleinen Stücke in runde Formen legte, sie wieder erhitzte, bis sie die Formen ausfüllten. Wenn sie wieder kalt waren, habe er sie am Rande an vier diametralen Stellen anpoliert, um sie untersuchen zu können. Er befolgte somit die gleiche Fabrikationsmethode wie die bayerische Hütte.

Von Daguet selbst erzählte Kaufmann, er sei ein etwas eigentümlicher Kauz gewesen. Es habe einmal ein Engländer eine Flintscheibe von ihm kaufen wollen, aber der geforderte Preis sei ihm zu hoch gewesen. Da habe Daguet einen Hammer genommen und die Scheibe zerschlagen, um damit zu sagen, es sei ihm ein leichtes, wieder eine solche Scheibe zu machen, aber seine Kunst lasse er sich nicht gering einschätzen.

Über die Größe der Häfen, sowie über die Ausbeute konnten aber genaue Angaben nicht gemacht werden.

Als in den fünfziger Jahren die Bahn von Solothurn nach Biel gebaut werden sollte, die heute hart an der Hütte vorbeiführt, machte Daguet geltend, daß er dadurch in der Ausführung seines Gewerbes gestört würde, und verlangte, daß nicht nur ein Teil, sondern sein ganzes Grundstück expropriiert und er mit Fr. 70000,— entschädigt werde.

Als er mit seinem Begehren abgewiesen wurde, rekurrierte er an das Bundesgericht. Die Prozeßakten, die von der Verwaltung der Bundesbahnen in entgegenkommender Weise zur Verfügung gestellt wurden, geben einen interessanten Einblick in die damalige Glaserzeugung und zeigen, daß Daguet weit über das Stadium der Empirie hinaus war, aber seine Kunst mit etwas Hokuspokus dem Laien gegenüber zu verschleiern beliebte.

In seiner Eingabe an das Bundesgericht vom 1. Juni 1856 führte Daguet aus, er habe durch den Bahndamm nicht mehr die ausgedehnte Fernsicht, um die Fabrikate in verschiedenen Richtungen und zu verschiedenen Tageszeiten und bei verschiedenem Lichteffekt zu prüfen. Ferner werde durch den Damm die Windrichtung beeinträchtigt und eine andere Luftströmung herbeigeführt, vor allem bringe die Bahn Erschütterungen mit sich, die ein Gelingen der Schmelzen verunmöglichen. Zur Bekräftigung seiner Behauptung führte Daguet einen Brief vom Ministerialrat C. A. Steinheil in München an, welcher ihn in den Jahres 1854 und 1855 besucht hat und der nun schreibt: „Unter den bezeichneten Umständen ist nicht daran zu denken, daß Sie Ihre Glasöfen in solcher Nähe eines 12—14′ hohen Dammes, über welchen Bahnzüge gehen, stehen lassen können. Sie müssen das Werk verlegen und neu erbauen.“

Das Bundesgericht bestellte eine Expertise, bestehend aus den Züricher Professoren Clausius, Mousson und Wild. Diese besuchten gemeinsam die Daguetsche Hütte und wurden von diesem in die Schwierigkeiten der Glaserzeugung eingeweiht. In ihrem Gutachten führten sie etwa aus:

Am meisten Schwierigkeiten macht das Flintglas, weil das Bleioxyd und die Kieselsäure nicht von selbst eine gleichförmige Verbindung geben. Das Bleioxyd sinkt mehr an Boden und es gibt dort ein Glas von stärkerer Brechung und Zerstreuung. Eine gleichmäßige Mischung durch Rühren ist sehr schwer zu erzielen. Zieht man die verschiedenen Glasarten durcheinander, ohne daß sie sich mischen, so entstehen Streifen, welche noch schlimmer sind als eine allmähliche Änderung des Mischungsverhältnisses. Rührt man zu stark, wenn die Glasmasse nicht genügend flüssig ist, so können Luftblasen entstehen, die ebenfalls schädlich sind. Die feurigflüssige Glasmasse löst gleichzeitig einen Teil der Tonerde auf, aus welcher die Häfen bestehen, und es bildet sich ein Tonerdeglas, welches, wenn es in die übrige Glasmasse gezogen wird, abermals zu Streifen Veranlassung gibt. Außerdem ist der Rührprozeß sehr schwierig wegen der hohen Temperatur, zumal der Rührapparat kompliziert und schwerfällig ist und kein Eisen in die Glasmasse gebracht werden kann.

Zu diesen Schwierigkeiten kommen noch die, welche sich auf den Molekularzustand beziehen, indem durch die geringste Ungleichmäßigkeit der Abkühlung in der Masse ein gespannter Zustand entsteht, welcher gleichfalls störende optische Wirkungen hervorruft. Die guten Glasstücke, die herauskommen, müssen von neuem erweicht und in die richtige Form gebracht werden. Diese Operation muß als die schwierigste bezeichnet werden, denn nur mit der größten Umsicht und Sorgfalt ist es zu vermeiden, daß dem Glas seine guten Eigenschaften nicht verloren gehen.

Die Mitteilungen über dieses letzte Verfahren wurden nur unter dem Siegel der Verschwiegenheit gemacht, so daß wir nicht erfahren, wie die Feinkühlung der gesenkten Platten vorgenommen wurde und wie lange sie dauerte.

Das Urteil der Sachverständigen ging dahin, daß die Änderung der Luftströme ohne Einfluß sei, dagegen können die Erschütterungen bei einigen Operationen, die Daguet unter dem Versprechen der Verschwiegenheit den Gutachtern zeigte, sehr wohl stören. Jedenfalls werde die Unsicherheit des Gelingens noch wesentlich vermehrt.

Die Bahngesellschaft ließ durch G. Merz & Söhne in München ein Gegengutachten machen, das in den Sätzen gipfelte: Daguet sei übertrieben ängstlich, Luftströme hätten wohl Einfluß, seien aber nicht gefährlich. Erschütterungen hätten gar keinen Einfluß, denn sie hätten neben ihrer Hütte ein Pochwerk einrichten lassen und nie einen Einfluß wahrgenommen.

Das Bundesgericht wies Daguet ab, gestand ihm aber das Recht zu, den Prozeß wieder aufzunehmen, wenn sich nach der Inbetriebnahme der Eisenbahn wirklich Störungen zeigen.

Am 2. Mai 1857 hat Daguet die letzte Schmelze Kronglas angefangen und am 8. Mai vollendet. Am 11. Mai war eine Probefahrt und am 16. Mai die offizielle Erprobung der Bahnstrecke. Der Erkaltungsprozeß im Schmelzofen hat aber bis zum 2. Mai gedauert. Das Ergebnis hat Daguet bestärkt, daß er sein Geschäft nicht mehr fortführen könne. Zu dem gleichen Ergebnis kamen auch die Professoren Mullinger, Völker und Lang, die im Juli 1857 noch einen Versuch machten.

Nach diesen Ergebnissen wurde vom Bundesgericht beschlossen, den Prozeß mit der Zentralbahngesellschaft wieder aufzunehmen. Es kam jedoch am 31. Mai 1860 ein Vergleich zustande. Die Zentralbahn zahlte eine Entschädigung von Fr. 25000,—. Daguet hatte zum Schluß noch Fr. 61850,— verlangt.

Daguet stand im 65. Jahre und fühlte sich zu alt, um allein eine neue Hütte zu bauen. Er wollte dann in Genf eine Gesellschaft gründen, die aber entweder nie zustande kam oder nicht emporgekommen ist. Daguet starb 1870 in seiner Vaterstadt Freiburg.

Benützte Literaturen.

Wolf, Dr. Rudolf, Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. Zürich, Orell Füßli & Co., 1859.

v. Rohr, M., Theorie und Geschichte des photographischen Objektives. Berlin, Julius Springer, 1899. — Derselbe, Beiträge zur Geschichte des optischen Glases. *Zeitschr. f. Instrumentenkunde* **29.** *S. 50. 1909.*

Perret, F. Albin, *Pierre Louis Guinand „L'opticien"*. Les Brenets, Selbstverlag, 1907.

Referate.

Zur Untersuchung von Seismographen und Erschütterungsmessern.

Von Prof. Dr. C. Mainka. *Feinmechanik.* **1.** *S. 99. 1922.*

Die Konstruktion eines Erschütterungsmessers oder Seismographen, der an der Hand der Schwingungsgleichung in ihrer üblichen Form ein zuverlässiges Bild von der Größe und Form der Bodenbewegung geben soll, hat bedeutend mehr Schwierigkeiten zu überwinden, als es nach dem einfachen Prinzip eines solchen Apparates erscheinen könnte. Der Verfasser, dessen reiche Erfahrung und Erfolge auf dem Gebiet der experimentellen Seismometrie bekannt sind, behandelt in seinem interessanten Bericht eine Reihe von Fehlerquellen und ihre konstruktive Beseitigung. Die Untersuchung und Prüfung bezieht sich zunächst auf Seismographen mit mechanischer Registrierung insbesondere auf das vom Verfasser konstruierte bifilare Kegelpendel. Die mechanische Registrierung bietet bei sachgemäßer Ausführung manche Vorteile gegenüber der photographischen; nach einer Beobachtung des Verfassers scheint die galvanometrische Registrierung Störungen durch Erdströme u. dergl. ausgesetzt zu sein. Bei der kurzen Beschreibung des bifilaren Kegelpendels wird besonders die Gelenkverbindung im Hebelsystem hervorgehoben; die Widerstandskräfte durch, äußere Reibung in den Verbindungen sind durch eine besondere Anordnung reduziert und die Hebelteile so leicht als möglich gefertigt. Verfasser stellt den Seismographen auf eine Untersuchungsplatte, die bei den laufenden Beobachtungen mit dem Boden fest verankert ist; zur Bestimmung der Instrumentalkonstanten, deren Kenntnis für die Berechnung der Bodenbewegung notwendig ist, wird die Verankerung durch eine besondere Vorrichtung gelöst und die Platte in kleine periodische und unperiodische Bewegungen versetzt. Aus dem Vergleich der Diagramme der Platten- und Apparatbewegung werden die Konstanten leicht gefunden. Die Eigenschwingungsperiode T_0 des Seismographen wird von den in den Gelenken vorhandenen elastischen Kräften beeinflußt; in dem Kegelpendel ist es dem Verfasser gelungen, diese Wirkung auf T_0 auf weniger als 0,5 sec herabzusetzen. Die Beseitigung dieses Einflusses wird schwieriger bei Seismographen für Nahbeben; bei Apparaten mit größerem Wert von T_0 erhöhen die Massen der beweglichen Hebelteile merklich die Periode. Verfasser weist auf seine interessante Beobachtung hin, daß die Luftdämpfung sich meist nicht ganz ausschalten läßt, ein Umstand, der für die Bestimmung der Konstanten wichtig ist. Zur Bestimmung der Bodenbewegung sind drei Einzelinstrumente notwendig, zwei für die horizontale und eines für die vertikale Bewegung. Es muß die Forderung erfüllt sein, daß die Direktionskräfte der drei Instrumente ohne und mit Einschaltung des Hebelsystems gleich sind. Bei Fernbebenseismographen wird durch die gebräuchlichen Vertikalapparate der Forderung nicht genügt; Verfasser hält es aber für möglich, diese Apparate so weit zu verbessern, da ihm im Sommer 1914 ein Vertikalapparat mit $T_0 = 10$ bis 15 sec gelang.

Einen breiten Raum nimmt die Untersuchung des wichtigen Einflusses der Reibung im Gehänge und am Schreibstift ein; die Reibung wird nach Wiechert durch den maximalen Reibungsausschlag r charakterisiert. Dieser ergibt sich aus der Eigenschwingungsfigur bei ausgeschalteter Dämpfung. Verfasser findet, daß r von der Amplitude abhängig ist. Durch Figuren

und Tabellen wird das Prüfungsergebnis der Reibung bei dem bifilaren Kegelpendel dargestellt. Mit der Abnahme der Amplitude der Schreibfeder nimmt r ab, bleibt jedoch in einzelnen Abschnitten der Bewegung konstant. Die Dauer der Eigenschwingungsfiguren ist für $V = 200$ (Vergrößerung sehr kurzperiodischer Bewegungen) 4 Minuten, 5 Minuten für $V = 160$ und 13 Minuten für $V = 60$. Die Reibung im Kegelpendel ist also sehr gering. Verfasser untersucht außerdem noch die Amplituden der Gelenkpunkte; die Ergebnisse sind für 3 verschiedene Vergrößerungen in einer Tabelle wiedergegeben und zeigen ebenfalls, daß die Gelenke wenig Reibung haben. Die Gelenke müssen auch so sicher angefertigt sein, daß Bewegungen innerhalb der Gelenke vermieden werden. Daß sie bei dem bifilaren Kegelpendel diese Forderung erfüllen, geht aus der Vergleichung von Seismogrammen eines Bebens, die von zwei solchen Apparaten derselben Bewegungsfreiheit erhalten wurden, hervor. Der Rest an Dämpfung, der trotz Ausschaltung der letzteren bleibt, geht in die Bestimmung von r ein und wird nur beseitigt, wenn die Dämpfungseinrichtung bei dieser Untersuchung gänzlich weggenommen und durch ein passendes Gewicht ersetzt wird. Bei Erschütterungsmessern ist zu beachten, daß die aufzunehmenden sehr kurzperiodischen Bodenbewegungen auch auf die Gelenke und Hebel primär wirken. Die Untersuchung der Reibung ist auf sehr kleine Amplituden zu erstrecken, wofür der Verfasser eine besondere Methode empfiehlt.

Ferner untersucht der Verfasser das Verhältnis und die Differenz zweier aufeinander folgender Amplituden; bei innerer Reibung ist das erstere, bei äußerer Reibung die letztere konstant. Reine Schwingungen der einen oder der anderen Art sind schwer zu erhalten. Eine einheitliche Dämpfungswirkung gibt die vom Verfasser eingeführte Flüssigkeitsdämpfung, bei der die von den beweglichen leichten und dünnen Dämpferplatten mitgeführte Flüssigkeitsschicht gegen feste Flüssigkeitsschichten reibt. Das Verhalten der Dämpfungskonstante wird bei verschiedenen Vergrößerungen (V) und verschieden großen Amplituden geprüft; die Abhängigkeit von beiden ist bemerkbar. Es zeigt sich jedoch, daß bis zu einer Amplitude von 10 mm das Dämpfungsverhältnis konstant ist und daß daher mit einer der Geschwindigkeit proportionalen Dämpfung gerechnet werden kann, wie es in der Schwingungsgleichung zum Ausdruck kommt.

Zahlreiche Hinweise auf die einschlägige Literatur erweitern den Überblick über das behandelte Problem in hohem Maße. *W. Schweydar.*

„Erda" Gesellschaft für wissenschaftliche Erderforschung in Göttingen.

Nach einem Prospekt.

Die unter Leitung von Dr. R. Ambronn stehende Gesellschaft für wissenschaftliche Erderforschung A.-G. in Göttingen darf sich ihrem Zweck und Ziel nach mit Recht ein Institut für angewandte Geophysik nennen. Das Unternehmen will das theoretische und instrumentelle Rüstzeug der Geophysik in den Dienst der Wirtschaft stellen. Im Bergbau, bei Gründungs- und Kanalisationsarbeiten aller Art, bei den Vorarbeiten für Wasserversorgungsanlagen und bei geologischen Untersuchungen kann die Anwendung geophysikalischer Untersuchungsmethoden in der Tat von größtem Nutzen sein. Die wichtigsten für die genannten Zwecke bisher zur Verfügung stehenden Verfahren, welche auftragsgemäß von dem wissenschaftlichen Personal der Gesellschaft und mit deren Apparaten ausgeführt werden, sind folgende:

1. Messungen der Verteilung der Schwerkraft, der Gradienten, der Lotabweichungen oder der Krümmungen der Niveauflächen der Schwere.
2. Magnetische Messungen über die Verteilung der magnetischen Bestimmungsgrößen und deren lokale Anomalien.
3. Elektrische Messungen an natürlichen und künstlichen Erdströmen.
4. Bestimmung der Ausbreitung elektrischer Ströme und elektrischer (Hertzscher) Wellen im Erdinnern.
5. Beeinflussung elektrischer Schwingungen durch die Beschaffenheit des das Schwingungssystem umgebenden Bodens oder Gesteins.
6. Beobachtung der Ausbreitung elastischer Wellen und Schallwellen im Erdboden.
7. Beobachtungen über die zeitlichen Veränderungen der Lotlinie an Bauwerken und im Gelände.
8. Studium der Verteilung der radioaktiven Substanzen im Erdinnern oder an der Erdoberfläche.

9. Systematische Ausmessung der Verteilung der Temperatur im Erdboden.
10. Luftelektrische Messungen.
11. Chemische, physikalisch-chemische, bakteriologische, gewässerkundliche Untersuchungen im Freien und im Laboratorium zur evtl. Ergänzung der vorhergenannten Methoden.

Ein Vortrag von R. Ambronn über „Die Anwendung physikalischer Aufschlußmethoden im Berg-, Tief- und Wasserbau," gehalten 1921 vor den Mitgliedern des Halleschen Verbandes für die Erforschung der mitteldeutschen Bodenschätze und ihrer Verwertung (s. *Jahrbuch des H. Verb. 3 Lief. 2. S. 21*) gibt einen Einblick in die praktische Ausführung dieser Forschungsmethoden.

Auch der Vertrieb von Seismographen und Erschütterungsmessern nach Prof. Dr. Mainka sowie die Errichtug von Erdwarten, z. B. für Bergbaugebiete, gehört zum Tätigkeitsgebiet der Gesellschaft. Bau und Anwendung der für die angedeuteten Aufgaben notwendigen geophysikalischen Instrumente werden durch die Verwirklichung des Programms der Erda zweifellos wertvolle Ausgestaltung erfahren und die praktische Wichtigkeit der geophysikalischen Forschungsmethoden erhärten. *G.*

Ein Differential-Spektrophotometer.

Von G. A. Shook, *Astrophys. Journ. 46. S. 305. 1917.*

Der neue Bestandteil dieses Spektrophotemeters besteht in dem Differentialspalt (Fig. 1). Die beiden Spalte *A* und *B* werden in Tätigkeit gesetzt durch eine einzige Mikrometerschraube *M*. Der untere Rand des oberen Spaltes *A* und der obere des unteren Spaltes *B* sind fest miteinander verbunden durch das bewegliche Stück *C*, so daß bei Bewegung der Mikrometerschraube die Breite des einen Spaltes ebensoviel zunimmt als diejenige des anderen abnimmt. Die Summe der beiden Spaltbreiten kann durch die beiden Schraubenmuttern *D* verändert werden.

Fig. 1.

In dem Instrument, welches der Verf. benutzte, ist der eine Spalt 1 mm breit, wenn der andere ganz geschlossen ist. Die Mikrometerschraube *M* hat eine Ganghöhe von 1 mm, die daran angebrachte Trommel ist in 100 Teile geteilt, so daß die Ablesung an der Trommel das Verhältnis der Spaltbreiten unmittelbar angibt.

Um die beiden photometrischen Felder zusammenzubringen, hat der Apparat die in Fig. 2 gezeigte Anordnung erhalten. Die in die Spalte eintretenden Lichtbündel werden durch je eine Linse parallel gemacht. Das obere Bündel geht geradlinig durch einen Photometerwürfel. Die Hypotenusenfläche des oberen Prismas dieses Würfels ist in einen schmalen Streifen *S* versilbert. Auf den Photometerwürfel folgt das zerstreuende Prisma *P*. Im Brennpunkt der davor befindlichen Linse befindet sich der Okularspalt *E*, durch den die Hypotenusenfläche des Würfels beobachtet wird. Das Auge sieht dort eine in drei Teile geteilte Fläche, deren beide äußeren Teile durch das Licht aus dem oberen Spalt *A* beleuchtet wird. Das vom unteren Spalt *B* kommende Lichtbündel wird durch das Prisma *D* und sodann von dem Silberstreifen des Photometerwürfels reflektiert. Das Beobachtungsrohr ist fest mit dem Prismentisch verbunden. Um in Bezirken verschiedener Wellenlängen zu beobachten, kann der Okularspalt durch eine Mikrometerschraube seitlich verstellt werden. Wegen der Einseitigkeit der Anordnung — Lichtverlust an und im Prisma D — müssen die Messungsergebnisse eine entsprechende Korrektion erfahren.

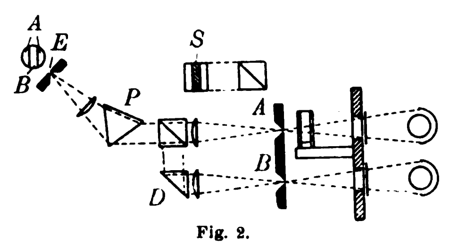


Fig. 2.

Bei dem Instrumente des Verfassers sind die beiden Spalte 2 Zoll voneinander entfernt. Er brachte vor beiden Spalten, oder auch nur vor einem, rechtwinklige Reflexionsprismen an. Man kann aber selbstverständlich die Entfernungen der beiden Spalte voneinander auch größer machen, so daß die beiden miteinander zu vergleichenden Lichtquellen nebeneinander vor die Spalte gestellt werden können. Um bei Einstellung der Spaltschraube *M* (Fig. 1) auf 50, also bei gleicher Breite der beiden Spalten die gleiche Intensität in den Feldern des Barometerwürfels zu erhalten,

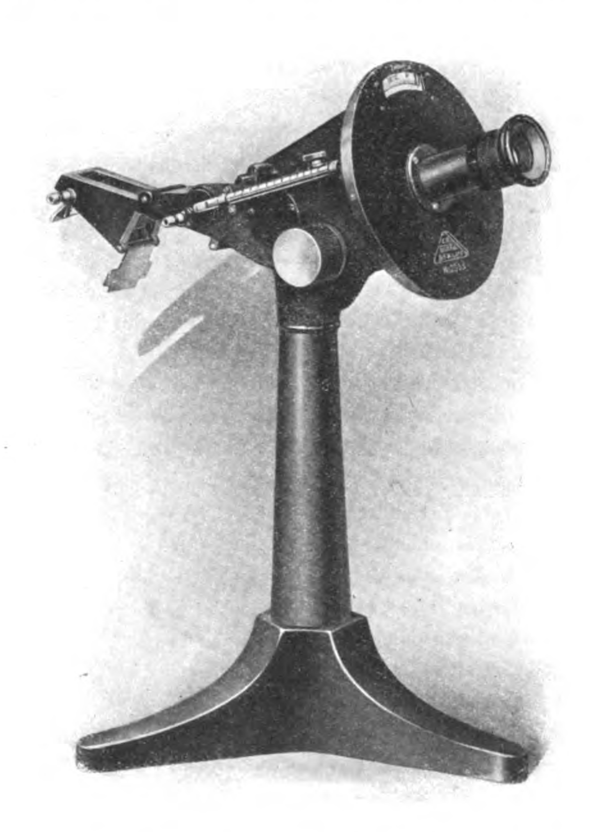
wird man zweckmäßig die Entfernungen der beiden Lichtquellen vor den Spalten entsprechend regeln.

Das Differential-Spektrophotometer kann zu allen spektrophotometrischen Untersuchungen benutzt werden. Es kann, wie der Verf. andeutet, auch als Pyrometer dienen unter Anwendung des Wienschen Gesetzes. *H. Krüss.*

Ein neues Refraktometer.

Von Hans Schulz. *Deutsche Opt. Wochenschr.* **8.** *S. 100. 1922.*

Das verbreitetste Refraktometer zur schnellen Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und zumal flüssiger Körper ist das allbekannte Abbesche mit heizbaren Prismen. Es erlaubt, Brechungsverhältnisse von 1,3 bis 1,7 zu messen und aus der Stellung seines Kompensators, der aus zwei sich entgegengesetzt drehenden, geradsichtigen Amicischen Prismen be-



steht und bei Verwendung von weißem Licht zur Achromatisierung der Grenzlinie im Gesichtsfelde dient, das Dispersionsvermögen der untersuchten Substanz zu berechnen. Neben diesem Universalapparat sind dann im Laufe der Zeit für laufende Prüfungen gleichartiger Stoffe vereinfachte Spezialinstrumente entstanden, so z. B. das Butter-, das Milchfett-, das Eintauch- und schließlich das Zuckerrefraktometer, welch letzteres in der Zuckertechnik zur Ermittelung der scheinbaren Trockensubstanz in Zuckersäften benutzt wird und in *dieser Zeitschr.* **33.** *S. 305. 1913* von Löwe und Schönrock beschrieben worden ist. Letzterer hat erst neuerdings die Theorie des Zuckerrefraktometers eingehend in der *Zeitschr. d. Ver. d. Deutsch. Zucker-Ind. (Techn. Teil)* **71.** *S. 417. 1921* behandelt.

Die Optik des vom Verf. beschriebenen neuen Refraktometers, das von der Optischen Anstalt C. P. Goerz, A.-G., Berlin-Friedenau, hergestellt wird und gleichfalls hauptsächlich zur Untersuchung von Zuckerlösungen dient, stimmt nun im Prinzip völlig mit derjenigen des eben er-

wähnten Zuckerrefraktometers von der Firma Carl Zeiss in Jena überein. Dagegen unterscheiden sich die Apparate der beiden Firmen in ihrem mechanischen Aufbau (der des neuen Refraktometers ist aus der nebenstehenden Figur ersichtlich) stark voneinander. Während beim Abbeschen Refraktometer Fernrohr und Skale feststehen und gegen diese das Doppelprisma nebst Alhidade sich drehen läßt, stehen beim Zuckerrefraktometer Doppelprisma und Skale fest und es wird das Fernrohr um eine wagerechte Achse direkt mit der Hand gedreht. Bei dieser einfachen Mechanik der Drehung in den Zeissschen Instrumenten ist es vom Verfertiger des Apparats unschwer zu erreichen, daß sie zur Entstehung merklicher systematischer Fehler in den Beobachtungen keine Veranlassung gibt. Bedeutend weniger günstig liegen in dieser Hinsicht die Verhältnisse bei den Goerzschen Instrumenten. Bei diesen erfolgt nämlich die Übertragung der Drehung des Doppelprismas auf die Skale durch Zahnräder, und es ist leicht verständlich, daß es wegen des toten Ganges und des fortschreitenden Fehlers in der Zahnradübertragung mannigfache Schwierigkeiten zu überwinden galt, bevor das Ziel erreicht wurde, ein hinreichend konstantes Verhältnis der Drehungen von Meßprisma und Teilscheibe herzustellen. Schließlich gelang es aber, die verwendeten Kegel- und Stirnräder so genau zu verfertigen, daß der maximale Übertragungsfehler eine Winkelminute nicht überschreitet, dem etwa anderthalb Einheiten der vierten Dezimalstelle im Brechungsverhältnis entsprechen. Ob nicht bei längerem dauernden Gebrauche des Instruments in der Technik allmählich größere Fehler auftreten können, muß die Praxis entscheiden.

Wenn der Verf. zum Schlusse sagt, die mechanische und optische Ausführung seines Refraktometers gestatte eine Genauigkeit von etwa 0,0001 zu erreichen, so hat er diese schon in Anbetracht des möglichen Übertragungsfehlers entschieden zu hoch eingeschätzt. Nach Ansicht des Ref. ist eine größere absolute Sicherheit in den Resultaten als etwa drei Einheiten der vierten Dezimale für gewöhnlich nicht zu verbürgen. *Schck.*

Die physikalische Auffassung der Albedo.

Von Louis Bell, *Astrophys. Journ.* ***45***. *S. 1. 1917.*

Wenn auch der Inhalt der Arbeit mehr astronomisches Interesse hat, indem der Verf. seine Definitionen auf die Gestirne anwendet, sich dabei stützend auf Müllers klassische Photometrie der Gestirne, so sind die allgemeinen Betrachtungen doch von weiterem Interesse, weil sie gleichermaßen Anwendung in der gewöhnlichen Photometrie finden.

Der Verf. führt aus, daß der Begriff der Albedo zu verschiedenen Zeiten und von verschiedenen Forschern verschieden gedeutet und oft dadurch manche Verwirrung entstanden ist. Er unterscheidet die geometrische, die sphärische und die spezifische Albedo.

Die geometrische Albedo ist das Verhältnis des auf einen Körper ausstrahlenden Sonnenlichtes zu dem von diesen Körper reflektierten Licht. Sie hängt nur von der geometrischen Beziehung des Körpers von der Sonne und seinem photometrischen Verhältnis zur Sonne ab.

Die sphärische Albedo hat zu tun mit dem Verhältnis des sichtbar reflektierten Sonnenlichtes unter Berücksichtigung der Form des Körpers und der bekannten Beziehungen zwischen der Reflexionsfähigkeit des Körpers und dem Einfalls- und Reflexionswinkel (Lambertsches Gesetz).

Unter spezifischer Albedo versteht der Verf. mit Zöllner die spezifische Reflexionsfähigkeit eines Elementes einer diffus reflektierenden Oberfläche unter gewissen wirklichen oder angenommenen Bedingungen in bezug auf die Einfallsrichtung der Strahlen, wobei gewöhnlich der normale Einfall vorausgesetzt wird.

Der Verf. stellte den numerischen Unterschied dieser drei Albedos durch Photometrierung einer matt-weißen Kugel von 16 cm Durchmesser mit vollkommen glanzloser Oberfläche fest. Es ergab sich für die geometrische Albedo der Wert von 0,48, die sphärische mit 0,72 und die spezifische mit 0,74. In der üblichen Photometrie erscheint die geometrische Albedo gelegentlich bei Messungen von vollkommener Reflexion, die sphärische nur bei gekrümmten reflektierenden Oberflächen wie sie als Hilfslichtquellen benutzt werden, und die spezifische Albedo ist die Lichtmenge, welche gewöhnlich auftritt in der Bezeichnung der relativen Reflexionsfähigkeit, welche unter kleinem Auffallswinkel gemessen zu werden pflegt. *H. Krüss.*

Bekanntmachung.

Neufestsetzung der Prüfgebühren

der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung II.

I. Zusätze und Änderungen der als Grundlage der Berechnung dienenden Gebührenordnung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vom 1. Juli 1918, Teil II: „Elektrizität und Magnetismus".

Vorbemerkungen (Zusatz): Für die durch Aus- und Einpacken der Prüfgegenstände verursachten Kosten wird bei Frachtsendungen eine Gebühr von 0,10 M. für jede angefangenen 10 kg Bruttogewicht erhoben.

lfd. Nr. 47d (Änderung): Die Gebühr für die Einzelmessung des Verlustwinkels einer Kapazität mit Wechselstrom mittlerer Frequenz beträgt 5 M.
mit Hochfrequenzstrom 20 „

lfd. Nr. 58 (Änderung): Die Gebühr für die Prüfung bzw. Beglaubigung eines Normalelements beträgt 5 M.

lfd. Nr. 86 (Zusatz): Die Gebühr für die normale Prüfung von elektrischen Maschinen (Prüfung der Angaben des Leistungsschildes nach den Maschinen-Normalien des VDE) beträgt bei einer Leistung bis 1,5 kW 35 M., bis 5,5 kW 45 M., bis 11 kW 55 M., bis 22 kW 65 M.

II. Berechnung für das Inland.

Die Sätze der genannten Gebührenordnung, Teil II, einschließlich der vorstehend festgesetzten Änderungen, werden vom 1. Juni 1922 ab auf das Dreifache erhöht. Zu den so erhöhten Sätzen tritt ein Zuschlag, dessen Höhe fortlaufend in Anlehnung an die Zuschläge festgesetzt wird, welche die Preisstelle des Zentralverbandes der Deutschen Elektrotechnischen Industrie veröffentlicht. Für Elektrizitätszähler bis 2 kW wird ein Nachlaß von 50%, bis 25 kW ein Nachlaß von 25% gewährt.

In der Gebührenordnung wird derjenige Zuschlag zugrunde gelegt, welcher an dem Tage galt, an welchem sämtliche Unterlagen des Prüfungsantrages, der zu prüfende Gegenstand und gegebenenfalls der Kostenvorschuß eingegangen waren.

Wird die Erledigung der Prüfung durch Mängel des zu prüfenden Gegenstandes auf länger als zwei Monate hinausgezögert, so wird das Mittel der am Eingangs- und der am Abfertigungstage geltenden Gebühr angesetzt.

III. Berechnung für das Ausland.

Bei Gegenständen, die für das Ausland bestimmt sind und deren Prüfung auf Veranlassung des Auslandes geschieht, wird die Gebühr nach der Gebührenordung vom 1. Juli 1918 ohne Teuerungszuschlag, jedoch in der Währung des betreffenden Landes unter Zugrundelegung der Valuta am 31. Juli 1914 festgestellt und nach dem am Tage der Ausfertigung des Prüfungsscheines an der Berliner Börse notierten Kurs des betreffenden fremden Geldes in Mark umgerechnet. Ergibt sich hiernach ein geringerer Betrag als nach den obigen für das Inland festgesetzten Bestimmungen, so werden letztere angewendet.

Deutsche Firmen, welche für das Ausland bestimmte Gegenstände der Reichsanstalt zur Prüfung einreichen, werden ersucht, dies im Prüfungsantrag zum Ausdruck zu bringen.

Charlottenburg, den 16. Mai 1922.

Der Präsident der Physikalich-Technischen Reichsanstalt.

gez. Nernst.

Gebührenzuschlag Nr. 1

der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Abteilung II.

Ab 1. Juni 1922 beträgt der Zuschlag zu den am 1. Juni 1922 auf das Dreifache erhöhten Sätzen der Gebührenordnung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt vom 1. Juli 1918, Teil II „Elektrizität und Magnetismus" 1000%.

Charlottenburg, den 16. Mai 1922.

Der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

gez. Nernst.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT FÜR INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

L. Ambronn in Göttingen, W. Breithaupt in Cassel, M. Edelmann in München, P. Guthnick in Neubabelsberg, O. Günther in Braunschweig, W. Haensch in Berlin, E. v. Hammer in Stuttgart, K. Haußmann in Berlin, W. Hildebrand in Freiberg i. S., E. Kohlschütter in Berlin, H. Krüss in Hamburg, H. Ludendorff in Potsdam, O. Lummer in Breslau, H. Maurer in Berlin, C. Pulfrich in Jena, C. Reichert in Wien, M. v. Rohr in Jena, W. Sartorius in Göttingen, R. Steinheil in München, R. Straubel in Jena, E. Warburg in Berlin, F. Weidert in Berlin, A. Westphal in Berlin, E. Wiechert in Göttingen.

Schriftleitung: F. Göpel in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

8. Heft: August.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 120,— für das dritte Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 4,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30 %	Nachlaß.

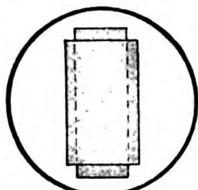
Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

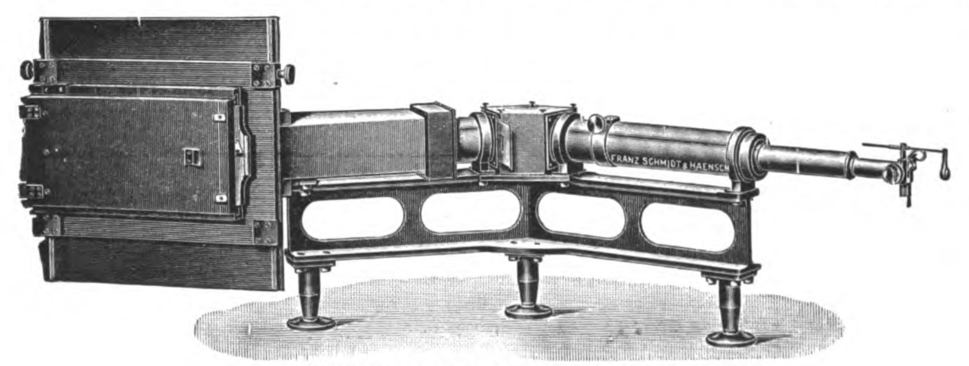
Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsban -Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 935 Julius Springer.







Großer Quarzspektrograph

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **August 1922.** Achtes Heft.

Nachprüfung der EMK des internationalen Westonelements mit Hilfe des Silbervoltameters.

Von
H. v. Steinwehr und **A. Schulze.**
(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Die letzten Bestimmungen der EMK des internationalen Westonelements sind im Jahre 1910 in Washington und bei der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (PTR) in Charlottenburg ausgeführt worden. In Washington fand in dem erwähnten Jahre ein internationales Zusammenarbeiten der verschiedenen Staatslaboratorien, denen die Bearbeitung der elektrischen Einheiten obliegt, statt, bei dem die Einheiten des Widerstands und der EMK von Deutschland, England und den Vereinigten Staaten untereinander verglichen und die EMK des Westonschen Normalelements durch gemeinsam angestellte Versuche neu bestimmt wurden. Gleichzeitig wurde in der PTR eine Neubestimmung der EMK des Westonelements ausgeführt. Die Ergebnisse, über die teils in einem an das Internationale Komitee gerichteten Bericht[1]), teils in einer Veröffentlichung der Reichsanstalt[2]) Rechenschaft gegeben wurde, waren so überraschend gut, daß durch diese Arbeiten sowohl die internationale Übereinstimmung in den elektrischen Einheiten, wie auch der Wert des Weston-Elements auf Jahre hinaus gesichert und festgelegt zu sein schienen.

Trotzdem wurde nach einer zum Teil durch den Krieg veranlaßten Pause von etwa 10 Jahren die Einheit der EMK mittels des Silbervoltameters einer Nachprüfung unterzogen. Außer dieser direkten Kontrolle wurde noch eine weitere durch Herstellung einer großen Reihe neuer Elemente vorgenommen. Der hierbei zugrunde liegende Gedanke war der, daß jedes neu vorschriftsmäßig hergestellte Element die richtige EMK zeigen muß und infolgedessen zur Feststellung etwaiger zeitlicher Änderungen älterer Elemente dienen kann.

1. Die silbervoltametrischen Messungen.

Für die Ausführung dieser Messungen konnte der im Observatorium der PTR gelegene Raum für konstante Temperatur, in dem sich auch die Normalelemente und die große Rueprechtsche Wage befinden, nicht benutzt werden, weil dort keine geeignete Batterie zur Verfügung stand. Die Versuche mußten deshalb in dem Laboratorium für Grundeinheiten ausgeführt werden, was zur Folge hatte, daß keine direkte

[1]) *Report to the International Committee on Electrical Units and Standards, Washington 1912.*
[2]) v. Steinwehr, *diese Zeitschr.* **33.** *S. 321 und 353, 1913, im folgenden zitert mit l. c. II S. ...*

Messung, sondern nur eine indirekte Vergleichung vermittels einer Anzahl Elemente, die im Laboratorium für Grundeinheiten in die Wand eingebaut sind, erfolgen konnte.

Was die Verteilung der Arbeit zwischen den beiden Verfassern betrifft, ist hierzu zu bemerken, daß die elektrischen Messungen gemeinsam gemacht wurden, während die Bearbeitung und Wägung der Silberniederschläge nur von einem von uns (A. Schulze) erledigt wurde.

Die Wage. Als Wage diente die von Landolt für seine Untersuchungen über die Konstanz der Masse bei chemischen Umsetzungen benutzte Rueprechtsche Wage. die der Reichsanstalt auch weiterhin von der preußischen Akademie der Wissenschaften zur Verfügung gestellt ist und sich sowohl bei dieser Arbeit wie bei der Auswägung der Ohmrohre als sehr wertvoll erwiesen hat. Die Beschreibung der Wage findet sich in der Veröffentlichung der vorigen Silbervoltameterversuche[1]), auf die hierdurch verwiesen wird.

Die Gewichte. Als Gewichtssatz zur Wägung der Silberniederschläge diente ein der PTR von Herrn Giese letzwillig hinterlassener Gewichtssatz, von dem ein 10g-Stück (Dichte: 8,4) in der Reichsanstalt für Maß und Gewicht neu bestimmt worden war. Die übrigen Gewichtsstücke wurden an dieses 10g-Stück angeschlossen, wobei sich folgende Korrektionstabelle ergab, die allen Wägungen zugrunde gelegt wurde.

g	Einer mg	Zehntel mg	Hundertstel mg	Tausendstel mg
10	— 0,150	—	—	—
5	+ 0,111	+ 0,107	— 0,560	+ 0,034
2	+ 0,036	+ 0,040	+ 0,417	+ 0,127
1**	+ 0,080	+ 0,032	+ 0,134	+ 0,007
1*	+ 0,014	+ 0,073	— 0,170	+ 0,048
1	—	—	—	— 0,014

Im übrigen gilt das a. a. O. über die Wägungen Gesagte auch für diese Arbeit. Um die beträchtliche Korrektion für den Luftauftrieb bei der Wägung der Platintiegel zu vermeiden, wurde für jeden Tiegel eine Tara, die bis auf die Bruchteile eines Gramms aus Platinstücken bestand, benutzt. Für die Wägung der Silberniederschläge wurde die Auftriebskorrektion für jeden Versuch berechnet. Die so erhaltenen Zahlen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Nr. des Versuchs	Silber-Gewicht in g	Korrektion in mg
3, 6, 7, 10	4,09 — 4,32	— 0,110
1, 4, 5	3,89 — 4,13	— 0,117
2, 8, 9	3,98 — 4,08	— 0,125

Die Ausführung der Wägungen geschah in der gleichen Weise wie früher.[2])

Das Prinzip der Versuchsanordnung war das gleiche wie bei den früheren Arbeiten.[3]) Die Messung der Stromstärke mittels des Kompensationsapparats fand ungefähr in jeder Minute, bei stärkeren Änderungen auch noch häufiger statt. Zwischen diesen Messungen wurde etwa alle 10 Min. die Meßstromstärke des Kompensationsapparats

[1]) *l. c. II S. 354.*

[2]) Jaeger und v. Steinwehr, *diese Zeitschr.* **28** *S. 332. 1908.* Im folgenden zitiert unter: *l. c. I S. ...*

[3]) *l. c. I S. 305 f; II S. 356.*

durch Einstellung eines Westonschen Normalelements (Cd_8) kontrolliert, das sich in einem Petroleumbade befand, dessen Temperatur während der ganzen Versuchsdauer in den gleichen Zeitintervallen abgelesen wurde. Dieses Element wurde am Ende jeden Versuchs mit einem Satze von 10 Westonelementen verglichen, der sich, um ihn gegen plötzliche Temperaturschwankungen nach Möglichkeit zu schützen, in einem Gehäuse befindet, das in eine 60 cm dicke massive Wand eingelassen ist.

Unter Zugrundelegung der bei den früheren Untersuchungen benützten Formel[1]) für die Berechnung der EMK aus den Silbervoltameterversuchen ergiebt sich für das Mittel E_m der 10 direkt an das Silbervoltameter angeschlossenen Normalelemente:

$$E_m = 894{,}45_4 \cdot \frac{G R W_m [W_{Cd_8}]}{T W_{Cd_8} [W_r]}.$$

In dieser Formel bedeuten G das Gewicht des Silberniederschlags in g, R den Betrag des Normalwiderstandes in Ohm, mit Hilfe dessen die Messung des Voltameterstromes ausgeführt wurde, W_m die Einstellung für das Mittel der 10 Vergleichselemente am Kompensator, $[W_{Cd_8}]$ und $[W_r]$ die zeitlichen Mittelwerte (während der Dauer des Versuchs) der Einstellung am Kompensator für das Element Cd_8, das während des Versuchs von Zeit zu Zeit gemessen wurde, und für die Spannung an den Enden des vom Voltameterstrom durchflossenen Normalwiderstands R. Über die Genauigkeit, mit der die einzelnen in der Formel auftretenden Größen gemessen werden können, wird auf die vorige Veröffentlichung[2]) verwiesen.

Die Schaltungseinrichtung unterschied sich nur in einem Punkte von der bei den früheren Versuchen.[3]) Infolge der erheblich geringeren Betriebsspannung reichte die EMK der Batterie nicht dazu aus, auch die Vorrichtung zur Herstellung der Zeitmarke am Anfange und Ende jeden Versuchs zu versorgen. Es mußten deshalb zwei getrennte Stromkreise für Voltameter und Zeitmessung verwendet werden, welche nur mechanisch durch zwei 6-näpfige Umschalter miteinander in Verbindung standen. In den Zeitmessungskreis war dann eine besondere kleine Hochspannungsbatterie eingeschaltet, die nur die Vorrichtung zur Zeitmessung betätigte.

Die Ausführung der Versuche unterschied sich von der der früheren Arbeiten, bei denen Spannungen von 72 bezw. 144 V zur Verfügung standen, nur durch die Verwendung einer geringeren (32 V) Betriebsspannung. Infolgedessen konnten nur 2 anstatt wie bei den früheren Untersuchungen 4 Tiegel hintereinander geschaltet werden.

Lösungen. Über die Herkunft des zu den Versuchen verwendeten Silbernitrats ist dem in der letzten Arbeit Gesagten[4]) nichts hinzuzufügen.

Die Anoden. Das Anodenmaterial wurde auch diesmal von der Deutschen Gold- und Silberscheide-Anstalt geliefert. Der besseren Ausnützung wegen wurden die zylindrischen Stäbe, die als Anoden dienten, bedeutend länger gemacht als früher, aber immer nur so tief eingetaucht, daß stets dieselbe Elektrodenfläche vorhanden war. Sobald die Elektroden soweit abgenommen hatten, daß eine wesentliche Verkleinerung der Oberfläche zu erwarten war, wurden sie der Länge nach aufgeschnitten und auseinandergebogen und auf diese Weise die erforderliche Vergrößerung der Oberfläche erzielt.

Die Kathoden. Als Kathoden dienten Platintiegel der gleichen Form wie bei

[1]) *l. c. I S. 336; II S. 356.*
[2]) *l. c. II S. 357.*
[3]) *l. c. I S. 336; II S. 358.*
[4]) *l. c. II S. 358.*

den früheren Untersuchungen. Die näheren Angaben über dieselben sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

	Nr.	II	IV	I	II
des Tiegels	Gewicht in g	57,30	66,12	59,82	50,73
	Höhe in mm	55	60	61	58
	Durchmesser in mm	50	53	51	52
	Inhalt in cm^3	95	114	108	116
der Füllung	Höhe in mm	47	52	50	48
	Volum in cm^3	78	95	89	96
	Kathodenfläche in cm^2 ca.	74	87	80	78

Die Stromdichten betrugen etwa 0,06 A/cm^2 an der Anode und 0,006 A/cm^2 an der Kathode. Wie bei den maßgebenden Versuchen des Jahres 1910[1]) wurde die Kohlrauschsche Voltameteranordnung ohne jedes Diaphragma benutzt. Als Schutz gegen von der Anode herabfallende Teilchen diente allein ein Glasschälchen. Für die Behandlung der Tiegel und der Silberniederschläge kann auf die gleiche Untersuchung[2]) verwiesen werden.

Messungen der Elemente. Im unmittelbaren Anschluß an jeden Silbervoltameterversuch wurden 10 Westonsche Normalelemente, die sich in dem gleichen Raume, in dem die Arbeit ausgeführt wurde, befanden, verglichen. Die Tabelle I gibt ein Bild von dem relativen Verhalten dieser Elemente während der Dauer der 10 Silbervoltameterversuche. In der ersten und zweiten Horizontalreihe sind das Datum und die Nummer des Versuchs verzeichnet. In den folgenden 10 Horizontalreihen befinden sich die einzelnen Elemente sowie ihre Abweichungen vom Gruppenmittel in Hunderttausendsteln, in der letzten Reihe das Element Cd_8 und seine Abweichungen von dem jeweiligen Gruppenmittel.

Tabelle I.

Datum	19.11.20	10.12.20	4.2.21	11.2.21	18.2.21	2.3.21	9.3.21	14.3.21	19.3.21	24.3.21	Mittlere Abweichung jedes Elements vom Gesamtmittel
Nr. des Versuchs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10^{-5}
ya_1	$+5_4$	$+9_5$	$+10_6$	$+9_7$	$+10_3$	$+10_2$	$+9_3$	$+9_3$	$+9_1$	$+9_1$	$+9_1$
ya_2	$+10_5$	$+9_5$	$+11_6$	$+10_7$	$+11_3$	$+10_7$	$+10_3$	$+10_3$	$+10_3$	$+11_2$	$+11_2$
yb_1	$+15_6$	$+13_2$	$+9_6$	$+7_7$	$+9_3$	$+8_3$	$+7_6$	$+7_7$	$+7_9$	$+7_6$	$+9_5$
yb_2	-1_3	-0_9	-0_1	-1_3	-0_7	-0_6	-0_5	-0_1	$+0_3$	-0_2	-0_6
W 217	-0_7	-0_3	$+0_6$	-1_3	$+0_3$	-0_3	-0_4	-0_1	$+0_3$	$+0_1$	-0_2
W 188	$+0_9$	$+1_8$	$+1_8$	$+0_7$	$+2_3$	$+1_5$	$+1_0$	$+1_1$	$+1_9$	$+1_5$	$+1_5$
L_1	-11_0	-11_1	-11_2	-11_3	-12_7	-11_9	-10_4	-9_9	-11_1	-11_4	-11_2
L_2	-15_9	-15_1	-15_4	-15_3	-15_7	-15_9	-15_1	-14_9	-12_2	-15_9	-15_1
Z_1	$+0_2$	-2_9	-3_4	$+3_7$	$+0_3$	$+1_7$	$+1_4$	-0_7	-3_6	$+1_0$	-0_2
Z_2	-3_7	-3_6	-3_9	-3_8	-4_5	-3_6	-3_2	-2_9	-3_4	-3_0	-3_4
Cd_8	-6_3	-4_2	-4_8	-8_6	-6_2	-5_9	-6_9	-3_9	-3_2	-4_1	-5_4

Man ersieht hieraus, daß fast alle Elemente in bezug auf das Mittel der 10 Vergleichselemente nur unerheblichen Schwankungen unterworfen sind. Diese Elemente wurden ihrerseits wieder dreimal durch Vermittlung des Westonschen

[1]) *l. c. II S. 359.*
[2]) *l. c. II S. 359f.*

Elements W_{40} (mit bei 4° gesättigter Lösung) bei der gleichen Temperatur mit einem Teile des im Raume für konstante Temperatur befindlichen Elementenstammes verglichen. Diese Messungen sind in Tabelle II zusammengestellt.

Tabelle II.

Hunderttausendstel.

Datum der Messung	ya_1	ya_2	yb_1	yb_2	W217	W188	L_1	L_2	Z_1	Z_2	W_{40} — Mittel
9. 4. 21	$+7_9$	$+11_1$	$+8_1$	$+0_9$	$+0_9$	$+2_1$	-10_1	-16_1	-2_1	-2_4	-6_6
11. 4. 21	$+9_8$	$+10_9$	$+7_9$	$+0_5$	$+0_5$	$+2_1$	-10_6	-15_8	-2_8	-2_7	-4_3
12. 4. 21	$+9_2$	$+11_0$	$+8_0$	$+0_8$	$+0_8$	$+2_1$	-10_5	-15_6	-2_8	-2_7	-4_1
											-5_0

Datum der Messung	xm_1''	D_1	D_2	D_5	D_6	D_7	D_{10}	D_{11}	D_{12}	—	W_{40} — Mittel
7. 4. 21	$+8_2$	$+1_1$	$+10_9$	-23_2	$+3_8$	-16_2	-8_5	$+9_7$	$+14_1$	—	$+4_6$
11. 4. 21	$+8_1$	$+1_1$	$+10_6$	-22_9	$+4_2$	-15_8	-8_5	$+9_4$	$+13_7$	—	$+7_0$
12. 4. 21	$+8_1$	$+1_0$	$+10_7$	-23_0	$+4_0$	-16_0	-8_5	$+9_6$	$+13_0$	—	$+7_0$
											$+6_2$

Dieselbe zerfällt in zwei Teile, von denen die erste die Elemente ya_1 bis Z_2 enthält, welche direkt an das Silbervoltameter angeschlossen wurden, während der zweite die Elemente xm_1'' bis D_{12}, eine Gruppe des Elementenstammes, umfaßt. In der ersten Spalte ist das Datum der Messung verzeichnet. In den folgenden 10 Spalten befinden sich im Kopfe die Bezeichnungen der betreffenden Elemente und darunter die Abweichungen derselben vom Mittel der Gruppe. Die letzte Spalte ist dem Elemente W_{40} und den Abweichungen desselben in Hunderttausendsteln vom Mittelwerte der entsprechenden Gruppe vorbehalten. Das übereinstimmende Resultat dieser drei Messungsreihen ist: Gruppe $(ya_1 \ldots Z_2)$ — Gruppe $(xm_1'' \ldots D_{12}) = +11{,}2 \cdot 10^{-5}$.

Die nächste Tabelle III enthält drei Messungsreihen, die an sämtlichen Elementen des Elementenstammes während des gleichen Zeitraumes, in dem die Silbervoltametermessungen gemacht wurden, ausgeführt wurden, und zwar ist die Tabelle in der gleichen Weise wie bei der vorigen Arbeit[1]) nach Gruppen eingeteilt worden. Jede Gruppe enthält die mit dem gleichen Merkurosulfate hergestellten Elemente. Einige Elemente, die schon vor längerer Zeit ausschieden, da sie an verschiedene Stellen, u. a. an das *Bureau of Standards*, abgegeben wurden, sind schon im Jahre 1911 durch Elemente ersetzt worden, welche mit den gleichen Präparaten hergestellt waren; sie zeigten auch damals schon eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Gruppenmittel. Diese Elemente sind durch einen Stern hervorgehoben worden. Es sind im ganzen 13 Stück. Die Gesamtzahl der Stammelemente beträgt einschl. dieser Elemente 66 Stück. Die Tabelle enthält wiederum in der ersten Spalte das Datum der Messung, in den folgenden 13 bezw. 18 Spalten die einzelnen Elemente jeder Gruppe und die Abweichungen derselben vom Gruppenmittel. Auf die letzten beiden Spalten wird bei der Besprechung der Resultate zurückzukommen sein. Diesen fünf Gruppen waren im Jahre 1910 für die internationale Vergleichung in Washington 10 Elemente entnommen worden, die in der Tabelle IV in der gleichen Weise wie die Gruppen in der Tabelle III zusammengestellt sind. Sie bilden den kleinen Elementenstamm der Reichsanstalt, dessen Mittel-

[1]) *l. c. II S. 364 f.*

wert den Prüfungen eingesandter Elemente zugrunde gelegt wird. Für die beiden letzten Spalten dieser Tabelle gilt das gleiche wie bei Tabelle III.

Tab. III a — e.

IIIa

Datum der Messung	$x m_1''$	D_1	D_2	D_5	D_6	D_7	D_{10}	D_{11}	D_{12}	Mittelwert d. Gruppe D aus allen Versuchen	Mittelwert d. Gruppe D aus den Vers. ohne 4. und 5
29. 11. 1920	$+9_1$	$+1_4$	$+12_8$	-25_9	$+3_6$	-18_4	-10_6	$+12_2$	$+16_2$	$1{,}01826_1$	$1{,}01823_0$
4. 4. 1921	$+8_9$	$+1_2$	$+11_4$	-24_3	$+4_6$	-17_4	-9_1	$+10_4$	$+14_5$	826_4	823_3
11. 4. 1921	$+8_1$	$+0_8$	$+10_7$	-22_9	$+4_1$	-15_9	-8_4	$+9_7$	$+13_8$	826_9	823_8

IIIb

Datum der Messung	$y m_1''$	E_1	E_2	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9	E_{10}	E_{12}	E_{13}	E^*_{14}	Mittelwert der Gruppe E	
29.11.1920	$+3_9$	-2_9	$+0_9$	-0_3	$+1_9$	$+0_7$	-7_9	$+1_1$	$+0_1$	-0_1	$+4_9$	$+7_0$	-6_1	$1{,}01833_8$	$1{,}01830_7$
4. 4. 1921	$+4_2$	-1_8	$+1_7$	$+0_5$	$+1_4$	-0_2	-7_6	$+0_4$	-0_4	-0_8	$+3_6$	$+5_0$	-5_3	833_1	830_0
11. 4. 1921	$+3_6$	-1_9	$+1_3$	$+0_2$	$+1_1$	$+0_1$	-6_8	$+0_6$	-0_3	-0_6	$+3_1$	$+4_3$	-5_4	833_3	830_2

IIIc

Datum der Messung	$a m_1''$	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8	G_9	G_{10}	G_{11}	G_{12}	Mittelwert der Gruppe E	
29.11.1920	$+2_0$	$+3_2$	$+9_8$	$+5_3$	-0_7	-1_2	$+3_0$	-0_9	-2_9	-8_9	$+4_7$	-3_9	-9_1	$1{,}01838_7$	$1{,}01835_6$
4. 4. 1921	$+2_8$	$+2_9$	$+9_3$	$+5_2$	$+0_2$	-0_7	$+2_5$	-0_6	-2_6	-9_9	$+4_4$	-4_8	-8_4	838_9	835_8
11. 4. 1921	$+2_4$	$+2_5$	$+9_1$	$+4_8$	-0_1	-1_1	$+2_4$	-0_7	-2_4	-9_6	$+4_1$	-3_7	-8_3	838_5	835_4

IIId

Datum der Messung	$\beta m_1''$	H_1	H_2	H_7	H_8	H_9	H_{10}	H_{11}	H_{12}	H^*_3	H^*_{14}	H^*_{15}	H^*_{16}	Mittelwert der Gruppe H	
29.11.1920	$+3_0$	$+0_7$	$+1_5$	-2_3	-0_8	-1_8	$+2_5$	$+2_2$	-0_3	$+2_7$	-2_3	-0_6	-3_8	$1{,}01834_2$	$1{,}01831_1$
4. 4. 1921	$+1_9$	$+1_1$	$+0_9$	-1_8	-0_3	-1_4	$+2_4$	$+2_2$	-0_1	$+2_6$	-2_1	-0_8	-5_1	834_6	831_5
11. 4. 1921	$+1_6$	$+0_7$	$+1_2$	-1_9	-0_7	-1_8	$+1_9$	$+1_9$	-0_2	$+3_2$	-1_2	± 0	-4_2	835_0	831_9

IIIe

Datum der Messung	$z m_1''$	$z m_2''$	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F^*_{13}	F^*_{14}	F^*_{15}	F^*_{16}	F^*_{17}	F^*_{18}	F^*_{19}	F^*_{20}	Mittelwert der Gruppe F aus allen Versuchen	Mittelwert der Gruppe F aus d. Vers. ohne 4 u. 5
29.11.1920	$+2_1$	$+2_2$	-0_3	-12_3	-3_9	-14_8	$+10_2$	-5_2	$+1_7$	-0_6	$+2_4$	$+1_4$	$+11_4$	$+2_4$	-2_1	$+6_3$	-1_8	$+1_5$	$1{,}01834_6$	$1{,}01831_5$
4. 4. 1921	$+2_6$	$+2_6$	-0_5	-14_1	-3_5	-13_2	$+9_2$	-4_9	$+1_8$	$+0_4$	$+1_4$	$+2_1$	$+12_0$	$+1_5$	-1_9	$+5_4$	-1_9	$+2_0$	834_5	831_4
11. 4. 1921	$+1_7$	$+1_9$	-0_1	-12_9	-3_4	-11_4	$+8_9$	-4_6	$+1_4$	-0_4	$+0_3$	$+1_5$	$+10_4$	$+1_4$	-1_4	$+5_7$	-1_3	$+2_1$	834_6	831_5

Tabelle IV.

Datum der Messung	D_1	D_2	E_{10}	E_{12}	E_{13}	F_7	F_8	F_{10}	H_1	H_2	Mittelwert des kleinen Stammes aus allen Versuchen	Mittelwert des kleinen Stammes aus d. Vers. ohne 4 u. 5
29.11.1920	-5_5	$+5_9$	$+0_7$	$+5_7$	$+7_8$	-2_3	-13_2	-3_6	$+1_9$	$+2_7$	$1{,}01833_0$	$1{,}01829_9$
4. 4. 1921	-5_0	$+5_2$	-0_3	$+4_1$	$+5_5$	-1_6	-11_3	-3_0	$+3_1$	$+2_9$	832_6	829_5
11. 4. 1921	-5_1	$+4_8$	-0_1	$+3_6$	$+4_8$	-1_6	-9_6	-2_8	$+3_9$	$+3_4$	832_7	829_6

Bestimmung des Meßwiderstands R. Als Widerstände für die Strommessung dienten zwei 1-Ohmbüchsen von Otto Wolff ohne Potentialklemmen, deren Konstanten in der folgenden Tabelle vereinigt sind. Die beiden Büchsen wurden in

Nr. des Widerstands	Wert bei 18° Ω	Temp.-Koeff. $\alpha \cdot 10^{-6}$	Temp.-Koeff. $\beta \cdot 10^{-6}$
1 E	1,000050	+ 9,9	− 0,48
1 F	0,999905	+ 9,1	− 0,35

der gleichen Weise benutzt wie bei der vorigen Arbeit[1]). Der einzige Unterschied bestand darin, daß dieses Mal Büchsen ohne Potentialklemmen verwendet wurden, so daß die damals berücksichtigte Korrektion für die Kupferbügel fortfällt.

Mittelwert der Einstellungen $[W_r]$ und $[W_{Cd_8}]$. Das hierüber in der früheren Arbeit[2]) Gesagte trifft auch für die vorliegende Untersuchung zu. Wegen der erheblich niedrigeren Batteriespannung war der Stromabfall während der Messung bei den Versuchen mit 4 Tiegeln erheblich größer als früher. Bei den Versuchen mit 4 Tiegeln betrug der Stromabfall bis zu fast $3^0/_0$, bei den anderen etwa 1 bis 2 Prom.

Berechnung der Resultate. Zur Berechnung der Ergebnisse diente die auf S. 223 gegebene Formel. In der Tab. V sind die hierzu erforderlichen Versuchsdaten

Tabelle V.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Nr. des Versuchs	Datum	Überschuß über 2 Stunden in Sekunden	Überschuß über 2 Ohm in 10^{-5} Ohm	Einstellung am Komp.-App. Überschuß über 10^4 Ohm in Ohm						Mittleres Gewicht des Silberniederschlags	Abweichungen der einzelnen Niederschläge vom Mittel in 10^{-5} Nr. des Tiegels				EMK der 10 Vergleichselemente bei der Temperatur		Abweichungen vom Mittel der Vergleichselemente in 10^{-5}	
	1920			$[W_r]$	$[W_{Cd_8}]$	t_{Cd_8}	W_{Cd_8}	W_m	t_m		I	II	III	IV	t_m	20°	alle Versuche	ohne Nr. 4 u. 5
1	19.11.	$-\ 0{,}4_0$	$-5{,}6$	$-329{,}8$	$+183{,}5$	$+17{,}9$	$+182{,}9$	$+184{,}1_6$	$+16{,}0_5$	$3{,}89232_7$	$+1{,}0$	$-0{,}6$	$-0{,}5$	$+0{,}1$	$1{,}01857_2$	$1{,}01843_0$	$+\ 4_6$	$+7_7$
2	10.12.	$+\ 34{,}3_0$	$-4{,}8$	$-150{,}8_5$	$+181{,}2$	$+18{,}3$	$+180{,}7_0$	$+181{,}7_5$	$+16{,}4_0$	$3{,}98411_0$	$+0{,}7$	$+0{,}0_5$	$-0{,}2$	$-0{,}6$	48_7	35_7	$-\ 2_7$	$+0_4$
	1921																	
3	4. 2.	$+372{,}1_0$	$-3{,}8$	$+211{,}8_8$	$+184{,}5$	$+18{,}4$	$+183{,}8$	$+184{,}9_4$	$+16{,}4_0$	$4{,}32215_0$	—	$-0{,}3$	—	$+0{,}3$	46_2	32_2	$-\ 6_2$	-3_1
4	11. 2.	$+108{,}7_2$	$-7{,}9$	$+101{,}5_2$	$+184{,}2$	$+16{,}1_5$	$+183{,}6_3$	$+184{,}6_9$	$+15{,}5_5$	$4{,}12772_3$	—	$-3{,}1$	—	$+3{,}1$	65_6	49_6	$+11_2$	—
5	18. 2.	$+127{,}7_4$	$-7{,}1$	$+\ 47{,}1$	$+184{,}9$	$+16{,}1_5$	$+184{,}5_3$	$+185{,}4_7$	$+15{,}0_0$	$4{,}11608_8$	—	$+0{,}2$	—	$-0{,}2$	69_9	51_9	$+13_5$	—
6	2. 3.	$+\ 23{,}7_0$	$-4{,}2$	$+138{,}7_2$	$+184{,}7$	$+17{,}8_5$	$+184{,}4_0$	$+185{,}6_5$	$+15{,}6_5$	$4{,}09367_5$	—	$+0{,}6$	—	$-0{,}6$	48_2	32_5	$-\ 5_9$	-2_8
7	9. 3.	$+357{,}6_0$	$-7{,}1$	$+\ 99{,}3$	$+186{,}3$	$+16{,}8_5$	$+185{,}4_5$	$+186{,}3_8$	$+16{,}0$	$4{,}26589_3$	—	$+0{,}8$	—	$-0{,}8$	50_5	36_1	$-\ 2_3$	$+0_8$
8	14. 3.	$+\ 0{,}1_6$	$-4{,}2$	$+113{,}4_5$	$+184{,}8_5$	$+18{,}0_5$	$+184{,}8_7$	$+185{,}7_9$	$+16{,}0$	$4{,}06943_4$	—	$+0{,}7$	—	$-0{,}7$	47_6	35_3	-3_1	± 0
9	19. 3.	$-\ 8{,}0_3$	$-7{,}0$	$+149{,}2_0$	$+185{,}8_8$	$+18{,}6_0$	$+185{,}8_8$	$+185{,}7_8$	$+17{,}6$	$4{,}07963_5$	—	$+1{,}1$	—	$-1{,}1$	44_7	36_1	-7_2	-4_1
10	24. 3.	$+\ 60{,}0_9$	$-7{,}0$	$+109{,}4_2$	$+184{,}4_4$	$+19{,}1$	$+184{,}3_0$	$+185{,}5_0$	$+16{,}8$	$4{,}10240_2$	$-1{,}1$	$-0{,}8$	—	$+1{,}9$	42_7	31_2	-2_3	$+0_8$

Mittel { aller Versuche bei 20°: . . . . $1{,}01838_4$
Mittel { mit Ausnahme von Nr. 4 und 5 bei 20°: 835_3

[1]) *l. c. II S. 361.*

[2]) *l. c. II S. 361.*

und die daraus berechneten Resultate enthalten. In den beiden ersten Spalten derselben befinden sich die Nr. und das Datum des Versuchs. Die dritte und vierte Spalte enthalten die Überschüsse der mit Hilfe des Chronographen gemessenen Versuchsdauer über 7200 sec in Sekunden und der Summe der beiden in den Voltameterkreis eingeschalteten 1-Ohmbüchsen über 2 Ω in Hunderttausendstel Ohm. Die folgenden 6 Spalten enthalten unter $[W_r]$, $[W_{Cd_8}]$ W_{Cd_8} und W_m die Einstellungen am Kompensator, und zwar zunächst die zeitlichen Mittelwerte für die Spannung an R und die EMK des Westonelements Cd_8, und zwar letztere bezogen auf die Temperatur des Normalelements am Ende des Versuchs, sowie die Einstellungen für das Element Cd_8 und das Mittel der 10 Vergleichselemente, die im unmittelbaren Anschluß an den Versuch bei derselben Temperatur des Elements Cd_8 vorgenommen wurden. Die mit t_{Cd_8} und t_m bezeichneten Spalten geben die beobachteten Temperaturen für das Element Cd_8 und die 10 Vergleichselemente. In der 11. Spalte befindet sich das mittlere Gewicht des Silberniederschlages, während die vier folgenden Spalten die Abweichungen der vier Tiegel (I, II, III, IV) von diesem Betrage in Hunderttausendsteln angeben. Der aus allen diesen Zahlen berechnete Mittelwert der EMK der 10 Vergleichselemente bei der Temperatur, welche die Elemente bei dem Versuche besaßen, sowie die auf 20^0 reduzierten Werte befinden sich in der Spalte 16 und 17. Aus letzteren Zahlen ergibt sich, daß die Übereinstimmung der Versuche, mit Ausnahme der Veruche 4 und 5, eine ganz hervorragende ist, wie man aus den Abweichungen, welche die Einzelwerte von den Mittelwerten zeigen, ersehen kann, wenn Versuch 4 und 5 unberücksichtigt bleiben, wie dies in der letzten Spalte geschehen ist. Berücksichtigt man dagegen alle Versuche, so ergibt sich ein Resultat, das in der vorletzten Spalte gegeben ist und aus dem man ersieht, daß diese beiden Versuche um etwa $1 \cdot 10^{-4}$ von dem Gesamtmittel abweichen. Ein stichhaltiger Grund, diese beiden Versuche ganz von der Mittelbildung auszuschließen, wurde nicht gefunden, es sei denn, daß man die ungewöhnlichen Stromschwankungen, welche bei Versuch 4 auftraten, für die Abweichung wenigstens dieses Versuchs verantwortlich machen will. Die beiden Mittelwerte für alle 10 Versuche sowie für die 8 Versuche (ohne 4 und 5) unterscheiden sich nur um $3 \cdot 10^{-5}$. Ebenso wie bei der vorigen Untersuchung[1]) wurden auch für die vorliegenden Messungen die mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer Messung und des gesamten Resultats berechnet und in der folgenden Tabelle zusammengestellt, und zwar sowohl für den Fall, daß alle Messungen benutzt werden, als für den, daß Nr. 4 und 5 unberücksichtigt bleiben.

Versuche	Hunderttausendstel			
	mittlerer Fehler		wahrscheinl. Fehler	
	einer Messung	des Resultats	einer Messung	des Resultats
alle	7,3	2,3	4,8	1,5
mit Ausnahme von 4 u. 5	3,7	1,3	2,5	0,9

Ein Vergleich dieses Ergebnisses mit dem der vorigen Untersuchung[2]) zeigt, daß trotz der zu Beginn angedeuteten Schwierigkeiten, welche bei dieser Arbeit zu überwinden waren, doch ungefähr der gleiche Grad der Genauigkeit sich hat erzielen lassen wie bei jener.

[1]) *l. c. II S. 363.*
[2]) *l. c. II S. 363.*

Unter Zugrundelegung der beiden oben erhaltenen Mittelwerte der Tabelle V für die Vergleichselemente und unter Heranziehung der Tabelle II wurden für jede Gruppe der Stammelemente die mittlere EMK berechnet und in den letzten beiden Spalten der Tabellen IIIa-e eingetragen. Außerdem wurde die gleiche Berechnung für alle 66 Stammelemente ohne Rücksicht auf die Gruppen ausgeführt. Diese beiden letzteren so erhaltenen Zahlen wurden der zusammenfassenden Tabelle VI zugrunde gelegt. Dieselbe ist der besseren Übersicht halber in drei Teile A, B und C geteilt. In dem Teile A sind die Elemente mit ihren Bezeichnungen enthalten, und zwar in der Spalte 1 die Gruppenbezeichnung, in Spalte 2 die Anzahl der jeder Gruppe angehörenden Elemente und in Spalte 3 die Bezeichnungen der einzelnen Elemente. Die erste Horizontalreihe enthält die 10 Vergleichselemente, welche direkt mit dem Silbervoltameter gemessen wurden und die mit dem eigentlichen Elementenstamme nichts zu tun haben. Die folgenden. 5 Horizontalreihen (D, E, F, G, H) entsprechen den 5 Gruppen, welche den Stamm bilden, und schließlich die letzte Horizontalreihe ist für die 10 dem großen Stamme entnommenen Elemente des kleinen Stammes vorbehalten. Unter B und C sind nun die Mittelwerte jeder dieser Gruppen bezogen auf den Mittelwert des ganzen Stammes, und zwar für drei verschiedene Messungen aller dieser Elemente verzeichnet. Hierbei ist unter B das Ergebnis sämtlicher Silbervoltameterversuche, unter C das der Versuche unter Ausschluß von 4 und 5 zugrunde gelegt. Vergleicht man diese beiden Ergebniskomplexe mit den entsprechenden Werten der vorigen Arbeit[1]), so sieht man, daß besonders die unter C aufgeführten Werte sich in ganz ausgezeichneter Übereinstimmung mit den Zahlen aus dem Jahre 1910 befinden, so daß keine Veranlassung vorliegt, an dem seinerzeit für das Mittel sämtlicher Elemente gefundenen Werte von 1,01831 eine Änderung vorzunehmen.

2. Die neuen Elemente.

Als zweite Kontrolle für die Konstanz der EMK des Elementenstammes wurde die Herstellung neuer Elemente benutzt. Mit verschiedenen, zum größten Teile in der Reichsanstalt hergestellten Merkurosulfatpräparaten wurden in den Jahren 1920 bis 1922 unter Einhaltung aller Vorsichtsmaßregeln 69 Elemente hergestellt. Diese Elemente wurden mit dem Elementenstamme verglichen. Das Ergebnis dieser Vergleichungen wurde in der Tabelle VII zusammengestellt, aus der zugleich die Herstellungszeiten dieser Elemente zu ersehen sind. Die Einrichtung ist so getroffen, daß gleichzeitig hergestellte Elemente sich in der gleichen vertikalen Spalte befinden, während jede Horizontalreihe die Elemente gleicher EMK vereinigt. Man sieht, daß die meisten Elemente zwischen 1,01831 und 1,01835 V besitzen. Das Mittel aller Elemente, bezogen auf den Stamm = 1,01831 V, ist 1,01833, also nur um 2×10^{-5} V höher als dieser, so daß also auch dieses Ergebnis das mit dem Silbervoltameter gewonnene Resultat stützt.

Macht man die Annahme, daß das Mittel der neuen Elemente den Wert 1,01831 (entsprechend dem 1910 gefundenen) haben sollte, so würde sich für den alten Stamm eine mittlere EMK von 1,01829 V ableiten, d. h. die mittlere EMK desselben wäre in 11 Jahren um 2×10^{-5} V gesunken, was an sich nicht unwahrscheinlich, praktisch aber ohne jeden Belang wäre. Dieser Befund befindet sich in besserer Übereinstimmung mit dem Ergebnisse (1,01831) der Silbervoltametermessungen, das unter Fortlassung der Versuche 4 und 5 erhalten ist als mit dem (1,01834), das unter Berücksichtigung

[1]) *l. c. II S. 366. Tab. III.*

dieser beiden Versuche gewonnen ist, eine Tatsache, die gegen die Brauchbarkeit dieser letzteren spricht.

Als Ergebnis der Untersuchung kann man hiernach zusammenfassend sagen, daß die mittlere EMK des Elementenstammes als unverändert anzusehen ist, und daher auch weiterhin der Wert 1,01831 als Mittelwert desselben angenommen werden darf.

Anhang.

Obwohl im wesentlichen das Westonelement das Clarkelement verdrängt hat, gelangen doch hin und wieder einzelne Elemente des letzteren Typs in der Reichsanstalt zur Prüfung, so daß es vielleicht für die Kreise, welche solche Elemente noch benutzen, von Interesse ist, etwas über den Grad ihrer Haltbarkeit zu erfahren. Zu diesem Zwecke wurden die aus früheren Zeiten noch in der Reichsanstalt vorhandenen, aber sämtlich seit vielen Jahren außer Gebrauch gesetzten Clarkelemente einer Nachprüfung ihrer EMK unterzogen. Diese Elemente sind in der nachfolgenden Tabelle in zwei Serien A und B eingeteilt, von denen die der ersten (A) mit Kork und Siegellack verschlossen sind, während die der Serie B in Glas eingeschmolzen oder wie Nr. 12 mit einem eingeschliffenen Glasstopfen versehen sind. Von den ersteren war

Tabelle VI.

A			B								C							
bezogen auf Mittel des ganzen Stammes =			1,01834$_0$ V (bei 20°)								1,01830$_9$ V (bei 20°)							
Elemente			Messung 1 29. 11. 20		Messung 2 4. 4. 21		Messung 3 11. 4. 21		Zeitliches Gesamtmittel jeder einzelnen Gruppe	Abweichungen vom Gesamtmittel in 10^{-5}	Messung 1 29. 11. 20		Messung 2 4. 4. 21		Messung 3 11. 4. 21		Zeitliches Gesamtmittel jeder einzelnen Gruppe	Abweichungen vom Gesamtmittel in 10^{-5}
Gruppe	Zahl	Bezeichnung	bei 20°	Abweichungen vom Mittel in 10^{-5}	bei 20°	Abweichungen vom Mittel in 10^{-5}	bei 20°	Abweichungen vom Mittel in 10^{-5}			bei 20°	Abweichungen vom Mittel in 10^{-5}	bei 20°	Abweichungen vom Mittel in 10^{-5}	bei 20°	Abweichungen vom Mittel in 10^{-5}		
Vergleichselemente	10	ya_1; ya_2; yb_1; yb_2; W217; W188; L_1; L_2; Z_1; Z_2	1,01838$_4$		1,01838$_4$		1,01838$_4$		1,01838$_4$		1,01835$_3$		1,01835$_3$		1,01835$_3$		1,01835$_3$	
D	9	xm_1''; D_1; D_2; D_5; D_6; D_7; D_{10}; D_{11}; D_{12}	1,01826$_1$	-7_9	1,01826$_4$	-7_6	1,01826$_9$	-7_1	1,01826$_5$	-7_5	1,01823$_0$	-7_9	1,01823$_3$	-7_6	1,01823$_8$	-7_1	1,01823$_4$	-7_5
E	13	ym_1''; E_1; E_2; E_4 bis E_{10}; E_{12}; E_{13}; E_{14}	833$_8$	-0_2	833$_1$	-0_9	833$_3$	-0_7	1,01833$_4$	-0_6	830$_7$	-0_2	830$_0$	-0_9	830$_2$	-0_7	1,01830$_3$	-0_6
F	18	zm_1''; zm_2''; F_5 bis F_{20}	834$_6$	$+0_6$	834$_5$	$+0_5$	834$_6$	$+0_6$	1,01834$_6$	$+0_6$	831$_5$	$+0_6$	831$_4$	$+0_5$	831$_5$	$+0_6$	1,01831$_5$	$+0_6$
G	13	$\alpha m_1''$; G_1 bis G_{12}	838$_7$	$+4_7$	838$_9$	$+4_9$	838$_5$	$+4_5$	1,01838$_7$	$+4_7$	835$_6$	$+4_7$	835$_8$	$+4_9$	835$_4$	$+4_5$	1,01835$_6$	$+4_7$
H	13	$\beta m_1''$; H_1; H_2; H_7 bis H_{16}	834$_2$	$+0_2$	834$_6$	$+0_6$	835$_0$	$+1_0$	1,01834$_6$	$+0_6$	831$_1$	$+0_2$	831$_5$	$+0_6$	831$_9$	$+1_0$	1,01831$_5$	$+0_6$
Kleiner Stamm	10	D_1; D_2; E_{10}; E_{12}; E_{13}; F_7; F_8; F_{10}; H_1; H_2	1,01833$_0$	-1_0	1,01832$_6$	-1_4	1,01832$_7$	-1_3	1,01832$_8$	-1_2	1,01829$_9$	-1_0	1,01829$_5$	-1_4	1,01829$_6$	-1_3	1,01829$_7$	-1_2

nur noch ein kleiner Bruchteil brauchbar, da diese Elemente teils einen so hohen inneren Widerstand bekommen hatten, daß sie nicht mehr genau meßbar waren, teils eine erhebliche Abnahme ihrer EMK erfahren hatten. Die Elemente der Serie B befanden sich alle noch in gutem Zustande. Die Abweichungen vom Sollwert betrugen bei diesen Elementen:

Serie A Nr.	10^{-4} Volt	Serie B Nr.	10^{-4} Volt
1	+ 2,3 „	7	+ 3,0 „
2	+ 4,7 „	8	+ 2,9 „
3	+ 5,0 „	9	+ 3,5 „
4	+ 4,5 „	10	+ 4,1 „
5	+ 0,4 „	11	+ 2,3 „
6	— 7,0 „	12	+ 4,1 „

Die Werte liegen im Durchschnitt um $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Volt höher als dem Sollwert entspricht. Diese Abweichung rührt vermutlich daher, daß diese Elemente alle aus einer Zeit stammen, in der die Normalelemente mit käuflichem Merkurosulfat hergestellt wurden, das durchweg Elemente mit höherer EMK lieferte als das normale nach der Vorschrift der Reichsanstalt angefertigte Präparat. Ferner ist zu beachten, was auch bei den zur Prüfung eingesandten Elementen beobachtet wird, daß die Abweichungen vom Mittelwert bei den Clarkelementen größer als bei den Westonelementen sind.

Tabelle VII.

Nr., Herstellungszeit und EMK neuer Elemente, bezogen auf das Mittel des Elementenstammes = 1,01831

Jahr	1920			1921				1922			Anzahl	Wert Volt
Monat	August	September	Oktober	Februar	April	Sept.	Nov.	Januar	Februar	April		
Nr.								69			1	1,01825
				30	41; 42			68		81	5	30
				21	35; 39; 40			60; 66; 71		78; 79; 80; 82; 87	12	31
		De H_{16}			32; 33; 34			54; 64; 67		84; 86	9	32
				23; 27	31; 37; 38; 43; 44; 46					85	9	33
		De H_8; De H_{10}; De H_{11}; De H_{12}; De H_{14}; De H_{15}			45	52		65; 70			10	34
		De H_7; De H_9; De H_{13}	11; 18; 19	22; 26; 28; 29	36			59; 61			13	35
	13; 14	17		24; 25							5	36
	12						55				2	37
						49			72; 77		3	38
										Summe	69	
										Mittelwert aller Elemente		1,01833

Meine Integraphen für Differentialgleichungen.

Von
Ernst Pascal, o. Professor an der Universität Neapel.

Neapel 1914.

Übersetzung aus dem Italienischen von Professor Dr. A. Galle in Potsdam.

Vorwort des Übersetzers.

Als Herr Professor Dr. Ernesto Pascal vor Beginn des Krieges mich aufforderte, seine Schrift über die von ihm erfundenen Integraphen zu übersetzen, übernahm ich diese Arbeit bereitwillig, um die geistvollen Konstruktionen des Verfassers den deutschen Mathematikern und den deutschen Technikern leichter zugänglich zu machen und sie darauf hinzuweisen. Die Handschrift war bereits 1914 vollendet und der Vertrag mit der Verlagshandlung abgeschlossen, es fehlten nur noch die Unterlagen für die Figuren, als der Krieg ausbrach und die Verbindung mit Italien aufhob. Die veränderten Zeitverhältnisse sind neuen Verhandlungen mit dem Verleger nicht günstig, aber ich fand ein erfreuliches Entgegenkommen bei der Schriftleitung der Zeitschrift für Instrumentenkunde. Diese Zeitschrift ist gerade in den Kreisen verbreitet, in denen das vorliegende Werk ein besonderes Interesse finden wird, und ich bin dem Herausgeber, Herrn Professor Dr. Göpel für die Aufnahme zu lebhaftem Dank verpflichtet. Bei der Übersetzung selbst hat mir meine 1920 verstorbene Frau Clara geb. Paetsch durch ihre Kenntnis der italienischen Sprache geholfen, da mir diese schöne Sprache nicht geläufig war. Sodann statte ich Herrn Professor Pascal für die Übersendung der Photographien und Herrn Professor Dr. Hamel in Berlin für die liebenswürdige genaue Durchsicht der Handschrift meinen verbindlichen Dank ab.

Potsdam. Weihnachten 1921. A. Galle.

Einleitung.

Die reinen Mathematiker haben meiner Meinung nach bisher das Unrecht begangen, den Apparaten zur mechanischen Ausführung der analytischen Operationen nicht genügende Aufmerksamkeit zu schenken.

Sie haben vielleicht geglaubt, daß solche Probleme nicht zu dem Kreise derjenigen gehören, auf die sich die mathematische Spekulation richten soll, und daß ihr Studium den Praktikern von Profession überlassen werden muß. Und weil man diese Untersuchungen denen überließ, die durch ihre geistige Befähigung oder die Enge ihrer Vorbildung oder den Mangel jenes den reinen Mathematikern eigentümlichen forschenden und verallgemeinernden Geistes nicht sehr geeignet sind, sich zu allgemeineren Gesichtspunkten zu erheben, so ist es gekommen, daß die Fortschritte ausgeblieben sind, die hätten erreicht werden können.

Der alte Integraph von Abdank-Abakanowicz, der vor mehr als 40 Jahren erdacht ist, hat sich in der Tat in den Kreisen der Mathematiker ziemlich langsam und weniger als man hätte erwarten dürfen, ausgebreitet. Da er den Händen der Praktiker und Ingenieure überlassen war, haben diese ihrerseits klugerweise nichts anderes zu tun gewußt, als höchstens Einzelheiten daran zu verändern und seine Arbeitsweise zu verbessern; sie haben sich aber wohl gehütet, seine Prinzipien zu ändern und seine Verwendung so auszudehnen, wie ich in letzter Zeit das Glück gehabt habe, eine ganze Familie von Apparaten abzuleiten, die wiederum als Haupt-

stämme zu betrachten sind und mit denen analytische Operationen von höherem und kompliziertem Charakter ausgeführt werden können.

Demnach scheint mir dieses Gebiet, das als *kinematische Darstellung analytischer Probleme* bezeichnet werden kann, wohl wert, bebaut und abgeerntet zu werden, da es in vielen Fällen die Probleme der Analysis in neuem Lichte zeigt, gleich wie die zeichnerischen Darstellungen und die geometrischen Deutungen neues Licht auf gewisse analytische Untersuchungen werfen, so daß viele von diesen nicht mehr ohne jene verstanden werden können.

Jede analytische Operation hat sicherlich immer eine entsprechende kinematographische Darstellung. Welches ist diese Darstellung? Das ist eine Aufgabe, der sich die Analytiker allmählich nicht mehr entziehen dürfen und die neue Ausblicke wird eröffnen können, die vielleicht auch Einteilungen nach neuen Gesichtspunkten erkennen lassen.

Für die Operationen der endlichen Analysis sind die kinematischen Apparate hinsichtlich des zugrunde liegenden Prinzips einfach, aber für die Operationen der Analysis des Unendlichen (Quadratur, Differentialgleichungen) genügen diese Prinzipien nicht mehr; denn während jene auf Diskontinuität begründet sind, bedarf man hier umgekehrt eines Instrumentes, das Kontinuität zeigt, und dafür sorgt die Drehrolle, die bei allen Integraphen auftritt. Aber diese Drehrolle genügt nicht mehr als Grundlage eines kinematischen Apparates für solche andere höhere analytische Operationen, wie sie durch die Lösungen von Integralgleichungen dargestellt werden, weil mit ihnen nicht jene Art doppelter Kontinuität (die sogenannte *Vererbung*), welche das Problem erfordert, kinematisch verwirklicht werden kann. Es entsteht daher hieraus die Aufgabe: Welches muß die Grundlage eines kinematischen Apparates sein, welcher dem durch die Integralgleichungen dargestellten Zusammenhang entspricht?

Ich habe dies alles angeführt, um hierdurch zu zeigen, daß das Studium der in Rede stehenden Probleme noch zu höherer Bedeutung steigen kann, als zur Konstruktion von Apparaten für praktische Zwecke, und daß ihnen künftig vielleicht noch eine größere, auch theoretische Wichtigkeit bestimmt ist.

In diesem Buche (welches eine von mir in den *Atti della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche di Napoli* (2), v. 15, 1913 veröffentlichte Arbeit wiedergibt) nehme ich mir vor, die Theorie aller meiner Integraphen zu entwickeln, indem ich sie in geordneter und systematischer Weise behandle. Diese Abhandlung wird noch durch neue Betrachtungen und durch Beschreibungen von anderen Apparaten vervollständigt, von denen einer für die lineare Gleichung mit allgemeinen Koeffizienten, der andere, von dem ich vor einigen Jahren ein Modell habe konstruieren lassen, für die Integration der Riccatischen Gleichung bestimmt ist. Diesen habe ich bisher noch nicht bekannt gemacht.

Die in dieser Arbeit beschriebenen Apparate sind größtenteils schon seit langer Zeit unter meiner Anleitung von dem geschickten Mechaniker der Kgl. Sternwarte in Capodimonte, Herrn Pasquale Moreno, konstruiert worden und arbeiten ausgezeichnet.

Sie werden sämtlich in meiner Sammlung für höhere Analysis an der Kgl. Universität in Neapel aufbewahrt; von einigen unter ihnen sind auch verschiedene Nachbildungen gemacht worden: auf Rechnung der Universität und der Hochschule in Turin (*Sammlung für praktische Geometrie* des Kgl. Polytechnikums), Genua (Kgl. höhere Marineschule), Padua (Sammlung für mathematische Physik der Kgl.

Universität), Palermo (Geodätische Sammlung der Kgl. Ingenieurschule und Sammlung für Infinitesimalrechnung an der Kgl. Universität) und der Sammlungen für rationelle Mechanik und Infinitesimalrechnung an der Kgl. Universität in Neapel.

Man findet sie auch in auswärtigen Abhandlungen und Büchern erwähnt; Fr. A. Willers beschäftigt sich damit in dem Aufsatz: *Zum Integrator von E. Pascal* (Zeitschr. f. Math. u. Physik, Bd. 59, 1911) und sie werden ausführlich in dem betreffenden Kapitel eines neuen Buches von Prof. A. Galle: *Mathematische Instrumente*, Leipzig, Teubner. 1913 besprochen.

Endlich darf ich noch daran erinnern, daß einer von meinen Apparaten unter den Gegenständen der Gruppe II (Klasse 9, 10, 11) auf der internationalen Ausstellung in Turin 1911 ausgestellt war und das Ehrendiplom erhalten hat.

Teil I.

Kartesische Integraphen.

§ 1. Vorwort und Einteilung.

Als erste Unterscheidung bietet sich die dar, die aus der Verschiedenheit der Koordinatensysteme hervorgeht, auf die wir die Integralkurve der Differentialgleichung beziehen wollen, und daher auch aus der verschiedenen Art, nach der wir die einer und derselben Gleichung genügenden Variablen deuten wollen. Betrachtet man sie als rechtwinklige kartesische Koordinaten eines Punktes der Ebene, so können die entsprechenden Apparate als *kartesische Integraphen* bezeichnet werden, wenn sie dagegen als Polarkoordinaten gedeutet werden, so sind die entsprechenden Apparate die *Polarintegraphen*. Wir werden zuerst die einen und dann die andern behandeln.

Die schematische Gestalt fast aller *kartesischen Integraphen*, mit denen wir uns beschäftigen wollen, besteht in der Hauptsache aus einem festen Rechteck $ABCD$ aus Messing oder Stahl, das sich auf zwei gleiche schwere Rollen stützt. Ein dritter Stützpunkt wird von einem kleinen Rade aus Stahl mit scharfem Rande (der *Drehrolle*) gebildet, das mit dem Rechteck vermittels eines beweglichen Wagens verbunden nach Belieben die Richtung seiner Ebene ändern kann.

Durch die beiden Rollen kann das Rechteck $ABCD$ sich auf der horizontalen Zeichenebene von links nach rechts und umgekehrt parallel zu sich selbst bewegen. Die zwei Seiten AD, BC des Rechtecks (die sich während der Bewegung in ihrer Richtung verschieben) stellen die Richtung der kartesischen x-Achse dar, die andern AB, CD die Richtung der y-Achse.

Auf der (rechten) Seite CD des Rechteckes sei eine geradlinige Schiene angebracht, auf der ein Wagen (der *Differentialwagen*) läuft, der nach der Zeichenebene hin einen Stift trägt und einen Handgriff, mit dem man die Bewegung leiten kann.

Auf der andern (linken) Seite AB des Rechteckes ist eine andere Schiene angebracht, die indessen nicht geradlinig zu sein und der Seite AB zu folgen braucht, sondern eine nach einer bestimmten Form gekrümmte Kurve sein kann. Auf ihr läuft ein andrer Wagen (*Integralwagen*), welcher auf der horizontalen Zeichenebene mit der Drehrolle aufliegt. Die Zapfen der beiden Wagen hängen sodann durch eine veränderliche Verbindung (Stange) zusammen, die je nach der Gestalt der Differentialgleichung, die integriert werden soll, oder der analytischen Operation, die ausgeführt werden soll, verschieden ist; diese Verbindung dient dazu, die Richtung der Ebene der Drehrolle konstant in die Tangente der Integralkurve einzustellen, die sie beschreiben soll.

Diese schematische Figur erfährt nur für den Typus des sogenannten „Integraphen mit konstantem Vektor“ eine Änderung, bei der der Differentialwagen wegfällt, aber hierüber werden wir erst nachher sprechen.

Nach dieser Festsetzung bietet sich als eine andere Unterscheidung in natürlicher Weise die folgende: Die linke Schiene, auf der der Integralwagen rollt, kann geradlinig sein und in der Richtung der Seite AB liegen oder nicht. Im ersten Falle sprechen wir von Integraphen mit gerader Schiene, im andern von solchen mit gekrümmter Schiene.

Nach der verschiedenen Natur der Verbindung, welche zwischen der Bewegung des Differential- und Integralwagens besteht, unterscheiden wir (noch weiter) verschiedene Arten von Integraphen.

Die *kartesischen Integraphen* werden in folgende verschiedene Klassen und Unterklassen eingeteilt:

A. *Integraphen mit gerader Schiene.*

a) *Integraphen mit gekrümmter Stange* (unter diesen ist der für eine kanonische Form der Riccatischen Gleichung dienende bemerkenswert).

b) *Integraphen mit gerader Stange* (darunter befinden sich die für eine kanonische Form der linearen Gleichungen dienenden).

c) *Integraphen mit festem Zapfen* (ein besonderer Fall davon ist der Integraph für Quadraturen von Abdank-Abakanowicz).

d) *Integraph mit zwei festen Zapfen* (mit denen man eine andere kanonische Form der *Riccatischen Gleichung* integrieren kann).

e) *Integraphen mit beweglichem Zapfen* (unter diesen sind besonders interessant der für die *Gleichung des Hodographen bei der Bewegung der Geschosse in einem Mittel von beliebigem Widerstand*, und der, mit dem man die Lösung einer *Volterraschen Integralgleichung* erhalten kann).

f) *Integraph mit konstantem Vektor* (er ist eine Abart des sogenannten Schneidenplanimeters).

B) *Integraphen mit gekrümmter Schiene* (mit ihnen kann man unter anderem die Differentialgleichungen von der Form

$$a y' = Q(x + \varphi(y))$$

und die allgemeinere von der Form

$$y' = Q(x + \varphi(y))\, F(x),$$

aus der sich von neuem die des Hodographen bei der Bewegung eines Geschosses ergibt, integrieren).

Die Besonderheiten aller dieser Integraphen und ihre hauptsächlichsten Anwendungen auf zahlreiche Aufgaben der Analysis werden wir mit vielen Einzelheiten in den folgenden Paragraphen behandeln.

§ 2. Integraphen mit gekrümmter Stange.

Differentialgleichungen von der Form $y' = \Phi(Q(x) - y)$[1].

Die Zapfen der beiden Wagen, nämlich des Differential- und des Integralwagens, sind durch eine Stange, die kurvenförmig gebogen ist, verbunden, und zwar

[1]) E. Pascal, *Sopra alcune classi di integrafi per equazioni differenziali* (Rend. R. Acc. delle Sc. fis. e mat. di Napoli, (3) v. 17, 1911); *Sul mio integrafo a riga curvilinea* (ibid., (3) v. 18, 1912).

so, daß die Krümmungsänderung dieser Stange die Änderung der Drehrollenebene hervorbringt.

Dies kann auf zwei Arten geschehen: a) Entweder man macht die Stange in einem in ihr festen Punkte um den Zapfen des Differentialwagens drehbar; oder b) man bringt einen festen Punkt in ihr in starre Verbindung mit dem Zapfen der am Integralwagen angebrachten Drehrolle. In beiden Fällen muß man es so einrichten, daß der Zapfen des andern Wagens in einer Rille auf der Stange selbst beweglich ist, aber im ersten Falle muß bei einer Richtungsänderung der Stangentangente in dem vom Zapfen des Integralwagens dargestellten Punkte sich auch die Richtung der Rollenebene entsprechend ändern; was durch eine leicht konstruierbare Einrichtung erreicht werden kann. Im andern Falle kann man dies vermeiden, aber indem man einen Vorteil erlangt, kann sich umgekehrt ein Nachteil einstellen, wie wir weiter unten sehen werden.

Wir gehen nun zu den Rechnungen in bezug auf die Anordnung a) über.

Hier müssen vor allem *zwei Maßeinheiten* unterschieden werden; die eine ist die *absolute Maßeinheit*, das ist diejenige, mit der wir uns alle Längen auf dem Zeichenblatte gemessen vorstellen; die andere ist die *Maßeinheit des Instruments*, sie wird dargestellt durch die Projektion der Entfernung zwischen den Zapfen G und H der beiden Wagen des Instruments auf die x-Achse.

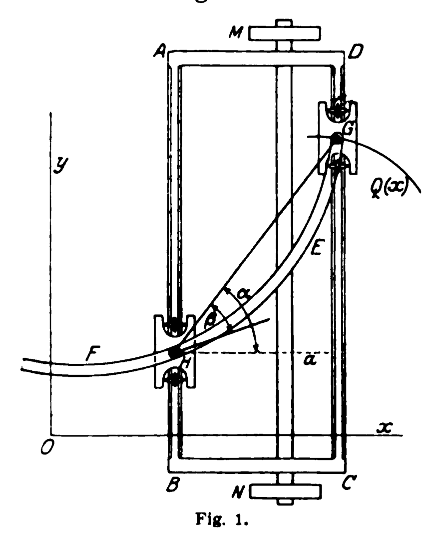


Fig. 1.

Es sei EF die gekrümmte Stange, durch die die Zapfen der beiden Wagen in Verbindung stehen (s. Fig. 1). Die Ebene der Drehrolle sei in H tangential an die Kurve EF. Sie wird mit der x-Achse einen Winkel bilden, der die Differenz von zwei Winkeln ist, deren einer, α, der Winkel ist, den die gerade Verbindungslinie HG der Zapfen der beiden Wagen mit der x-Achse macht. Dieser hat die trigonometrische Tangente $\frac{Q(x)-y}{a}$ (wenn $Q(x)$ die Ordinate der Differentialkurve, y die Ordinate der Integralkurve und a die Maßeinheit des Instruments ist), und der andere Winkel, β, ist der, den die Tangente an die Kurve EF mit der Sehne HG einschließt.

Man hat also:

$$y' = \operatorname{tg}(\alpha-\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta} = \frac{[Q(x)-y]-a\operatorname{tg}\beta}{a+[Q(x)-y]\operatorname{tg}\beta}.$$

Da die beiden Schienen, auf denen die Wagen laufen, parallel sind, so wird der Winkel β nur von dem Unterschied der Abstände der beiden Wagen von der x-Achse abhängen und folglich eine Funktion von $Q[(x)-y]$ sein:

$$\operatorname{tg}\beta = F(Q(x)-y); \tag{1}$$

hieraus folgt:

$$y' = \frac{[Q(x)-y]-aF(Q(x)-y)}{a+[Q(x)-y]F(Q(x)-y)}, \tag{2}$$

wofür wir schreiben können:

$$y' = \Phi(Q(x)-y), \tag{3}$$

und das ist die Form der *Differentialgleichung, die mit der angegebenen Anordnung inte-*

griert wird; Q ist eine beliebige Funktion, die durch irgendeine auf der Zeichenebene gezogene Kurve dargestellt ist, die man mit dem Differentialstift durchfährt und Φ ist eine Funktion, die von der Natur der Kurve EF abhängt; aber *für jedes gegebene Φ kann man die entsprechende Kurve EF finden, mithin kann man für jede Differentialgleichung von der Form 3) den entsprechenden Integraphen konstruieren.*

Beziehen wir die Kurve EF auf Polarkoordinaten ϱ, Θ und wählen wir als Pol den Punkt G, so ist der Winkel β der Sehne GH mit der Tangente in H der Winkel der Tangente mit dem Radius Vektor $\varrho = GH$ und folglich gegeben durch

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\varrho\, d\Theta}{d\varrho}. \tag{4}$$

Setzen wir

$$Q(x) - y = t \tag{5}$$

und beachten wir, daß man hat

$$a^2 + t^2 = \varrho^2; \tag{6}$$

so erhält man daher mit Rücksicht auf 1):

$$\frac{\varrho\, d\Theta}{d\varrho} = F(t) = F(\sqrt{\varrho^2 - a^2}). \tag{7}$$

Wenn also die Funktion $\Phi(t)$ gegeben ist, so leitet man daraus $F(t)$ nach der Formel

$$F(t) = \frac{t - a\Phi(t)}{a + t\Phi(t)} \tag{8}$$

ab, und hieraus durch Quadratur

$$\Theta = \int \frac{F(\sqrt{\varrho^2 - a^2})}{\varrho}\, d\varrho, \tag{9}$$

die Polargleichung der Kurve, deren Gestalt die Stange haben muß, welche die beiden Wagen des Integraphen verbindet.

Für $F(t) = 0$ hat man $\Theta = \text{konst.}$, und die Kurve EF ist die Gerade HG; die Gleichung 2) wird

$$a y' = Q(x) - y \tag{10}$$

und man hat den *Integraphen mit gerader Stange*, der für die *linearen Differentialgleichungen I. Ordnung* dient.

Für $F(t) = -m = \text{konst.}$ hat man $\Theta = -m \log\varrho$, $\varrho = e^{-\frac{\Theta}{m}}$; die Kurve EF ist ein Bogen der logarithmischen Spirale und die Gleichung 2) wird

$$y' = \frac{am + Q(x) - y}{a - m[Q(x) - y]} \tag{11}$$

und man gelangt zur Integration einer Gleichung, die, wie wir weiterhin sehen werden, auch mit dem Integraphen mit gerader Stange integriert werden kann.

Für $F(t) = t$ erhält man als Gleichung der Kurve EF:

$$\Theta = \int \frac{\sqrt{\varrho^2 - a^2}}{\varrho}\, d\varrho = \sqrt{\varrho^2 - a^2} - a \cdot \arccos\frac{a}{\varrho}, \tag{12}$$

während die Gleichung, die integriert werden soll, folgende wird:

$$y' = \frac{(1 - a)[Q(x) - y]}{a + [Q(x) - y]^2}, \tag{13}$$

worin $Q(x)$ eine willkürliche Funktion und a eine Konstante ist.

Bei dem soeben beschriebenen Integraphen muß man es so einrichten, daß

eine Drehung der Stange in H eine Drehung der Rollenebene mit sich bringt, da diese Ebene immer die Tangente in H an die Stange EF enthalten muß.

Um dies zu erreichen, kann man folgende Einrichtung treffen: hat man auf einem Blatte die Kurve C gezogen, nach der die Stange EF geformt sein soll, so bezeichnet man durch Punkte die Orte zweier, auf der Tangente an C gelegenen Punkte, die auf entgegengesetzten Seiten vom Berührungspunkt liegen und gleichweit um die konstante Größe s von ihm abstehen. Man stellt ein Stahlplättchen her, das zwei solche Kurven als Rillen enthält und läßt in diesen Rillen zwei an den Enden eines horizontalen Stäbchens von der Länge $2s$ befindliche Spitzen laufen. Das fest mit dem Zapfen H des Integralwagens verbundene Stäbchen ist in derselben Richtung wie die Ebene der Drehrolle angebracht. Es ist klar, daß wenn die beiden Spitzen das Plättchen entlang laufen, der Zapfen H die Kurve C durchlaufen und die Rolle immer in der Richtung der Tangente sein wird.

Statt es so zu machen, daß die Rollenebene immer in der Richtung der Stange EF ist, würden wir es leicht einrichten können, daß sie mit dieser Richtung einen konstanten Winkel einschließt. Dann ist die Gleichung, die integriert werden soll, nicht mehr die Gleichung 2), sondern eine andere, die man mit Leichtigkeit ableiten kann. aber wir wollen uns damit nicht aufhalten.

Wir gehen nun zur Anordnung b) über.

Statt die Stange in G zu befestigen und in H verschiebbar zu machen, lassen wir sie mit dem Zapfen H der am Integralwagen sitzenden Rolle fest verbunden sein und in einer Rille um den Zapfen G des Differentialwagens gleiten (s. Fig. 2). Die Konstruktion des Apparates wird auf diese Weise einfacher und die Ermittlung der Gestalt der Stange für eine gegebene Differentialgleichung leichter, da die Gleichung der Kurve, nach der die Stange geformt werden soll, bei der Anordnung a) durch eine Quadratur erhalten wird (vgl. Formel 9)), hier dagegen in endlicher Form gegeben ist und überdies auch mit großer Leichtigkeit punktweise gezeichnet werden kann.

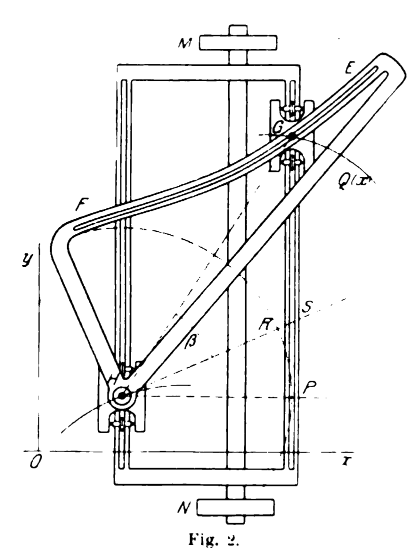


Fig. 2.

In der Tat wird, wenn wir als Pol den Punkt H und als Polarachse die Richtung HS der Rollenebene (eine Richtung, die fest mit der gerillten Stange EGF verbunden ist) wählen, der Winkel β in den Winkel Θ des Radius Vektors HG mit der Polarachse übergehen, und wenn man sich die Formeln 1), 5), 6) vergegenwärtigt, so erhält man:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\Theta &= F(Q(x) - y) = F(t) \\ &= F(\sqrt{\varrho^2 - a^2}), \end{aligned} \qquad 14)$$

und diese Beziehung zwischen ϱ und Θ wird die Polargleichung der gesuchten Kurve C darstellen, wenn die Funktion F mit der nach 3) gegebenen Funktion Φ durch Formel 8) verbunden ist.

Um C punktweise zu konstruieren, wenn F gegeben ist, haben wir nicht einmal nötig, uns der Gleichung 14) zu bedienen, sondern können in noch einfacherer Weise vorgehen.

Man schlägt einen Kreis mit dem Radius a (der Maßeinheit des Instrumentes, d. h. der Projektion der Entfernung der Zapfen H, G der beiden Wagen auf die x-Achse) und nimmt HS als Richtung der Rollenebene an (s. Fig. 3).

Nimmt man einen Winkel $\omega = RHP$ an, so zieht man in P die Tangente an den Kreis. Wenn am Instrument HP parallel zur x-Achse ist, so steht die Rolle in der Richtung HS und daher ist die Tangente y' des Winkels der Tangente an der Integralkurve mit der x-Achse $\operatorname{tg}\omega = \frac{SP}{a}$; hieraus wird mit Rücksicht auf 5), und wenn

$$y' = \Phi(Q(x) - y) = \Phi(t)$$

die gegebene Differentialgleichung ist,

$$SP = a\,\Phi(t) \qquad 15)$$

sein.

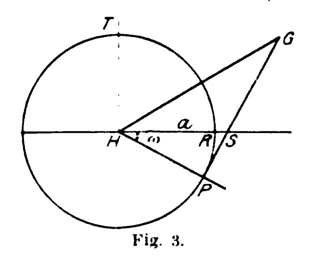


Fig. 3.

Wenn man daher auf der Geraden PS, von P als Anfangspunkt aus, ein Stück PG gleich einem der aus Gleichung 15) erhaltenen Werte von t abschneidet, so erhält man einen Punkt G, der zur gesuchten Kurve gehören wird, die so leicht punktweise gezeichnet werden kann.

Die Konstruktion wird noch erleichtert, wenn schon zuvor die Kurve

$$Y = \Phi(t) \qquad 16)$$

gezeichnet wird, so daß man, Schritt für Schritt, für jeden Wert Y die entsprechende Länge t finden kann.

Wir können auch leicht auf Grund dieser Konstruktion die Gleichung der Ortskurve von G in kartesischen Koordinaten finden. Nehmen wir als Achsen HS und die Senkrechte darauf HT, so finden wir für die Koordinaten ξ, η von G die Formeln

$$\begin{aligned} \xi &= \cos\omega + t\sin\omega \\ \eta &= t\cos\omega - \sin\omega, \end{aligned} \qquad 17)$$

indem noch nach 15)

$$\operatorname{tg}\omega = \Phi(t) \qquad 18)$$

ist.

Die Anordnung b) würde wirkliche Vorteile vor der Anordnung a) haben, wenn sie nicht auch einen Nachteil von gewisser Wichtigkeit hätte, der in folgendem besteht: Läßt man den Differentialwagen auf seiner Schiene laufen, so muß sich die ganze starre, von Metallstreifen eingefaßte Fläche HEF (s. Fig. 2) um H je nach der Gestalt der Stange FE um einen positiven oder negativen Winkel drehen.

Nun kann es vorkommen, daß die Form der Stange derartig ist, daß nicht der mit der Hand auf den Griff am Differentialwagen ausgeübte Antrieb genügt, um eine Drehung der Fläche HEF um H hervorzubringen, sondern daß man dieser Drehung nachhelfen muß; es ist dann notwendig, für gewisse Formen der Stange (und davon werden wir weiterhin Beispiele geben) einen Handgriff an einem Punkte der Fläche HEF hinzuzufügen, um durch das Zusammenwirken beider Antriebe in jedem Augenblick die Stange und die Wagen auf die gehörigen Stellen zu bringen.

Wenden wir die auseinandergesetzte Methode an, so können wir die Formen der Stangen für irgendwelche besonderen Differentialgleichungen finden.

Für die lineare Gleichung 10) ist die Stange, wie wir gesehen haben, geradlinig; für die Gleichung

$$ay' - y = Q(x) \qquad 19)$$

dagegen, die geschrieben werden kann:

$$ay' = y - (-Q(x))$$

ist die Form in Fig. 4 dargestellt. Durch jeden Punkt P mit dem Winkel ω auf dem Kreise zieht man die Kreistangente und steckt dann $PG = PS$ nach der entgegengesetzten Seite von S in bezug auf P ab, so erhält man die Kurve gezeichnet. Die Kurve, die man mit dem Stift des Differentialwagens durchlaufen muß, ist folglich die Kurve mit den Ordinaten $-Q(x)$.

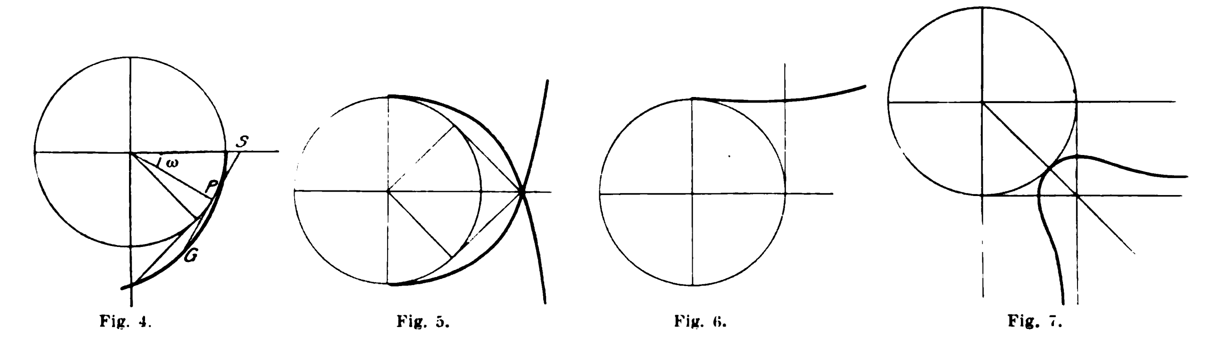


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Ähnlich sind in den Fig. 5, 6, 7 die Kurven gezeichnet, die den Gleichungen entsprechen:

$$ay' = \frac{1}{y - Q(x)}, \qquad 20)$$

$$ay' = \log(Q(x) - y), \qquad 21)$$

$$ay' = e^{Q(x) - y}. \qquad 22)$$

Es ist zu bemerken, daß die Gleichungen 19) und 20) von der Art der oben erwähnten sind, bei denen die Form der Stange derartig ist, daß sich die Drehung der Fläche HSF (Fig. 2) um H nicht automatisch vollzieht und es daher nötig ist, einen an einem Punkte der Fläche HEF passend angebrachten Handgriff hinzuzufügen, worauf sie an dem Gleiten des Differentialwagens auf seiner Schiene teilnehmen wird.

§ 3. Fall der geradlinigen, aber exzenrischen Stange. Entsprechende Differentialgleichung.

Wir haben gesehen, daß für die lineare Differentialgleichung 10) die Stange geradlinig ist und durch den Zapfen H des Integralwagens geht.

Wir wollen nun annehmen, daß die Stange zwar geradlinig sei, daß sie aber nicht durch H gehe, das heißt *exzentrisch* sei und wir wollen zusehen, welche Differentialgleichungen dann zur Integration kommen.

Es sei p der Abstand der Stange von H und α ihr Neigungswinkel gegen die Richtung der Ebene der Drehrolle. Bezeichnet man mit ϱ, Θ die Polarkoordinaten eines Punktes G der Geraden (HS ist die Polarachse; man halte sich die Fig. 2 gegenwärtig), so hat man:

$$\varrho \sin(\alpha + \Theta) = p, \qquad 23)$$

und wenn man wie gewöhnlich

$$PG = Q(x) - y = t \qquad PS = ay' = a\,\Phi(t) = \operatorname{tg}\omega$$

setzt, hat man:

$$\left.\begin{aligned} \frac{t}{a} &= \operatorname{tg}(\omega+\Theta) = \frac{ay' + \operatorname{tg}\Theta}{1 - ay'\operatorname{tg}\Theta}, \\ \varrho &= \sqrt{a^2+t^2}. \end{aligned}\right\} \qquad 24)$$

Durch Elimination von ϱ und Θ aus 23) und 24) erhält man die Differentialgleichung[1])

$$Q(x) - y = \frac{p\sqrt{1+a^2y'^2} + a^2y'\cos\alpha - a\sin\alpha}{\cos\alpha + ay'\sin\alpha}. \qquad 25)$$

Für $p=0$ kommt man natürlich auf die Bedingungen für die zentrierte Stange zurück und man erhält (weil jetzt die Richtung der Rolle nicht mehr die Richtung der Stange hat wie bei 10), sondern mit dieser Richtung einen Winkel α einschließt):

$$Q(x) - y = \frac{a^2y' - a\operatorname{tg}\alpha}{1 + ay'\operatorname{tg}\alpha}. \qquad 26)$$

Für $\alpha = 0$, das heißt für den Fall einer mit der Stange parallelen Rolle, geht die Gleichung 25) in folgende über:

$$Q(x) - y = p\sqrt{1+a^2y'^2} + a^2y'. \qquad 27)$$

§ 4. Ein Integraph für die Riccatische Gleichung und einer für die Abelsche Gleichung.

Die allgemeine Riccatische Gleichung

$$y' = Ay^2 + By + C \qquad 28)$$

in der A, B, C Funktionen von x allein sind, kann auf eine kanonische Form reduziert werden, die ein besonderer Fall der Form (3) ist, die von dem Integraphen mit gekrümmter Stange integriert wird. Dies hat in einer neueren Abhandlung mein Assistent Dr. C. Ajello gezeigt[2]).

In der Tat, setzt man:

$$e^{\int B\,dx} = \beta(x) \qquad 29)$$

und

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\int A\beta\,dx \\ \eta &= \int \frac{C}{\beta}dx - \frac{y}{\beta} \\ &= Q(\xi) - \frac{y}{\beta} \end{aligned}\right\} \qquad 30)$$

---

[1]) Anmerkung des Übersetzers:

Setzt man $\varrho\cos\Theta = x \quad \varrho\sin\Theta = y \quad x^2+y^2 = a^2+t^2$

$a\operatorname{tg}\omega - t = m \quad a + t\operatorname{tg}\omega = n \quad m\cos\alpha - n\sin\alpha = s,$

so ist $x\sin\alpha + y\cos\alpha = p \quad xs = -np$

$xm + yn = o \quad ys = +mp$

$m^2+n^2 = (a^2+t^2)(1+\operatorname{tg}^2\omega)$

$s = p\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\omega}.$

Also $(a\operatorname{tg}\omega - t)\cos\alpha - (a + t\operatorname{tg}\omega)\sin\alpha = p\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\omega}$

$t = \dfrac{a\operatorname{tg}\omega\cos\alpha - a\sin\alpha \mp p\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\omega}}{\cos\alpha + \operatorname{tg}\omega\sin\alpha}$ wie oben.

[2]) C. Ajello, *Su di una importante applicazione dell' integrafo Pascal a riga curvilinea* (Rend. della R. Acc. di sc. fis. e mat. di Napoli, (3) v. 18, 1912)

so hat man:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \left[\int \frac{C}{\beta}\,dx - \eta\right]^2 = [Q(\xi) - \eta]^2. \qquad 31)$$

In ähnlicher Weise kann man zeigen, daß die Gleichung (Abelsche Gleichung)

$$y' = Ay^3 + By^2 + Cy + D \qquad 32)$$

durch eine ähnliche Transformation auf:

$$\eta' = [Q(\xi) - \eta]^3 \qquad 33)$$

reduziert werden kann, und allgemein ist es einleuchtend, daß jede Differentialgleichung von der Form

$$y' = y^n + P(x)$$

wenn man

$$\eta = \int P(x)\,dx - y = Q(x) - y \qquad 34)$$

setzt, immer auf

$$\eta' = [Q(x) - \eta]^n \qquad 35)$$

reduziert werden kann, die mit der Formel 3) übereinstimmt[1]).

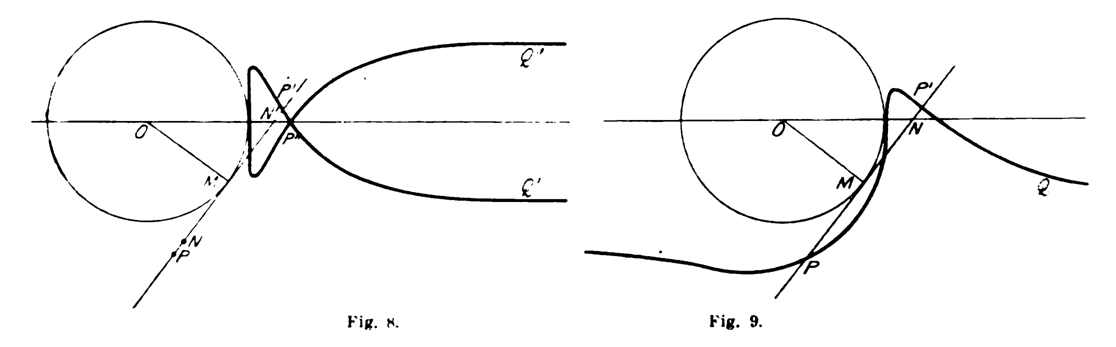


Fig. 8. Fig. 9.

Wenden wir die Bezeichnungen des § 2 an, so haben wir mithin aus 31):

$$\Phi(t) = t^2,$$

aus 32):

$$\Phi(t) = t^3,$$

---

[1]) Anmerkung des Übersetzers:

Sei in 28) $y = \beta\zeta$, $y' = \beta\zeta' + \beta'\zeta$ also $\zeta' = \beta A\zeta^2 + \left(B - \frac{\beta'}{\beta}\right)\zeta + \frac{C}{\beta}$, so wird $B - \frac{\beta'}{\beta} = o$ für $\beta = e^{\int B\,dx}$ und $\beta' = Be^{\int B\,dx}$. Wird $\xi = -\int A\beta\,dx$ statt x eingeführt, so geht $\frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{d\zeta}{dx}\cdot\frac{dx}{d\xi} = \beta A\zeta^2\frac{dx}{d\xi} + \frac{C}{\beta}\frac{dx}{d\xi}$ wegen $\frac{d\xi}{dx} = -A\beta$ in $\frac{d\zeta}{d\xi} + \zeta^2 = f(\xi)$ über.

In 32) setzt man $y = \lambda\zeta + \beta$, $y' = \lambda\zeta' + \zeta\lambda' + \beta'$, $\zeta' = A\lambda^2\zeta^3 + (3A\beta + B)\lambda\zeta^2 + \left(3A\beta^2 + 2B\beta + C - \frac{\lambda'}{\lambda}\right)\zeta + \frac{A\beta^3 + B\beta^2 + C\beta + D - \beta'}{\lambda}$.

Für $\lambda = e^{\int\left(C - \frac{B^2}{3A}\right)dx}$, $\beta = -\frac{B}{3A}$, also $\lambda' = \lambda\left(C - \frac{B^2}{3A}\right)$, $\beta' = \frac{BA' - AB'}{3A^2}$ erhält man $\zeta' = A\lambda^2\zeta^3 + \frac{A\beta^3 + B\beta^2 + C\beta + D - \beta'}{\lambda}$. Wird $\xi = -\int Ae^{2\int\left(C - \frac{B^2}{3A}\right)dx}\cdot dx$ statt x eingeführt, also $\frac{d\xi}{dx} = -A\lambda^2$ gesetzt, so folgt $\frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{d\zeta}{dx}\cdot\frac{dx}{d\xi} = -\zeta^3\frac{d\xi}{dx} + f(\xi)$ $\frac{d\zeta}{d\xi} + \zeta^3 = f(\xi)$.

Ist allgemeiner $\zeta' + \zeta^n = f(\xi)$ $\int f(\xi)\,d\xi = Q(\xi)$ $\zeta = Q(\xi) - \eta$, so wird $\zeta' = f(\xi) - \eta'$ und $\eta' = \zeta^n = [Q(\xi) - \eta]^n$.

und allgemein aus 35):

$$\Phi(t) = t^n.$$

Nach der in § 2 angegebenen Methode kann man alsdann die Form der Stangen für diese Fälle zeichnen und man erhält auf diese Weise die Figuren 8 und 9, von denen die erste der Riccatischen und die zweite der Abelschen Gleichung entspricht.

Im allgemeinen Falle 35) hat man, wenn n *ungerade* ist, eine Kurvenform, die der der Figur 8 gleicht, und wenn n *gerade* ist, erhält man eine Form wie in Figur 9 mit zwei Ästen, die sich in den beiden entgegengesetzten Richtungen erstrecken.

(Fortsetzung folgt.)

Über die Größe der Neigung der Limbus- gegen die Alhidadenachse bei 12 cm — Theodoliten aus Reihenerzeugung.

Von

Karl Lüdemann in Freiberg i. Sa.

(Mitteilung aus den Werkstätten für Wissenschaftliche Präzisions-Instrumente der Max Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg i. Sa.)

Ich habe in *dieser Zeitschrift* ***40****. S. 49 — 56. 1920* über die Genauigkeit von Nonientheodoliten mit einem Durchmesser des Grundkreises von 12 cm berichtet, die in größeren Reihen in den Werkstätten der Max Hildebrand G. m. b. H. hergestellt werden. Diese Genauigkeitsuntersuchungen sind jetzt durch eine Feststellung der Größe der Neigung der Limbus- gegen die Alhidadenachse bei 20 beliebig herausgegriffenen Instrumenten ergänzt worden, eine Arbeit, die durch eine Anfrage aus der markscheiderischen Praxis angeregt worden ist.

Der Fehler, den eine Neigung ν der Limbus- gegen die Alhidadenachse eines Theodolits hervorruft, läßt sich bekanntlich durch gewisse Maßnahmen bei der Winkelmessung[1]) tilgen; er wird bei praktischen Messungen auch stets ausgeschaltet. Trotzdem hat die Kenntnis der Größe von ν ein bestimmtes Interesse, da sie einen Rückschluß auf den angestrebten Grad der feinmechanischen Leistung zuläßt.

Im Schrifttum sind nur wenige Angaben über Untersuchungen dieser Art enthalten. Ich erwähne folgende:

J. Bürgin[2]) bestimmte für einen bei der badischen Hauptdreiecksmessung 1820 — 1852 benutzten, von Ertel in München 1823 gebauten 22 cm-Nonientheodolit[3])

$$\nu = 23{,}59'' \pm 1{,}17''.$$

[1]) Siehe hierzu:

a) R. Helmert, Über das Vertikalachsensystem des Repetitionstheodoliten. *Zeitschr. f. Verm.* ***5****. S. 296 — 300. 1876.*

b) Ch. A. Vogler, Lehrbuch der praktischen Geometrie Bd. 1. (Braunschweig 1885) S. 374 — 376, 390 — 391, 393.

c) Ch. A. Vogler, Geodätische Übungen. 3. Aufl. (Berlin 1913) S. 115 — 123.

[2]) J. Bürgin, Über die Bestimmung der Neigung zwischen Limbus- und Alhidadenachse des Repetitionstheodolits und den Einfluß dieses Fehlers auf die Winkelmessungen der badischen Haupttriangulierung. *Zeitschr. f. Verm.* ***34****. S. 473 — 487. 1905.*

[3]) Eine Abbildung dieses Theodolits, den W. Jordan mit Recht als „in mechanischer und optischer Hinsicht ein Meisterwerk seiner Zeit" nennt, findet sich in W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde Bd. 2. (4. Aufl. Stuttgart 1893) auf S. 181 in Abb. 12.

F. Aubell[1]) gab für einen mehrfach instandgesetzten 16 cm-Nonientheodolit von Rost in Wien an

$$\nu = 23{,}5'' \pm 2{,}5''.$$

Ich[2]) fand für einen 18 cm-Nonientheodolit von Max Hildebrand in Freiberg-Sa. mit Ablesung durch Mikroskoplupen, ein sehr hochwertiges Instrument,

$$\nu = 1{,}6'' \pm 0{,}9''.$$

Die vorliegende Untersuchung ist mit einer Aufsatz- (Reit-)libelle durchgeführt, die zu diesem Zweck mit einer Angabe von 7,3″ auf die Einheit[3]) (1 paris. Linie) besonders angefertigt wurde.

Das angewandte Verfahren entspricht dem von Ch. A. Vogler (Anm. 1c) a.a.O. S. 122 angegebenen. Die Stellungen des Zeigers I am Grundkreis waren nacheinander 0,⁰ 22,5⁰, 45,⁰ 67,5⁰ und die jeweils um 180⁰ und 90⁰ hiervon verschiedenen Werte. Es gelingt auf eine auch in der vermessungstechnischen Praxis jederzeit ausführbare Weise so leicht, den mittleren Fehler von ν genügend klein zu halten.

Die Ergebnisse der Untersuchung sind in Tafel 1 gegeben. Es sei besonders und ausdrücklich festgestellt, daß keine einzige Messung verworfen oder von der Mitteilung ausgeschaltet worden ist.

Tafel 1.

Lfd. Nr.	ν ″	Lfd. Nr.	ν ″
1	6,1 ± 0,2	11	2,0 ± 0,1
2	5,8 ± 0,4	12	1,7 ± 0,2
3	12,6 ± 0,4	13	10,2 ± 0,2
4	4,3 ± 0,2	14	4,6 ± 0,1
5	8,9 ± 0,2	15	8,9 ± 0,2
6	11,2 ± 0,2	16	10,8 ± 0,2
7	4,8 ± 0,2	17	7,8 ± 0,2
8	5,2 ± 0,1	18	8,2 ± 0,2
9	6,4 ± 0,2	19	9,7 ± 0,3
10	9,6 ± 0,2	20	·1,0 ± 0,2

Leitet man für ν aus Tafel 1 einen Mittelwert ab, so erhält man

$$\nu = 7{,}0''.$$

Es wäre feinmechanisch nicht schwer, ν noch kleiner, etwa von der Größenordnung 2″ bis 3″ zu halten, jedoch hat das keine in einem richtigen Verhältnis zu dem dadurch bedingten Kostenaufwand stehende praktische Bedeutung, wäre also eine für den Hersteller (Feinmechaniker) wie für den Verbraucher (Vermessungsingenieur) gleich unwirtschaftliche Maßnahme.

---

[1]) F. Aubell, Einige Bemerkungen zum Wiederholungs- (Repetitions-)Theodolit und zum Verfahren der Winkelwiederholung. *Österreich. Zeitschr. f. Verm.* **20**. *S. 8—16, bes. S. 13. 1922.*

[2]) K. Lüdemann, Über die Genauigkeit neuzeitlicher Nonientheodolite. *Der Landmesser* **1**. *S. 121. 1913.*

[3]) Die bei 12 cm-Nonientheodoliten sonst verwendete Aufsatzlibelle hat eine Angabe von ∼ 20″.

Das vorliegende Material kann beiläufig noch zu einer Bestimmung des mittleren Fehlers m_s einer Ablesung der Blasenstellung der benutzten Libelle an beiden Blasenenden dienen. Es fand sich

$$m_s = \pm 0{,}48''.$$

C. Reinhertz [1]) ermittelte für eine Angabe $A = 7{,}5''$

$$m_s = \pm 0{,}53'',$$

oder nach der Beziehung $m_s = \pm 0{,}20 \sqrt{A}$
für $A = 7{,}3''$

$$m_s = \pm 0{,}54''.$$

Die Übereinstimmung ist gut.

Kleine Mitteilungen.

Ueber die Einrichtung der Sphärometer.

Von Prof. Dr. D. H. Krüss in Hamburg.

In dem *Bericht über die Tätigkeit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt für das Jahr 1921 (diese Zeitschr. 42. S. 76. 1922).* findet sich eine Mitteilung über Messungen mit dem Sphärometer. Es wird darin ausgeführt, daß infolge der Unvollkommenheit der Schneiden an den Sphärometerringen für Flächen gleicher Krümmung verschiedene Werte geliefert werden, je nachdem man diese Krümmung an der Konkav- oder an der Konvexfläche bestimmt. Aus demselben Grunde ergeben sich auch verschiedene Werte für die Krümmung der gleichen Konkav- oder Konvexfläche je nach der Größe des zur Messung benutzten Sphärometerringes. Das Mittel aus dem für eine Konkav- und eine Konvexfläche gleicher Krümmung mit einem und demselben Sphärometerringe gemessenen Werte ergäbe den wirklichen Betrag dieser Krümmung und die so erhaltenen Mittelwerte stimmten für die verschiedenen Ringe überein. Hat man, wie das meistens der Fall ist, nur eine konkave oder konvexe Fläche bei der Messung zur Verfügung, so muß man den mit dem Sphärometer gemessenen Wert mit einer Korrektion versehen, um den wirklichen Krümmungsradius dieser Fläche zu erhalten. Herr Dr. Wetthauer, welcher sich mit diesem Gegenstand beschäftigte, hat solche Korrektionen mit Hilfe von 4 Paaren Probegläsern (jedes Paar bestehend aus einer konvexen und einer konkaven Fläche von genaugleicher Krümmung) für Krümmungsradien von etwa 300. 100. 50 und 30 mm für sämtliche passende Sphärometerringe der Reichsanstalt festgestellt.

Ich möchte nun darauf hinweisen, daß es solcher Korrektionen nicht bedarf, wenn die Sphärometerringe einen bestimmten Querschnitt haben. Man kann dann nach genauer Ausmessung der Sphärometerringe aus deren Konstanten und dem Unterschied der Einstellung des beweglichen Mittelstiftes bei Auflage eines Planglases und der zu messenden gekrümmten Fläche sehr einfach deren Krümmungsradius berechnen.

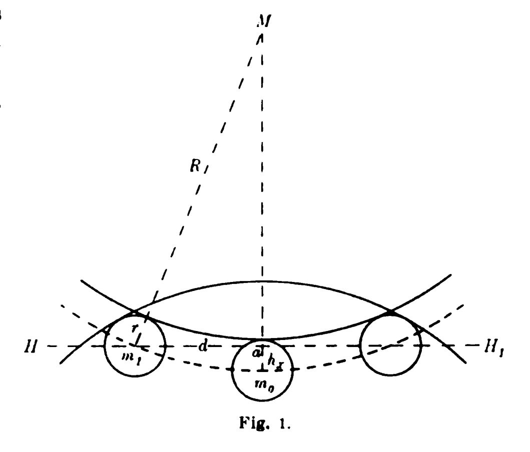


Fig. 1.

Es sei zunächst angenommen, der Querschnitt des Sphärometerringes sowie des gegen die zu messende Fläche geführten Mittelstiftes sei oben halbkreisförmig mit dem Radius r (Fig. 1). Dabei sei bemerkt, daß dasselbe gilt, wenn der bewegliche Mittelstift oben in einer Spitze oder eine symmetrisch zur senkrechten Achse verlaufende Fläche ausläuft, ebenso wenn nicht ein Sphäro-

[1]) C. Reinhertz, Mitteilungen über einige Beobachtungen an Libellen. *Diese Zeitschr. 10. S. 351. 1890.*

meterring sondern drei feste Spitzen von Kugelform zur Auflage der zu messenden Fläche vorhanden sind.

Legt man auf den Sphäromterring eine ebene Fläche, so befinden sich die Mittelpunkte m_0 und m_1 in einer Ebene $H H_1$ (Nullpunkt). Wird eine konvexe Fläche vom Radius R aufgelegt, so senkt sich der Mittelstift um die Strecke $a\,m_0 = h_x$. Wird die horizontale Entfernung der Mittelpunkte m_0 und m_1 voneinander mit d bezeichnet, so findet sich aus dem Dreieck $a\,M\,m_1$ ohne weiteres

$$R_x = \frac{d^2 + h_x^2}{2\,h_x} - r.$$

Die gleiche Betrachtung führt für eine konkave Fläche zu dem Ausdruck

$$R_v = \frac{d^2 + h_v^2}{2\,h_v} + r.$$

Handelt es sich nun um eine konvexe und eine konkave Fläche von gleicher Krümmung, so daß $R_x = R_v$ ist, so muß h_x größer als h_v sein, was sich auch aus der Betrachtung der Fig. 1 ergibt, da jedesmal der Berührungspunkt der gekrümmten Fläche mit der Kugeloberfläche unterhalb des höchsten Punktes der Kugeloberfläche liegt. Also ist die Bewegung des Mittelstiftes von der Stellung bei Auflage einer ebenen Fläche auf dem Sphärometerring bei einer konvexen Fläche größer als bei einer konkaven. Es ist deshalb nicht recht ersichtlich, inwiefern noch der Mittelring Wetthauers das Mittel aus den mit dem Sphärometerring für konvexe und konkave Flächen erhaltenen Werten den wirklichen Krümmungsradius ergibt. Es müßte dazu eine bestimmte Abweichung der Oberfläche des Sphärometerringes von der Halbkreisform vorhanden sein und außerdem für alle untersuchten Sphärometerringe dieselbe Abweichung.

Die Idealform der Sphärometerringe ist natürlich die, daß sie oben in eine scharfe Schneide auslaufen. Dann wird $r = 0$ und

$$R_x = R_v = \frac{d^2 + h^2}{2\,h}.$$

Nun mag die genaue Halbkreisform der Oberfläche des Sphärometerringes schwer herzustellen und schwer nachzumessen sein, während die scharfe Schneide leicht Beschädigungen ausgesetzt ist und nach den Beobachtungen Wetthauers Unvollkommenheiten unterliegt.

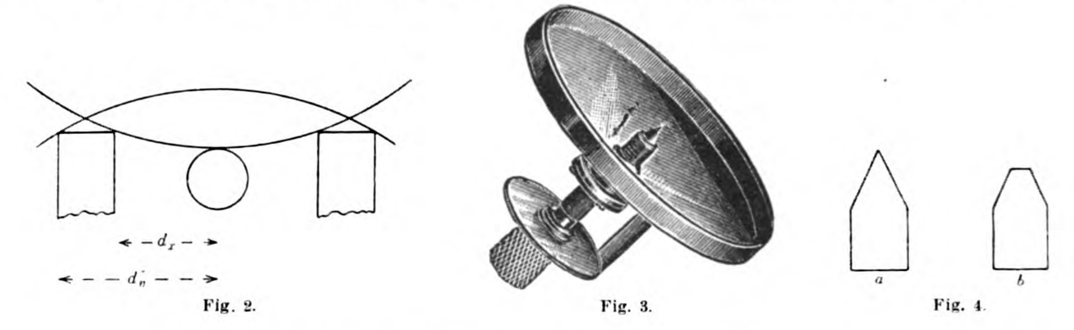


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Es ist deshalb vorzuziehen, wenn man den Sphärometerring an seiner Oberfläche vollkommen plan abschleift. Dann liegt eine konvexe Fläche an der inneren Kante des Ringes an, die konkave an der äußeren. Der innere und der äußere Durchmesser ($2\,d_x$ und $2\,d_v$) sind leicht zu messen, leichter als die Entfernung der Mittelpunkte der halbkreisförmigen Oberfläche. Man hat dann die Formeln

$$R_x = \frac{d_x^2 + h_x^2}{2\,h_x},$$

$$R_v = \frac{d_v^2 + h_v^2}{2\,h_v}.$$

Bei Beschädigung oder Abnutzung der Oberfläche des Sphärometerringes geht diese durch Abschleifen außerdem leicht wieder herzustellen.

Diese Form gibt die Firma Adam Hilger in London seinen Sphärometerringen, was eine

Abbildung derselben (Fig. 3) zeigt. Er fügt in seiner Preisliste hinzu, daß die Oberfläche optisch plan sei und zwei genau kreisförmige Kanten besitze, deren Durchmesser genau auszumessen seien.

Herr Dr. Wetthauer, dem ich die vorstehende Niederschrift vorlegte, teilte mir mit, daß die der Reichsanstalt bekannten Sphärometerringe das in der Fig. 4a und b dargestellte Profil hätten, auf die allein sich die Darlegungen im Tätigkeitsbericht der Reichsanstalt bezögen. Er fügt hinzu, daß es leider nicht möglich zu sein scheint, die Unvollkommenheit der Schneiden dieser Ringe anders als im Tätigkeitsbericht angegeben zu berücksichtigen, z. B. rein mathematisch zu berechnen.

Darin hat Herr Dr. Wetthauer gewiß recht. Wenn die Meßfläche der Sphärometerringe unvollkommen ist, wenn sie kein mathematisch genaues Profil hat, kann man Messungen mit ihnen nicht mathematisch auswerten. Aber es bleibt doch ein Notbehelf für unvollkommene Meßwerkzeuge, von Stufe zu Stufe Korrektionen bestimmen und bei den Messungen anwenden zu müssen. Die Benutzung von Sphärometerringen von genau richtigem Profil ist immerhin vorzuziehen.

Referate.

Das Absorptionsspektrum von Didymgläsern bei verschiedenartiger Zusammensetzung des Grundglases.

Von F. Weidert. *Zeitschr. f. wissenschaftl. Photogr.* **21.** *S. 254. 1922.*

Über die Absorptionsbanden der festen Lösungen von seltenen Erden in Gläsern ist im Gegensatz zu den flüssigen Lösungen dieser Substanzen wenig bekannt. Spärliche Mitteilungen liegen über das Spektrum des Didymglases vor, aber nirgends finden sich Angaben über die Zusammensetzung oder die optischen Daten des untersuchten Glases, sodaß weder der Einfluß der verschiedenartigen Zusammensetzung des Grundglases auf das Absorptionsspektrum des Didyms, noch die theoretisch wichtigen Veränderungen des Spektrums des Didyms als feste Lösung in Gläsern gegenüber den wässrigen Lösungen festgelegt werden konnten.

Um genügend große und homogene Stücke für genaue Untersuchungen zu erhalten, wurden acht verschieden zusammengesetzte Didymgläser in der verhältnismäßig beträchtlichen Menge von je 50—75 Kg in den Sendlinger Optischen Glaswerken erschmolzen. Wohl nur dem Umstand, daß diese Gläser in erster Linie Kriegszwecken dienen sollten, ist es zu danken, daß diese interessanten, aber sehr kostspieligen Versuche überhaupt angestellt werden konnten. Da alle diese Gläser die gleiche Gewichtskonzentration an seltenen Erden, die in Form von Nitrat in die Schmelzen eingeführt wurden, besaßen, mußte die Dicke der zu untersuchenden Platten, um gleichwertige Spektra zu erhalten, umgekehrt proportional der Dichte der einzelnen Gläser genommen werden. Zum Vergleich wurden wässrige Lösungen von Didymnitrat gleicher Konzentration und Schichtdicke herangezogen, und, um Neodym-, Praseodym- und Samariumbanden trennen zu können, wurden außer den Spektrogrammen von Didymnitrat auch die der Nitratlösungen der einzelnen reinen Oxyde aufgenommen; außerdem wurde ein reines Neodymglas hergestellt.

Beim Vergleich der Spektra der Gläser mit denen der wässrigen Nitratlösungen erkennt man zunächst, wie zu erwarten war, daß die Banden in den Gläsern ganz allgemein breiter und unschärfer sind als in den Lösungen. Vor allem fällt aber auf, daß man zwei Gruppen von Absorptionsbanden mit gänzlich verschiedenem Verhalten unterscheiden muß, nämlich einmal solche, die ihren Charakter und ihren Ort annähernd beibehalten, und zweitens solche, die eine starke Auflösung bezw. starke Verschiebung einzelner ihrer Komponenten zeigen. Am deutlichsten tritt diese Erscheinung bei den beiden Gruppen des Neodymnitrats auf, die in wässeriger Lösung von 502 bis 533 und 568 bis 590 $\mu\mu$ reichen. Während der Doppelstreifen mit den Schwerpunkten bei 509 und 512 $\mu\mu$ nur eine geringe Verschiebung nach Rot hin erlitten hat, hat sich die von 517 bis 533 $\mu\mu$ reichende und aus 4 Streifen bestehende Gruppe bei der Glasschmelze weit in ihre 4 Komponenten auseinandergezogen mit den Schwerpunkten bei 524,5, 529, 534,5 und 539 $\mu\mu$. Dabei haben auch starke Intensitätsverschiebungen der einzelnen Komponenten stattgefunden, so-

daß der zweitschwächste Streifen zum intensivsten geworden ist. In gleicher Weise hat sich die intensive, von 568—590 $\mu\mu$ sich erstreckende Gruppe im Gelb in ihre 6 Komponenten aufgelöst, auch hier wiederum unter starker Umkehrung der Intensitäten.

Bei den Praseodymbanden und der im sichtbaren Gebiet liegenden Samariumbande sind solche Auflösungen nicht mit Sicherheit festzustellen.

Sehr auffallend ist der Einfluß der Zusammensetzung des Grundglases auf die Schärfe der Absorptionsbanden. Nachteilig für die Schärfe ist vor allem die Einführung von Borsäure, offenbar wirkt auch höherer Kalkgehalt ungünstig ein; die schärfsten Banden geben die reinen Blei-Kali-Gläser. Seltsamerweise zeigt die feine Neodymlinie bei 427 $\mu\mu$ bei allen Glaszusammensetzungen eine bemerkenswerte gleichmäßige Schärfe.

Bezüglich der Verschiebungen der Absorptionsbanden in den Gläsern gegenüber analogen Banden in den Nitratlösungen ist, soweit eine Lagenänderung eintritt, keine bestimmte Regel zu erkennen. Meist findet eine Verschiebung nach Rot statt um Beträge bis zu etwa 5 $\mu\mu$, bei der schmalen Praseodymbande 481 $\mu\mu$ aber eine geringe Verschiebung nach Blau, falls es sich hier nicht um das Auftreten einer neuen Bande handelt. Eine Erklärung dieser Erscheinungen läßt sich bei unseren heutigen geringen Kenntnissen von der inneren Konstitution der Gläser nicht geben, aber es ist nicht ausgeschlossen, daß umgekehrt die leicht sichtbaren Veränderungen der Banden stark färbender Substanzen, wie z. B. der seltenen Erden, zur Erforschung der Reaktionen im Glase beitragen werden. *Wr.*

Zusammenziehung und Verzeichnung des Bildes auf photographischen Platten.

Von Frank E. Ross. *Astrophys. Journ.* ***52.*** *S. 96. 1920.*

Der Verf. unterscheidet bei photographischen Aufnahmen von Sternen zwei Merkmale, nämlich die Größe des Bildes und die Tiefe der Schwärzung. Sterngröße und Durchmesser des Sternbildes sind in weitem Maße proportional zueinander. Bei der Aufnahme sind zwei Phasen zu unterscheiden. Zunächst ist keinerlei photographische Wirkung ersichtlich, sodann aber erscheint plötzlich ein Bild, bestehend aus nur wenigen geschwärzten Silberkörnern, welches in bezug auf seine Größe wächst in gleichförmigem Maße. In der zweiten Phase wächst die Dichtigkeit des Bildes sehr schnell proportional dem Logarithmus der Belichtungszeit, und dann tritt eine Periode ein, worin der Zuwachs an Dichte abnimmt bis zum Wert Null. Es erweist sich in der astronomischen Photometrie die Messung der Dichte des Bildes wertvoller als diejenige der Größe.

Als Objekt für seine Versuche benutzte der Verf. einen Karton, in dessen Mitte ein Loch von 35 mm hergestellt war, umgeben von kleinen Löchern von 1 mm Durchmesser. Das mittlere große Loch konnte mit einem Stück desselben Kartons zugedeckt werden. Er maß immer die Größen der Bilder auf der noch nassen Platte und später auf der getrockneten. War mit Pyro-Metol entwickelt, so waren bei Verdeckung des mittleren Loches keine Größenunterschiede in dem nassen und getrockneten Bild nachzuweisen, bei offenem Loche aber eine Kontraktion der Durchmesser vorhanden. Bei Entwicklung mit Chlorhydrochinon trat diese Erscheinung nicht auf. Durch Schnitte durch die photographische Schicht wurde festgestellt, daß bei den mit dem ersten Entwickler behandelten Aufnahmen die Schwärzung der Schicht tief in die Gelatineschicht eingedrungen war, bei Benutzung von Hydrochinon aber dicht unter der Oberfläche lag. Es ist augenscheinlich, daß der Unterschied in der für die Gelatine einerseits, für das reduzierte Silber andererseits erforderlichen Zeit zum Trocknen die Kontraktion verursacht, die mit einer Formveränderung der Ränder des Bildes verbunden ist. Wegen ihres geringeren Wassergehaltes trocknen die geschwärzten Teile der Platte schneller als die unveränderte Gelatineschicht.

Die Abhängigkeit der Kontraktion von der Größe der Bilder fand er als eine Exponentialfunktion durch Photographieren einer Reihe von Scheiben von 0,1 bis 4,6 mm Durchmesser. Die gleiche Art des Zusammenhanges besteht zwischen der Dichtigkeit des Bildes und der Kontraktion, was Verf. durch Photographieren der 4,5 mm großen Scheibe unter Hervorbringung verschiedener Dichten feststellte.

Den Umstand, daß die Entfernung der photographierten Bilder zweier sehr naher Doppelsterne oder von zwei eng benachbarter Spektrallinien kleiner ist als bei direkter Messung im Ge-

sichtsfelde des Fernrohres, erklärt der Verf. folgendermaßen. Die beiden Bilder sind so nahe aneinander, daß die zwischen ihnen liegende schmale Gelatineschicht nahe denselben Bedingungen des Trocknens unterliegt, wie die Bilder selbst. Die beiden Bilder sind deshalb als eine Einheit zu betrachten, so daß die Kontraktion zum Mittelpunkt der Trennungslinie wirkt und so die wahre Entfernung des Mittelpnnkts der beiden Bilder verringert.

Die angeführten Ursachen verringern auch die Durchmesser der photographischen Bilder der Sonne und des Mondes. Sternbilder in ihrer unmittelbaren Nähe erscheinen verschoben.

Der Verf. macht zum Schluß noch darauf aufmerksam, daß hohe Temperatur und Feuchtigkeit der Luft einen Einfluß auf die Größe der Kontraktion ausüben. Das ist zu beachten bei Aufnahmen von Sonnenfinsternissen in tropischen Regionen. *H. Krüss.*

Photographische Schärfe und Auflösungskraft.

Von Frank E. Ross. *Astrophys. Journ.* **52**. *S. 201. 1920.*

Der Verf. leitet für die Schärfe einer photographischen Aufnahme eine Reihe von Formeln ab. An Versuchen zeigt er, daß die Unschärfe gemessen an der Verbreiterung des Bildes der Kante eines rechteckigen Spaltes mit der Expositionszeit zunimmt. Desgleichen ist die Schärfe für verschiedene Wellenlängen nicht die gleiche.

Die Messungen wurden ausgeführt mit einem Kochschen registrierenden Mikrophotometer. Um das zerstreute Licht, welches die Messung beeinträchtigte, zu vermindern, benutzte der Verf. als Lichtquelle einen elektrischen Lichtbogen und ersetzte das kurzbrennweitige Mikroskopobjektiv mit seinen zahlreichen Übergängen zwischen Glas und Luft durch ein schwächeres mit wenigen freien Oberflächen. Auch entfernte er das Okular und verkürzte das vergrößerte Bild in der Richtung seiner Länge durch eine Zylinderlinse.

Was die Auflösungskraft anbetrifft, so hängt sie von der Schärfe des Bildes einerseits und von der Korngröße der photographischen Platte andererseits ab. Je kleiner das Korn, um so größer das Auflösungsvermögen. Bei Benutzung nasser Kollodium-Platten erreicht das Auflösungsvermögen das theoretische Maximum des benutzten abbildenden Objektivs. Auch die Entwicklungszeit und die Wellenlänge des Lichtes beeinflussen das Auflösungsvermögen. *H. Krüss.*

Die gegenseitige Einwirkung benachbarter photographischer Bilder.

Von Frank E. Ross, *Astrophys. Journ.* **53**. *S. 342. 1921.*

Entgegen dem allgemeinen Vorteil der photographischen Aufnahmen astronomischer Objekte zum Zwecke der Ausmessung gegenüber der direkten optischen Messung hat sich gelegentlich der Aufnahme von Doppelsternen gezeigt, daß die Bilder ganz nahe benachbarter Sterne, ebenso wie eng aneinanderstehender Spektrallinien auf der photographischen Platte eine Einwirkung aufeinander ausüben, so daß bei der Ausmessung der Platten sowohl der Abstand solcher zwei Objekte, wie die Entfernung ihrer Mittelpunkte einer Korrektion bedarf.

Nach den Versuchen des Verfassers sind hierbei verschiedene Einwirkungen zu beachten. Einen wesentlichen Einfluß übt der sogenannte Gelatineeffekt aus. Er verursacht eine Zusammenziehung der beiden Bilder infolge des schnelleren Trocknens des entwickelten Bildes. Man mißt ihn durch die Größe der Trennung im nassen und im getrockneten Zustande der Platte. Bei normalen Expositionszeiten von Sternbildern von weniger als 0,1 mm Abstand ist die Annäherung ungefähr 0,2 μ für gewöhnliche Entwickler mit Ausnahme von Pyro-Metol, während bei Aufnahmen von Spektrallinien diese Größe 0,5 μ beträgt. Der Entwickler- oder Kostinsky-Effekt bewirkt eine Entfernung der beiden Bilder aneinander als Folge der zusammenziehenden Wirkung der Produkte der Entwicklungsreaktion. Dieser Umstand wechselt etwas in Größe je nach dem Entwickler und der Expositionszeit. Überexponierte Aufnahmen zeigen eine starke Abstoßung der beiden Bilder voneinander. Es wird deshalb empfohlen, die Expositionszeit so kurz wie möglich zu wählen.

Ein weiteres Eingehen auf den sehr interessanten Inhalt der Veröffentlichung ist dem Charakter dieser Zeitschrift nicht angemessen. *H. Krüss.*

Bücherbesprechungen.

Wilhelm Jaeger, Elektrische Meßtechnik. Theorie und Praxis der elektrischen und magnetischen Messungen. 2. verm. Aufl. 8°. XXII u. 528 S. m. 581 Abb. Leipzig, Johann Ambrosius Barth, 1922. 138 M.

Die Tatsache, daß das Jaegersche Buch nach verhältnismäßig kurzer Zeit (s. *diese Zeitschr.* ***39.*** *S. 104. 1919*) in zweiter Auflage erscheint, beweist am besten seine Güte und Brauchbarkeit. Namentlich die Kapitel über die Herstellung und Messung der praktischen elektrischen Einheiten (ein Gebiet, auf dem der Verfasser selbst bahnbrechende Arbeiten gemacht hat), können als mustergültig betrachtet werden. Völlig umgearbeitet ist in dieser Auflage die Darstellung der Schwingungsvorgänge, ferner die Abschnitte des theoretischen Teiles über die Integral-Umformungssätze, die Vorgänge in Kabeln, Kettenleitern und die Wechselstrombrücke. Wenn im folgenden einige Ausstellungen gemacht werden, so soll damit die Güte des Buches im ganzen nicht in Zweifel gezogen werden.

Im ersten Teil, der ungefähr den dritten Teil des ganzen Buches umfaßt, werden die „theoretischen Grundlagen" behandelt. Es sind dies aber sonderbarerweise nicht die theoretischen Grundlagen der Meßkunde, sondern eine kurze Darstellung der Theorie des elektromagnetischen Feldes nebst den zugehörigen mathematischen Grundlagen. Nach dem Titel des Buches würde man eine derartige ausgedehnte Darstellung nicht erwarten. Wenn sie aber doch gemacht wird, so dürfte die Elektronentheorie nicht nur auf $2^1/_2$ Seiten abgetan werden. Auffällig ist auf S. 136 die Einteilung der Transformatoren in Lufttransformatoren Resonanztransformatoren und Eisentransformatoren an, denn der Resonanztransformator ist keine besondere Sorte von Transformatoren, sondern kommt nur durch eine besondere Belastungsart zustande.

An vielen Stellen sind ziemlich ausführlich veraltete Methoden und Apparate beschrieben, während moderne Apparate, die namentlich in der Technik eine große Bedeutung gewonnen haben, wesentlich zu kurz kommen. So dürfte das Clark-Element kaum noch mehr als eine kurze Erwähnung verdienen. Veraltete Galvanometerformen, wie auf S. 205/6, brauchten nicht in der Ausführlichkeit mit Abbildungen behandelt zu werden. Die Induktionsapparate der A. E. G. (S. 226) sind längst vom Markt verschwunden, dagegen haben die Drehfeldinstrumente, die unmittelbar dahinter in zehn Zeilen abgetan werden, eine ungeheuere Bedeutung in der Praxis gewonnen. Das Urteil über Weicheiseninstrumente, daß sie gewissermaßen nur Apparate zweiter Ordnung sind, trifft nicht zu. Wir besitzen jetzt Weicheisenapparate für Wechselstrom, die in weitem Frequenzbereich einen hohen Grad von Zuverlässigkeit besitzen. Die Bemerkung, daß eine eingehendere Darstellung wegen zu geringer Wichtigkeit nicht am Platze sei, wird dadurch widerlegt, daß bereits einige Firmen wegen der ungeheuren Zahl fabrizierter Apparate davon absehen, denselben eine Fabrikationsnummer zu geben. Der Abschnitt über Elektrizitätszähler (S. 246/7) ist so kurz und unvollständig, daß er besser weggelassen wäre. Der Satz in diesem Abschnitt: „für Wechselstrom kommen Induktions- und Drehstromzähler in Betracht" ist nicht recht verständlich, auch wenn man annimmt, daß es nicht Drehstrom, sondern Drehfeld heißen soll.

Den für die Praxis so wichtigen und theoretisch interessanten mannigfachen Formen der Registrierinstrumente sind nur neun Zeilen gewidmet. Orlich.

W. Meißner, Entfernungs- und Höhenmessung in der Luftfahrt. Sammlung Vieweg, Heft 61.

Im I. Abschnitt wird die optische Entfernungs- und Höhenmessung, im II. die barometrische Höhenmessung behandelt und werden die einschlägigen Meßinstrumente und Methoden beschrieben. Der III. Abschnitt gibt Ausblicke auf neuere in der Entwicklung begriffene Methoden.

Der Verfasser ist bestrebt, nicht nur dem Fachmann eine willkommene Zusammenstellung der einschlägigen Materie zu bieten, sondern auch dem Nichtfachmann Einblicke in die vorliegenden Probleme zu geben. So werden im III. Abschnitt Ideen entwickelt, wie etwa bei Verwendung von Schallwellen aus der Echowirkung oder bei Interferenzerscheinungen infolge Reflexion elektromagnetischer Wellen an eine Bestimmung der relativen Höhe des Luftfahrzeuges gedacht werden kann. Eine eingehendere Kritik wäre jedoch erwünscht, weil es z. B. nicht recht verständlich ist, wie die mit einem Schallregistriergerät gewonnenen Messungen der Luftnavigation unmittelbar praktisch nutzbar gemacht werden können, da die Registrierung bisher einen photographischen

Prozeß erforderte. Ebenso erscheinen die Hoffnungen auf erfolgreiche Anwendung der Reflexion elektrischer Wellen zur Höhenbestimmung vorläufig reichlich kühn.

Während im I. Abschnitt die der Fliegerabwehr dienenden Kriegsinstrumente trotz ihrer gegenwärtig mehr historischen Bedeutung einen recht breiten Raum erhielten, ist die Entfernungsmessung und Ortsbestimmung unter Benutzung der drahtlosen Telegraphie etwas kurz behandelt und es fehlt überhaupt jede Andeutung über die Ortsbestimmung bei Navigation über den Wolken oder über See und die ihr dienenden Instrumente, wenn drahtlose Telegraphie nicht zur Verfügung steht.

Schließlich darf man von einem Buch, das wissenschaftlichen Zwecken dienen will, erwarten, daß die Darstellung grundlegender Erscheinung von groben Versehen frei ist. In diesem Sinn bedarf aber die Fig. 5 samt Begleittext einer gründlichen Korrektur. Sie muß in Verbindung mit Fig. 16 für den Nichtfachmann verwirrend wirken, der nicht begreifen wird, wieso ein Turm zuerst vor einer das Unendlichferne darstellenden Marke liegt und nach ein paar Seiten hinter dem Unendlichen erscheinen müßte. Auch ist es nicht angängig, von einer einfachen Objektivlinse nur zu behaupten, daß bei den von ihr gelieferten Bildern rechts und links vertauscht ist und ein Bild auch so zu zeichnen, ohne oben und unten zu vertauschen. Endlich wirkt der Luftdruck nicht nur in „senkrechter Richtung“. *O. v. Gruber.*

Wettbewerb.

Der technische Ausschuß des Königlichen Niederländischen Vereins für Luftfahrt schreibt einen Wettbewerb aus zur Förderung der Sicherheit des Luftverkehrs und zwar betreffs Landung im Nebel.

Bedingungen.

I. Der Hauptpreis von Holl. Fl. 3000,— (Dreitausend Gulden) — ist bestimmt für den Einsender der zweckmäßigsten Vorrichtung (Instrument oder Instrumentengruppe), mit deren Hilfe in einem sich vorwärts bewegenden Flugzeug bei starkem Nebel die Höhe bestimmt werden kann, auf welcher es sich über dem Boden oder dem Wasserspiegel befindet.
Es gelten hierbei die folgenden Vorschriften:
  1. Die Vorrichtung muß die Höhe anzeigen unabhängig
     a) von irgendwelcher Vorrichtung am Boden oder am Wasserspiegel,
     b) vom Barometerstand.
  2. Der Meßfehler darf
     a) unter 10 m Höhe nicht mehr sein als 1 m,
     b) zwischen 10 und 300 m Höhe nicht mehr betragen als 10% der wahren Höhe.
  3. Die Höhenanzeige muß stattfinden können in einem Flugzeug, das eine Geschwindigkeit besitzt, deren
     a) wagerechte Komponente zwischen 10 und 50 m/sek liegt,
     b) senkrechte Komponente von 0 bis 5 m/sek beträgt.

II. Die Teilnahme ist offen für Einsender jeder Nationalität.

III. Spätestens am 15. März 1923 müssen folgende Stücke beim Preisgericht eingereicht sein, das zu diesem Zwecke sein Domizil wählt bei der Allgemeinen Schriftleitung des Königlichen Niederländischen Vereins für Luftfahrt, Heerengracht Nr. 13, 's-Gravenhage:
  a) Ein versiegelter Briefumschlag, auswendig versehen mit einem Wort oder Motto mit Korrespondenz-Adresse, enthaltend den Namen und die Adresse des Einsenders. Dieses Wort oder dieses Motto muß auf allen weiteren Stücken und Sachen des Einsenders vorkommen.
  b) Beschreibung der Vorrichtung, mit Zeichnungen oder Skizzen, welche höchstens 20 Seiten Quart Maschinenschrift und 5 qm Zeichnungen umfassen darf, in dreifacher Ausführung.
     Als Sprache ist zugelassen Holländisch, Französisch, Deutsch oder Englisch.
  c) Ein Vorschlag des Einsenders für das Verfahren zur Prüfung seiner Vorrichtung.
  d) Bescheinigung des Einsenders, daß er auf jeden Schadenersatz und auf jedes Vorgehen gegen die Entscheidung des Preisgerichts verzichtet.

e) Bescheinigung des Einsenders, daß er bereit ist, innerhalb 30 Tagen nach einem diesbezüglichen Gesuch des Preisgerichts, gerichtet an die Korrespondenz-Adresse, seine Vorrichtung zur Prüfung an das Preisgericht einzusenden.

IV. Das Preisgericht.

a) Zusammensetzung:
Dr. jr. B. B. Wolff, Direktor der Reichs-Versuchsanstalt für Luftfahrt, Vorsitzender,
Dr. J. M. Burgers, Professor an der Technischen Hochschule Delft,
Leutn. z. S. W. Gauw, Marineflieger,
Kapitän F. A. van Heyst, Militärflieger,
Dr. C. Schoute, Unter-Direktor des Königlichen Niederländischen Meteorologischen Instituts,
Ir. B. Stephan, Chef der Technischen Abteilung der Militär-Luftfahrt-Organisation,
J. Terpstra, Chef der Technischen Abteilung der Marine-Luftfahrt-Organisation,
Ir. A. G. von Baumhauer, Unter-Direktor der Reichs-Versuchsanstalt für Luftfahrt, Schriftführer.

b) Das Preisgericht kann, wenn nötig, sich an andere Personen oder Körperschaften um Rat wenden.

c) Die Entscheidungen des Preisgerichts werden durch Stimmenmehrheit getroffen; bei Stimmengleichheit entscheidet der Vorsitzende.

d) Das Preisgericht entscheidet über Zulassung zur Einsendung der Vorrichtungen.

e) Wenn das Preisgericht von dieser Zulassung absieht, wird dem Einsender Mitteilung hiervon gemacht an die Korrespondenz-Adresse; das Preisgericht ist nicht verpflichtet, die Gründe anzugeben.

f) In allen Fällen ist die Entscheidung des Preisgerichtes als höchste Instanz maßgebend.

g) Das Preisgericht hat das Recht, den Preis zu teilen, zu ermäßigen, nicht zu gewähren oder ganz oder teilweise zu gewähren, auch wenn die in Artikel I gestellten Anforderungen nicht ganz erfüllt werden.

V. a) Das Preisgericht entscheidet über das Verfahren und den Ort der Prüfung, welche auch im Fluge zu geschehen hat.

b) Auf Wunsch des Einsenders kann das Preisgericht erlauben, daß die Prüfung außerhalb Hollands stattfindet durch eine dazu geeignete Stelle, deren Wahl von dem Preisgericht genehmigt werden muß. Die Kosten dieser Prüfung gehen zu Lasten des Einsenders.

c) Der Einsender kann der Prüfung beiwohnen, eventuell auf Wunsch des Preisgerichts bei der Prüfung behilflich sein.

VI. Alle Einsendungen und die darauf ruhenden Rechte bleiben das Eigentum des Einsenders. Die Beschreibungen werden nach Beendigung der Prüfungen Eigentum des Königlichen Niederländischen Vereins für Luftfahrt. Das Preisgericht und seine Berater verpflichten sich zur Geheimhaltung bis zum Beginn der Prüfung; da das Preisgericht und seine Berater jedoch keine Verantwortung für Schäden übernehmen können, welche aus einer vorzeitigen Veröffentlichung entstehen können, empfiehlt das Preisgericht den Einsendern, ihre Erfindungen vor der Einsendung der Beschreibung zum Patent anzumelden.

VII. Wenn möglich, wird das Preisgericht die Prüfungen innerhalb 3 Monaten nach Einsendung der Apparate beendigen.

VIII. Das Preisgericht wird das Resultat mit Erklärung den Fachblättern zur Veröffentlichung einsenden. Die Apparate werden von dem Preisgericht den Einsendern zurückgegeben und der Preis wird dem Sieger innerhalb eines Monats nach dieser Veröffentlichung zugesandt werden.

IX. In Zweifelsfällen ist der holländische Text dieser Bedingungen maßgebend.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT

FÜR

INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

9. Heft: September.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die **Zeitschrift für Instrumentenkunde**

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 120,— für das dritte Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 4,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30%	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **September 1922.** Neuntes Heft.

Meine Integraphen für Differentialgleichungen.

Von

Ernst Pascal, o. Professor an der Universität Neapel.

Neapel 1914.

Übersetzung aus dem Italienischen von Professor Dr. A. Galle in Potsdam.

(Fortsetzung von S. 243.)

§ 5. Der Integraph mit geradliniger, zentrierter Stange. Die lineare Differentialgleichung I. Ordnung[1]).

Wie in § 2 gezeigt ist, ist die Differentialgleichung, die mit der geradlinigen Stange, die durch das Zentrum des Integralwagens geht, integriert werden kann, (wir nennen sie *zentrierte* Stange, um sie von der des § 3 zu unterscheiden) die kanonische lineare Gleichung erster Ordnung

$$a y' + y = Q(x). \qquad 36)$$

Hierbei ist angenommen, daß a die Maßeinheit des Instruments und die Richtung der Rollenebene die der Stange ist.

An dem Apparat, den ich seit langer Zeit in gleichen Exemplaren habe anfertigen lassen, mit denen viele mathematische Universitätsinstitute versehen sind, ist eine Querstange angebracht, mit der nach Belieben jene Maßeinheit in der Größe von 7 cm im Minimum bis zum Maximum von 16 cm eingestellt werden kann. Dann ist noch eine Einrichtung damit verbunden, durch die man die Rollenebene gegen die Richtung der Stange, welche die Zapfen der beiden Wagen fest verbindet, verstellen und unter einem bestimmten Winkel (der an einem angebrachten geteilten Quadranten abgelesen wird) festklemmen kann.

Wenn wir dann diesen Winkel zu

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg} m$$

bestimmen, so ist die zu integrierende Differentialgleichung an Stelle von 36) allgemeiner die folgende:

$$y = a\frac{y' + m}{my' - 1} + Q(x) \qquad 37)$$

---

[1]) E. Pascal, *L'integratore meccanico per le equazioni differenziali lineari di 1°. ordine, e per altre equazioni differenziali* (Rend. della R. Acc. dei Lincei, (5) t. 18, 1909, 2° sem.; Giorn. di mat. di Battaglini, (3) t. 48, 1910); *L'uso e le applicazioni dell' integratore meccanico per le equazioni differenziali* (Giorn. di. mat. die Battaglini, (3) t. 49, 1911).

das ist

$$y' = \frac{-am + Q(x) - y}{a + m[Q(x) - y]}; \tag{38}$$

Wir werden aber hierüber an geeigneter Stelle in einem späteren Paragraphen, handeln. Bei dem ersten 1909 konstruierten Modell[1]) war mit dem Integralwagen ein Gewicht verbunden, um die Drehrolle auf das Zeichenpapier zu drücken; dieses Gewicht ist, wie sich gezeigt hat, für diesen Zweck unnötig und ist daher bei den übrigen Modellen weggelassen; das zweite Modell, bei dem die geradlinige Stange statt um den Zapfen des Integralwagens um den des Differentialwagens drehbar ist. eignet sich zur Einsetzung von Stangen verschiedener Form und faßt daher verschiedene Apparate in einen zusammen; endlich ist noch ein drittes Modell konstruiert,

Indem wir zu dem Fall 36) zurückkehren, wo $a = 0$ ist, beginnen wir mit der Prüfung der verschiedenen Besonderheiten der vom *Integralstift* beschriebenen Kurve in bezug auf die vom *Differentialstift* beschriebene.

Zuerst werden wir vor allem mit diesem Instrument die Koordinatenachsen der x und der y zeichnen. Wir stellen den Differentialwagen auf seiner Schiene mit der angebrachten Schraube fest; drücken wir nun den Differentialstift herab, so bezeichnen wir auf dem Blatte einen Punkt; indem wir dann das Instrument auf seinen Rollen laufen lassen, bringen wir den Integralwagen an eine solche Stelle, daß der Rand der Drehrolle genau auf dem bezeichneten Punkte steht. In dieser Stellung befinden sich die Zapfen der beiden Wagen in einer Geraden, die zu der Umdrehungsachse der beiden Rollen M, N (siehe Fig. 2) senkrecht steht. Senken wir nun die Schreibfeder des Integralwagens und lassen das Instrument auf seinen Rollen laufen, so wird die x-Achse beschrieben.

Wenn man statt dessen diese Achsen auf dem unteren oder oberen Teile des Zeichenblattes (das heißt näher oder entfernter vom Beobachter) zeichnen will, so ist die Sache noch viel leichter, weil es genügt, die beiden Wagen an die äußersten Stellen der Seitenschienen des Instruments zu bringen, den Differentialwagen festzuschrauben und das Instrument rollen zu lassen. Die Genauigkeit, mit der das Instrument konstruiert sein soll, verbürgt, daß der Integralstift sich an der richtigen Stelle einstellt, um eine zu den genannten Schienen normale Gerade zu beschreiben.

Um sodann die y-Achse zu beschreiben, schraubt man eine der Rollen des Instrumentes fest, so daß es nicht mehr rollen kann. Man hebt mit der linken Hand den Integralwagen ein wenig an, damit die Drehrolle nicht mehr auf dem Blatte aufliegt, und man läßt, wenn man dann die Schreibfeder heruntergelassen hat, auf dem linken Schienengeleis den Wagen durch die ganze Länge rollen. Wenn das Instrument genau konstruiert ist, wird man auf diese Weise eine Gerade senkrecht zu der zuerst gezeichneten beschreiben.

Die x-Achsen der beiden Kurven, der Differentialkurve $y = Q(x)$ und der Integralkurve, fallen offenbar zusammen.

Die y-Achsen dagegen sind voneinander um eine Strecke entfernt, die der auf die x-Achse projizierten Entfernung der beiden Stifte gleich ist, welche die beiden Kurven beschreiben. Es ist nicht nötig, daß diese beiden Stifte genau den Zapfen der beiden Wagen entsprechend angebracht sind, sie können vielmehr auch passend um ein konstantes Stück verrückt sein.

---

[1]) Die Figuren 10, 11, 12 der verschiedenen Modelle des Apparats sind hier weggelassen, da sie zur Nachbildung nicht genügend deutlich waren.

Es ist nun leicht, zu sehen, daß die *Integralkurve ein Maximum oder Minimum in den Punkten erreicht, in denen die Ordinaten der beiden Kurven gleich sind; fallen jedoch die Tangenten der beiden Kurven nicht zusammen, so besitzt die Integralkurve einen Wendepunkt mit einer zur x-Achse parallelen Tangente.*

Allgemeiner: *die Integralkurve besitzt einen Wendepunkt, wenn ihre Tangente derjenigen der Differentialkurve im entsprechenden Punkte parallel ist.*

Bei der Handhabung des Instrumentes zeigen sich alle diese Eigenschaften in deutlicher Weise.

So auch folgende: Durchläuft man mit dem Differentialstift einen Kurvenbogen und läßt dann durch einen Zug den Differentialwagen auf seiner Schiene laufen, ohne das Instrument zu verrücken, und verfolgt man schließlich mit dem Stift einen andern Kurvenbogen, so ändert die Drehrolle ihre Richtung und beschreibt eine Kurve, die einen Winkel mit der bis zu diesem Augenblicke beschriebenen bildet; das heißt, wenn die Ordinate der Differentialkurve unstetig wird, so wird die Tangente der Integralkurve unstetig.

Wenn dagegen die Tangente der Differentialkurve unstetig, aber ihre Ordinate stetig ist, so ändert sich die Richtung der Rollenebene immer stetig, und folglich bleibt die Tangente der Integralkurve stetig; wenn man daher mit dem Differentialstift einen Bogen bis zu einem gewissen Punkte durchfährt, und dann mit plötzlicher Richtungsänderung mit dem ganzen Instrument sich rückwärts wendet, so beschreibt der Integralstift eine Kurve mit einer Spitze.

Ist eine Differentialkurve gegeben, so kann man natürlich unzählige Integralkurven konstruieren; die Möglichkeit, die besteht, den Integralwagen auf eine beliebige Anfangsstellung auf seiner Leitschiene zu bringen, entspricht *der Willkür der Konstanten beim allgemeinen Integral der Differentialgleichung.*

Bringt man den Wagen nach und nach in verschiedene Anfangsstellungen, so kann man verschiedene Integralkurven ein und derselben Differentialkurve erhalten.

Ferner müssen — und man findet dies bei einer genauen Zeichnung mit dem Instrument in der Tat bestätigt — die Sehnen der von zwei beliebig gewählten, aber zur x-Achse senkrechten Geraden begrenzten Bogen aller Integralkurven sich in einem und demselben Punkte treffen.

Dies hängt mit der elementaren Eigenschaft der linearen Differentialgleichungen I. Ordnung zusammen, daß *zwischen je drei ihrer partikulären Integrale* y_1, y_2, y_3 *immer die Beziehung*

$$\frac{y_3 - y_1}{y_2 - y_1} = \text{konst.} \tag{39}$$

besteht, das heißt, daß das Verhältnis der Ordinatendifferenzen von der Abszisse x unabhängig ist.

Da nämlich, wenn y_1, y_2 zwei partikuläre Integrale der Gleichung sind, sie sich immer so schreiben läßt:

$$\begin{vmatrix} y' & y & 1 \\ y_1' & y_1 & 1 \\ y_2' & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

so ist:

$$\frac{d}{dx}\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = 0.$$

Wenn daher y_3 ein neues partikuläres Integral ist, so erhält man, indem man $y = y_3$ setzt, gerade die Gleichung 39).

In Fig. 13, in der AA' der Bogen der Differentialkurve und L, M, N, U, V Bogen von fünf verschiedenen partikulären Integralen von AA' sind, ist diese Eigenschaft dargestellt.

Das allgemeine Integral von 36) ist bekanntlich

$$y = \frac{1}{a} e^{-\frac{x}{a}} \left[\int Q e^{\frac{x}{a}} dx + C \right] \qquad 40)$$

und dies ist demnach der Integralausdruck, der durch das Instrument zur Darstellung kommt.

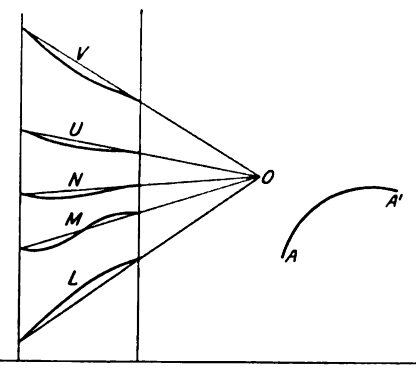


Fig. 13.

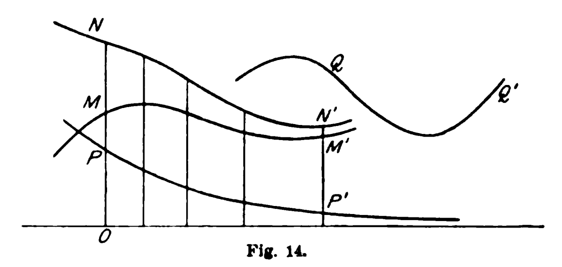


Fig. 14.

Stellt man im Anfang den Integralstift auf einen Punkt mit der Ordinate y_0, so ist die Integrationskonstante durch

$$C = a y_0 e^{\frac{x_0}{a}}$$

gegeben, wenn x die Abszisse des Anfangspunktes ist; auf diese Weise ist für $x_0 = 0$ und $a = 1$ die Integrationskonstante gerade gleich y_0.

Werden zwei Integralkurven derselben Differentialkurve QQ' beschrieben (siehe Fig. 14), so ist die Differenz der Ordinaten für irgendein x nach 40) durch

$$\frac{C_1 - C_2}{a} e^{-\frac{x}{a}}$$

gegeben und nimmt daher mit wachsendem x ab. Die beiden Integralkurven MM', NN' nähern sich also einander nach rechts, und die Kurve, die ihre Ordinatendifferenz darstellt, führt zu einer Exponentialkurve PP'.

Bevor wir diesen Paragraphen schließen, wollen wir zeigen, daß mit diesem Instrument außer der linearen Gleichung 36), in der natürlich a eine positive Zahl ist, auch die andere Gleichung

$$a y' - y = Q(x) \qquad 41)$$

integriert werden kann.

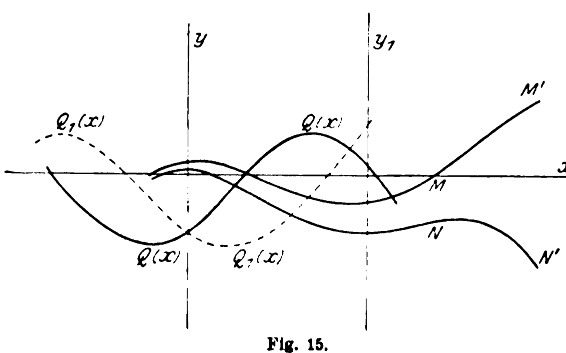


Fig. 15.

Ist die Kurve mit den Ordinaten $Q(x)$ gegeben, so zeichnen wir die dazu in bezug auf die y-Achse symmetrische, es sei dies die Kurve (siehe Fig. 15) mit den Ordinaten $Q_1(x) = Q(-x)$.

Integrieren wir diese Kurve wie gewöhnlich und drehen dann das Zeichenblatt um, so werden

die von dem Instrument gezogenen Kurven MM', NN' .... sich nach links statt nach rechts asymptotisch nähern.

Trägt man der mit dem Zeichenblatt vorgenommenen Umkehrung Rechnung, so erhalten wir die Gleichung dieser Kurve aus der Gleichung 40), indem wir zunächst $Q(x)$ in $Q(-x)$ verwandeln und sodann die Zeichen von x und von y vertauschen; man erhält also:

$$y = \frac{1}{a} e^{\frac{x}{a}} \left[\int Q(x) e^{-\frac{x}{a}} dx - C \right], \tag{42}$$

was genau das allgemeine Integral von 41) ist.

Es ist offenbar, daß die Integration von 41) auch die Integration von 36) für negatives a umfaßt; diese Bemerkung wird im folgenden von Nutzen sein.

§ 6. Zeichnung der Exponentialkurve und der Kettenlinie.

Der im vorigen Paragraph beschriebene Apparat kann als *logarithmischer Zirkel* dienen, nämlich bei der Beschreibung der *Exponentialkurve* oder der *logarithmischen Kurve*.

Setzen wir in der Gleichung 40) $Q = c = \text{konst.}$, so erhält man:

$$y = c + \frac{C}{a} e^{-\frac{x}{a}}, \tag{43}$$

das ist die Exponentialkurve, die von einem Aste gebildet wird, der sich asymptotisch der Geraden $y = c$ nähert und je nach der Anfangsstellung, die man dem Integralwagen gibt, über oder unter ihr liegt.

Um demnach mit dem Apparate des vorhergehenden Paragraphen die logarithmische Kurve zu ziehen, hat man nichts anderes zu tun, als den Differentialwagen mit seiner Schraube in der Höhe c über der x-Achse festzuklemmen und dann das ganze Instrument auf seinen Rollen laufen zu lassen. Die Schreibfeder des Integralwagens wird alsdann die Kurve 43) beschreiben[1]).

Verlegt man die x-Achse in die Gerade $y = c$ und die y-Achse in die zu ihr senkrechte Gerade, welche die Kurve in einem um die Strecke $+1$ oder -1 von der Geraden $y = c$ abstehenden Punkte trifft, so nimmt die Gleichung der Kurve die reduzierte Form

$$y = e^{-\frac{x}{a}} \qquad \text{oder auch:} \qquad y = -e^{-\frac{x}{a}} \tag{44}$$

an, und wenn wir das Zeichenblatt um 180° drehen, erhalten wir die Gleichungen

$$y = -e^{\frac{x}{a}} \qquad \text{oder auch:} \qquad y = e^{\frac{x}{a}}, \tag{45}$$

während man bei einer Verlegung der y-Achse um eine Strecke von der Länge m aus der letzten Gleichung die andere:

$$y = e^{\frac{m}{a}} e^{\frac{x}{a}} = M e^{\frac{x}{a}} \tag{46}$$

erhält.

Wählt man die Maßeinheit a des Instrumentes $= 1$, so folgt aus 45):

$$y = e^x, \tag{47}$$

[1]) In meinem S. 234 erwähnten Buche „Mathematische Instrumente" ist auf S. 163 bei festgeklemmten Differentialwagen als Weg des Integralstiftes irrtümlich eine Gerade statt einer Exponentialkurve angegeben. Die Richtung der Rollenebene bleibt nicht unverändert. Es ist $dx = ds \cdot \cos\varphi$, $dJ = ds \cdot \sin\varphi = dx \cdot \operatorname{tg}\varphi$. G.

und wenn man statt dessen

$$y = A^x \tag{48}$$

setzen will, so muß man als Maßeinheit des Instruments im Verhältnis zur absoluten Einheit

$$a = \frac{1}{\ln A} \tag{49}$$

nehmen, deren Länge mit demselben Instrument konstruiert werden kann, da $\ln A$ die Abszisse des Punktes der Kurve 47) ist, dem die Ordinate A zugehört.

Hat man die Kurve 47) gezogen, so stellen die Ordinaten, denen die Abszissen 1, $^1/_2$, -1 entsprechen, die Zahlen e, $\sqrt{e}$, $\frac{1}{e}$ dar; *das Instrument ist also imstande, mit großer Leichtigkeit die transzendente Zahl e zu konstruieren.*

Wir gehen nun zur *Kettenlinie* über.

Wir zeichnen die Kurve 45) und können, statt das Zeichenblatt umzukehren, das Instrument umdrehen, das heißt, wir lassen es arbeiten, indem wir den Differentialwagen auf die linke, und den Integralwagen auf die rechte Seite des Beobachters bringen. Hat man dann die Stellung des Instrumentes berichtigt, so integriert man die zweite Kurve 45).

Setzt man in 40) $Q = e^{\frac{x}{a}}$ und integriert, so erhält man:

$$y = \frac{1}{2} e^{\frac{x}{a}} + \frac{C}{a} e^{-\frac{x}{a}}, \tag{50}$$

worin C eine positive oder negative Konstante ist, deren Wert von dem für y angenommenen Anfangswert abhängt. Wenn man die Kurve $Q = e^{\frac{x}{a}}$ von einem Punkt mit der Ordinate 1 (welche $x = 0$ entspricht) zu beschreiben beginnt und den Integralstift zu Anfang an eine Stelle bringt, deren Ordinate größer, gleich oder kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, so wird der Wert der Konstanten positiv, null oder negativ.

Wenn C positiv ist, so stellt die Gleichung 50) eine leichte Transformation einer Kettenlinie dar, denn es wird in der Tat, wenn man die y-Achse um eine Größe gleich

$$m = \frac{a}{2} \log \frac{2C}{a}$$

verlegt, also $x = x' + m$ setzt, die Gleichung 50)

$$y = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{2C}{a^3}} \left[e^{\frac{x'}{a}} + e^{-\frac{x'}{a}} \right], \tag{51}$$

die eine Transformation der Kettenlinie

$$y = \frac{a}{2} \left[e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right] \tag{52}$$

ist. Die erhaltenen Kurven können als *verlängerte* oder *verkürzte Kettenlinien* bezeichnet werden.

Für

$$C = \frac{a^3}{2}$$

(diesen Fall erhält man, wenn man den Integralstift in die Anfangsstellung mit der Ordinate $\frac{a^2+1}{2}$ bringt) erhält man die Kettenlinie.

In Fig. 16[1]), in der AA' die Exponentialkurve ist, sind verschiedene der genannten Kurven gezeichnet: MN, $M'N'$, $M''N''$, indem man von verschiedenen Anfangswerten ausgegangen ist; der Koordinatenanfang ist O'.

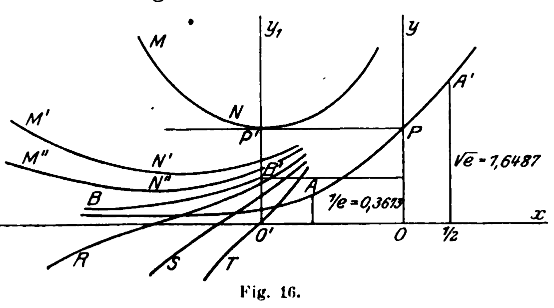


Fig. 16.

Setzt man $1 = OP = O'P'$, so hat die Kurve MN, die durch P' geht, zur Gleichung:

$$y = \cos h \frac{x}{a}, \qquad 53)$$

also muß sich für $x = 0$ y aus 50) auf 1 reduzieren und mithin muß

$$\frac{C}{a} = \frac{1}{2}$$

sein, das ist also die *hyperbolische Kosinuskurve.*

Bringt man die Anfangsstellung des Stiftes des Integralwagens nach B', wenn $O'B' = \frac{1}{2}$ ist, so muß die Konstante der Formel 50) Null werden und die Kurve muß in die um das Stück OO' nach links verschobene Exponentialkurve AA', das ist BB', degenerieren.

Bringt man endlich die Anfangsstellung des Integralwagens unterhalb B', so geht die Konstante C negativ hervor und wir bekommen die Kurven R, S, T der Fig. 16. Die Kurve, die gerade durch O' geht (das ist T in der Figur), hat zur Gleichung

$$y = \sin h \frac{x}{a}, \qquad 54)$$

folglich muß für $x = 0$ auch $y = 0$ werden, mithin $\frac{C}{a} = -\frac{1}{2}$; es ist dies die *hyperbolische Sinuskurve.*

§ 7. Integration der vollständigen linearen Differentialgleichung höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten, aber variablem zweiten Glied.

Derselbe Apparat wie in § 5 kann zur Lösung einiger linearer Differentialgleichungen höherer Ordnung von der Form

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ldots + a_1 y' + y = Q(x) \qquad 55)$$

verwendet werden, in der a_n, $a_{n-1} \ldots a_1$ reelle Konstanten und $Q(x)$ eine beliebige Funktion von x sein mögen.

Insbesondere können wir diejenigen Gleichungen von der Form 55) integrieren, in denen die numerischen Koeffizienten a derart sind, daß *die algebraische Gleichung*

$$\xi^n - a_1 \xi^{n-1} + a_2 \xi^{n-2} - \ldots + (-1)^n a_n = 0 \qquad 56)$$

lauter reelle Wurzeln besitzt.

[1]) In der Figur ist zu setzen: $\frac{1}{e} = 0{,}3679$. Anm. d. Übers.

Die Integration von 55) kann in der Tat, wenn $a, b, c, \ldots$ die (reellen) Wurzeln von 56) sind, offenbar auf die der Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} az' + z = Q(x) \\ bu' + u = z \\ ct' + t = u \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad 57)$$

zurückgeführt werden, und diese können wir mit dem Apparat von § 5 integrieren, wenn wir der Reihe nach die Maßeinheit des Instrumentes erst auf a, dann auf b usw. einstellen.

Wie wir in § 5 gesehen haben, gilt dies auch, wenn irgendeine dieser Größen negativ ist, denn wenn z. B. a negativ ist, so genügt es, die erste der Gleichungen 57) in der Form

$$|a|z' - z = -Q(x)$$

zu schreiben und diese dann nach der für die Integration der Gleichung 41) am Ende des § 5 angewandten Methode zu integrieren.

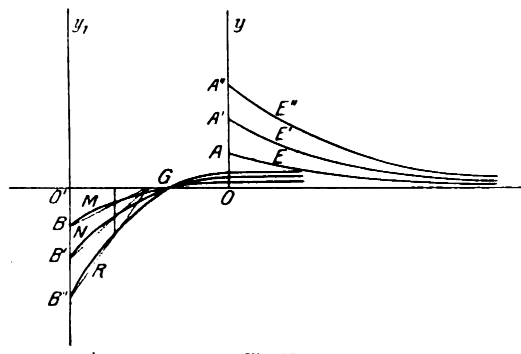


Fig. 17.

Fig. 17 stellt die Integration der Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y'' + 2y' + y = 0$$

dar, deren Integral von der Form

$$y = (Cx + C')e^{-x}$$

ist. Man zieht zunächst mit dem Instrument die Kurve

$$z = Ce^{-x},$$

indem man von verschiedenen Anfangsstellungen A, A', A'', ... für den Integralwagen ausgeht; man erhält so den vorstehenden Exponentialausdruck, in dem die Konstante C die bzw. durch OA, OA', OA'', ... dargestellten Werte annimmt. Wenn wir die so erhaltenen Kurven integrieren, indem wir wiederum von verschiedenen Anfangsstellungen B, B', B'', ... ausgehen, so erhalten wir auf diese Weise verschiedene partikuläre Integrale der vorgelegten Gleichung, und C' wird die Werte $O'B$, $O'B'$, $O'B''$, ... haben.

Wenn wir es einrichten, daß diese Werte den Werten OA, OA', OA'', ... proportional sind, so werden die erhaltenen Kurven sämtlich durch denselben Punkt der x-Achse gehen, da in diesem Falle die Gleichungen $Cx + C' = 0$ sämtlich dieselbe Wurzel haben.

Ferner müssen die Sehnen der von denselben Ordinaten begrenzten Bogen der Kurven M, N, R nach einem Punkt der x-Achse konvergieren. Diese Tatsachen sind in Fig. 17 veranschaulicht.

Fig. 18 stellt die Integration der Differentialgleichung dritter Ordnung

$$980y''' + 208y'' + 31y' + y = Q(x)$$

dar. Die entsprechende algebraische Gleichung ist:

$$\xi^3 - 31\xi^2 + 208\xi - 980 = 0,$$

welche die drei reellen Wurzeln 14, 10, 7 hat.

Nimmt man als absolute Einheit das Zentimeter, so integriert man zunächst die Gleichung

$$14t' + t = Q(x),$$

indem man die Maßeinheit des Instrumentes zu 14 cm wählt; man integriert also (wie wir der Kürze wegen sagen) die Kurve Q; man erhält auf diese Weise die Kurve MM', wo RM der Anfangswert der Ordinate ist.

Man ändert die Maßeinheit des Instruments in 7 cm, und integriert die zuletzt erhaltene Kurve, wodurch man die Kurve NN' mit dem Anfangswert SN bekommt. Man integriert diese, nachdem man die Maßeinheit des Instruments in 10 cm umgeändert hat und erhält endlich PP', wo TP der Anfangswert der Ordinate ist.

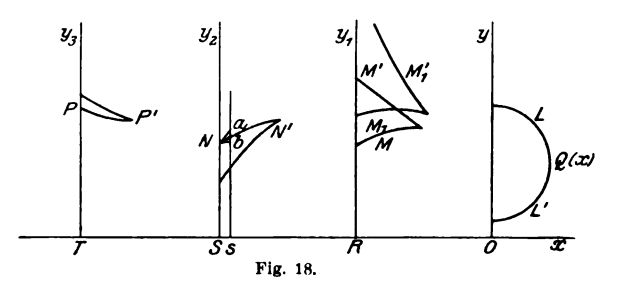


Fig. 18.

Diese letzte Kurve ist das Integral der gegebenen Gleichung und die drei Integrationskonstanten entsprechen den drei nacheinander angenommenen Anfangswerten.

Wenn bei der ersten Integration die Maßeinheit zu 7 cm und bei der zweiten zu 14 cm gewählt worden wäre, so hätte man dieselbe Kurve NN' erhalten, vorausgesetzt, daß man es so einrichtet, daß die beiden neuen Integrationskonstanten gleichwertig mit den beiden früheren erhalten werden.

Die Kurve MM' ist das Integral von

$$14t' + t = Q(x)$$

mit dem Anfangswert t_0, es wird also

$$14t_0' + t_0 = Q(0)$$

sein.

Die Kurve NN' ist das Integral von

$$7u' + u = t$$

mit dem Anfangswert u_0; es wird also

$$7u_0' + u_0 = t_0$$

sein.

Wenn wir dagegen zuerst die Gleichung

$$7v' + v = Q(x)$$

integrieren, so ist die Aufgabe die, den Anfangswert v_0 dafür so zu bestimmen, daß wir dann bei der Integration von

$$14w' + w = v$$

für die Anfangswerte von w und w' die Werte

$$w_0 = u_0$$
$$w_0' = u_0'$$

erhalten.

Man muß

$$14u_0' + u_0 = v_0$$

erhalten, was mit

$$7 u_0' + u_0 = t_0$$
$$7 u_0' = v_0 - t_0$$

gibt.

Wenn wir mithin in N die Tangente an NN' ziehen und dann das rechtwinklige Dreieck Nba zeichnen, dessen Grundlinie die Länge von 1 cm hat (in der Figur durch Ss dargestellt), so muß die Entfernung $v_0 - t_0 = MM_1$ zwischen den Anfangspunkten der beiden Kurven v und t das 7fache der Länge ab der andern Kathete jenes Dreiecks sein, deren Länge u_0' darstellt.

Wenn man dann Q integriert, nachdem man den Integralstift in die Anfangsstellung M_1 gebracht hat und $M_1 M_1'$ zieht, dann diese (nachdem man die Maßeinheit des Instruments von 7 auf 14 cm geändert hat) mit der Anfangsstellung N integriert, so wird man erkennen, daß das Instrument dieselbe Kurve NN'. zeichnet. Dies zeigt sich in der Tat in der Originalzeichnung, von der Figur 18 eine Verkleinerung im Verhältnis von 1 : 6 ist. (Hier etwa 1 : 8. *G.*)

§ 8. Auflösung der algebraischen Gleichungen mit dem Integraphen mit gerader Stange.

Wird mit dem Instrument die Kurve mit der Gleichung

$$y = e^{-x}$$

beschrieben, so integriert man sie mit demselben Instrument.

Wie man aus der Formel 40) sieht, erhält man für $Q = e^{-x}$

$$y = (x + C)\, e^{-x}.$$

Integriert man diese Kurve von neuem, so findet man:

$$y = (\tfrac{1}{2} x^2 + Cx + C')\, e^{-x}$$

und wenn man so fortfährt, erhält man, wie man sieht, auf der rechten Seite immer das Produkt eines Polynoms in x und der Exponentialfunktion e^{-x}.

Die Punkte, in denen diese Kurven die x-Achse schneiden, entsprechen offenbar den reellen Wurzeln der Gleichungen, die man erhält, wenn man der Reihe nach die Polynome gleich Null setzt, von denen jedes die Ableitung des folgenden ist.

Man hat so ein Mittel, die *reellen Wurzeln einer beliebigen algebraischen Gleichung graphisch zu konstruieren.*

Wenn z. B. eine Gleichung 3. Grades vorgelegt ist:

$$\tfrac{1}{6} x^3 + \tfrac{1}{2} p x^2 + q x + r = 0,$$

so sind ihre Ableitungen der Reihe nach:

$$\tfrac{1}{2} x^2 + p x + q,$$
$$x + p.$$

Wir integrieren zunächst die Kurve $y = e^{-x}$, indem wir die Anfangsbedingungen in der Weise festsetzen, daß, wenn der Differentialstift auf dem Punkte mit der Ordinate 1 (und daher mit der Abszisse 0) steht, der Integralstift die Ordinate p hat; dann integrieren wir die so erhaltene Kurve mit den Anfangsbedingungen, daß dem Punkte mit der Ordinate p der Punkt mit der Ordinate q entspricht; endlich integrieren wir die nun erhaltene Kurve unter den Anfangsbedingungen, daß dem Punkte mit der Ordinate q der mit der Ordinate r entspricht; dann erhalten wir endlich die Kurve, deren Schnittpunkte mit der x-Achse die reellen Wurzeln der gegebenen Gleichung liefern.

Diese Methode ist in Fig. 19 auf die Gleichung

$$\frac{1}{2}x^2 - x + \alpha = 0$$

angewandt worden, in der α eine Konstante ist, die in verschiedener Weise angenommen wird.

Bringt man den Differentialstift auf Null, das heißt auf die x-Achse, und den Integralstift in eine Stellung A, so daß OA der zu 10 cm angenommenen Maßeinheit des Instrumentes gleich ist (die Figur ist in etwa $\frac{1}{6}$ der Originalgröße wiedergegeben), so erhalten wir eine Exponentialkurve. Integrieren wir diese Exponentialkurve, indem wir die Anfangsstellung des Integralstiftes in B mit der Ordinate -1 wählen, so erhalten wir die Kurve NN', welche die x-Achse in einem Punkte mit der Abszisse $+1$, gerechnet vom Fußpunkte O_1 der y_1-Achse schneidet. Schließlich integrieren wir diese Kurve, indem wir die Anfangslage des Integralstiftes in einen Punkt der y_2-Achse mit der Ordinate α bringen.

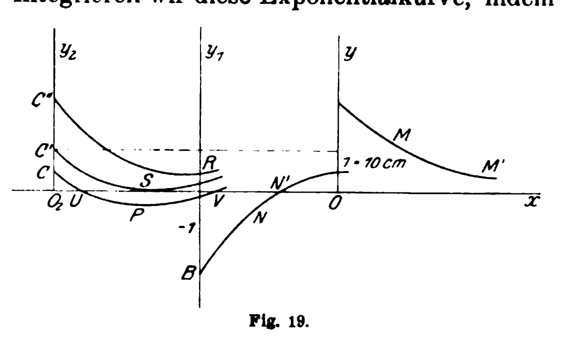


Fig. 19.

Setzen wir $\alpha = \frac{1}{2}$, so erhalten wir eine Kurve $C'S$, welche die x-Achse berührt, setzen wir $\alpha > \frac{1}{2}$, so bekommen wir eine Kurve $C''R$, welche die x-Achse nicht schneidet (weil die Wurzeln imaginär sind) und nehmen wir endlich $\alpha < \frac{1}{2}$, so erhalten wir die Kurve CP, welche die Achse in zwei gleich weit von S abstehenden Punkten U und V schneidet, und es stellen O_2U, O_2V (wo O_2 der Fußpunkt der y_2-Achse ist) die beiden gesuchten Wurzeln dar.

§ 9. Integration der Gleichung

$$y = a\frac{y' + m}{my' - 1} + Q(x).$$

Wenn wir den Winkel der Rollenebene mit der Stange am Apparat $\alpha = \operatorname{arc\,tg} m$ setzen, so können wir, wie wir in § 5 gesehen haben, die in die Überschrift dieses Paragraphen gesetzte Gleichung 37) integrieren.

Wir wollen zeigen, wie wir bei dieser Anordnung in einem kontinuierlichen Zuge die *Parabel* konstruieren können.

Offenbar wird für $Q(x) = 0$, das heißt, wenn man den Differentialstift auf die x-Achse stellt, und wenn man $\alpha = 90^0$ macht, also $m = \infty$, die obige Gleichung

$$y = \frac{a}{y'}$$

die als Integral

$$y^2 = 2ax$$

hat.

Wenn wir also die Ebene der Drehrolle auf 90^0 stellen (diesen Winkel liest man an einem dazu angebrachten Quadranten ab) und den Differentialwagen auf seiner Schiene unbeweglich gemacht haben, so lassen wir das ganze Instrument auf seinen Rollen laufen (die Operation gelingt besser, wenn wir es von rechts nach links rollen lassen). Dann wird der Integralstift einen Bogen einer Parabel zeichnen, deren Achse parallel zur x-Achse ist. Wenn man sich dem Scheitel der Parabel nähert, so wird man diesen Punkt selbst nicht erreichen können, weil die Ebene der

Drehrolle beim Fortschreiten des Instruments von rechts nach links das Bestreben hat, sich zur x-Achse senkrecht zu stellen und es daher von einem bestimmten Augenblick an praktisch unmöglich ist, eine weitere Bewegung des Instrumentes selbst zu erreichen.

Die angegebene Konstruktion der Parabel wird uns im folgenden Paragraphen nützlich sein.

Bevor wir diesen Paragraphen schließen, wollen wir noch bemerken, daß für $m = \infty$ die Differentialgleichung in

$$y = \frac{1}{y'} + Q(x) \tag{58)}$$

übergeht.

Diese Gleichung reduziert sich durch die Transformation

$$y = -\frac{1}{z} + Q(x)$$

auf folgende:

$$z' = Q'(x) \cdot z^2 - z^3. \tag{59)}$$

Wir ersehen hieraus, daß wir mit dem Integraphen mit gerader Stange, wenn wir die Rollenebene auf 90° stellen, auch die Differentialgleichung 59) integrieren können.

§ 10. Die Wahrscheinlichkeitskurve.

Indem wir 14 cm als Maßeinheit a des Instrumentes und zugleich a auch als absolute Maßeinheit nehmen, ziehen wir die Exponentialkurve $AA'A''$ (Fig. 20) mit der Gleichung

$$y = e^{-x}; \tag{60)}$$

sie geht durch A, wobei OA gleich 14 cm ist.

Wir nehmen darauf 7 cm als Maßeinheit des Instruments und stellen die Rollenebene auf 90°, dann führen wir den Differentialstift auf der x-Achse der vorigen Figur entlang.

Fig. 20.

Man erhält nach dem in § 9 Gesagten die Parabel $BB'B''$ mit der Gleichung (da in diesem Fall $a = \frac{1}{2}$ ist):

$$y_1{}^2 = x. \tag{61)}$$

Trägt man sodann auf der linken Seite des Blattes, wie die Figur es zeigt, in der Weise die Ordinaten der beiden Kurven auf, daß die von 61) die Abszissen derjenigen von 60) werden, so kann man leicht die Kurve PP' mit der Gleichung

$$y = e^{-y_1{}^2} \tag{62)}$$

punktweise zeichnen, das ist die sogenannte *Wahrscheinlichkeitskurve*. Sie hat einen Wendepunkt mit der Abszisse $\frac{1}{\sqrt{2}}$, das ist der Punkt, der dem Punkte der Exponentialkurve mit der Abszisse $\frac{1}{2}$ entspricht.

Die Konstruktion dieser Kurve läßt sich auch mit dem Integraphen von Abdank-Abakanowicz ausführen, indem in ähnlicher Weise die beiden Kurven A und B gezogen werden; aber mit dem Instrument mit gerader Stange ist die Konstruktion dieser beiden Hilfskurven viel einfacher, weil beide *ohne Fortbewegung des Differentialwagens auf seiner Schiene* erhalten werden, vielmehr blos durch Rollen des ganzen Apparates auf der Zeichenebene, nachdem man die Rollenebene einmal auf 0^0, das andere Mal auf 90^0 gestellt hat.

§ 11. Integraphen mit festem Zapfen.

Bei allen Integraphen bestimmt die Stellung des Wagens die Richtung der Ebene der Drehrolle.

Diese Bestimmung läßt sich auf sehr verschiedene Weise verändern und jeder Art entspricht eine andere Gattung von Differentialgleichungen.

Wir denken uns eine Horizontalscheibe, die durch das Ende des Zapfens G des Differentialwagens geht, und sich zusammen mit ihm bewegt; durch die Bewegung dieser gedachten Scheibe und ihre Verbindung mit dem Integralwagen können wir die Abhängigkeit der Stellung des Differentialwagens und der Richtung der Rollenebene charakterisieren.

Wir nehmen an, daß die Bewegung dieser Horizontalscheibe eine Drehung um einen festen Punkt O in ihr sei; diesen Punkt wählen wir nun als *festen Zapfen* und nennen die entsprechenden *Apparate* solche *mit festem Zapfen.*

Der Integraph von Abdank-Abakanowicz ist von dieser Art. In der Tat ist bei ihm ein fester Zapfen O vorhanden und die Rollenebene wird durch ein Gelenkparallelogramm dauernd parallel der Richtung der Geraden OG gehalten. Wenn man es dagegen so einrichtet, daß die Rollenebene unter einem konstanten Winkel $\alpha = \operatorname{arc\,tg} m$ gegen die Richtung OG gehalten wird (was man leicht machen kann indem man den Zapfen des Integralwagens auf seiner Achse beweglich anbringt und mit einem passenden Teilkreis versieht), so erhält man eine Abart des Integraphen von Abdank-Abakanowicz, die größerer Beachtung wert ist und nicht mehr von den Verfertigern dieser Apparate vernachlässigt werden sollte[1]).

Wird mit a die Maßeinheit des Instruments, das heißt der Abstand von O von der rechten Schiene, auf der der Differentialwagen rollt, bezeichnet, so hat bei dieser Einrichtung die mit dem Instrument gezeichnete Kurve die Gleichung

$$y = \int \frac{am + Q(x)}{a - mQ(x)}\, dx + \text{konst.}, \tag{63}$$

wenn $y = Q(x)$ wie gewöhnlich die Gleichung der vom Differentialstift beschriebenen Kurve ist.

Für $\alpha = 90^0$ wird diese Formel:

$$y = -a \int \frac{dx}{Q(x)}. \tag{64}$$

Man erhält daher für $Q(x) = x$ (das ist, wenn man den Differentialstift die Halbierungslinie des Winkels der Achsen beschreiben läßt) die Kurve:

$$y = -a \log x,$$

[1]) E. Pascal, *Sopra una semplice ma notevole variante nella costruzione dell' integrafo di* Abdank-Abakanowicz (Rend. della R. Accad. di scienze fis. e mat. di Napoli, (3) v. 17, 1911).

und so gelangt man auf andere Weise zur Darstellung der logarithmischen Kurve (vgl. § 6).

Wird $a = 1$ gesetzt und die eben erhaltene Kurve von neuem integriert, immer mit der Einstellung auf 90°, so erhält man das Integral:

$$\int \frac{dx}{\log x}, \tag{65}$$

das, wie man weiß, große Bedeutung in der Analysis hat; es hat eine Beziehung zu der Funktion des Integrallogarithmus von Soldner, und man kann damit, wenn es von 2 bis x ausgedehnt wird, wie es Gauß tat, mit großer Annäherung die Anzahl der zwischen 2 und x liegenden Primzahlen darstellen.

Wird der Winkel α auf 0° gebracht und integriert man die Gerade $Q(x) = 2x$, so erhält man die Parabel $y = \frac{x^2}{a}$.

Wenn man nun den Winkel α auf 90° bringt und die soeben erhaltene Parabel integriert[1]), so erhält man die gleichseitige Hyperbel mit der Gleichung $xy = a^2$, die die Achsen zu Asymptoten hat. Bei dieser Anwendung wird daher der Apparat auch ein *hyperbolischer Zirkel.*

Bei dem Integraphen von Abdank-Abakanowicz geht die Ebene der Drehrolle konstant durch den unendlich fernen Punkt der Geraden OG; bei der oben beschriebenen Abänderung macht dagegen diese Ebene einen konstanten Winkel mit der durch diesen unendlich fernen Punkt gehenden Geraden.

Wir denken uns nun eine etwas andere Einrichtung; wir lassen die Rollenebene statt durch den unendlich fernen Punkt von OG durch einen festen Punkt derselben Geraden gehen, oder allgemeiner durch einen festen Punkt P der sich um O drehenden Horizontalscheibe, die fest mit der Geraden OG verbunden ist. Noch allgemeiner kann es mit dem gewöhnlichen Mittel der Beweglichkeit des Zapfens des Integralwagens um seine Achse so eingerichtet werden, daß die Ebene der Drehrolle immer einen festen Winkel mit der durch P gehenden Geraden macht. Wir haben dann die in Fig. 21 dargestellte Einrichtung.

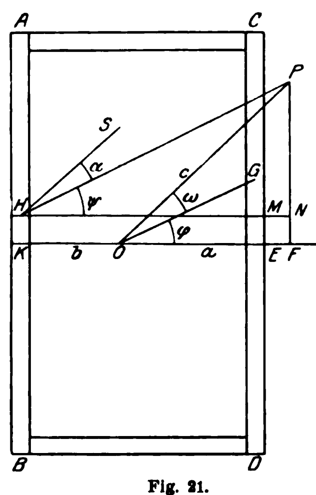


Fig. 21.

Der feste Zapfen befindet sich in O, in G wie gewöhnlich der Differential- und in H der Integralwagen. Der Winkel POG ist konstant, so daß wenn G auf der Schiene CD rollt, der Punkt P einen Kreis um O beschreibt; der Winkel SHP ist auch konstant und HS ist die Richtung der Rollenebene. Die Stäbe HP und OG sind natürlich in der Weise gerillt, daß die Zapfen G und P in der Rille laufen können.

Wir setzen:

$$OE = a,\ KO = b,\ OP = c,\ POG = \omega,\ GOE = \varphi,$$
$$SHP = \alpha,\ PHM = \psi$$
$$\operatorname{tg} \alpha = m,\quad \operatorname{tg} \omega = n.$$

KE sei die x-Achse; angenommen, daß dann wie gewöhnlich $Q(x)$ die Ordinate

---

[1]) $Q(x) = \frac{x^2}{a}$ in 64). Anm. d. Übers.

GE der von G beschriebenen Kurve ist und y die Ordinate HK der infolgedessen von H beschriebenen Kurve, so erhalten wir:

$$y' = \operatorname{tg}(\psi + \alpha) = \frac{m + \operatorname{tg}\psi}{1 - m\operatorname{tg}\psi} \qquad 66)$$

$$PF = c\sin(\varphi + \omega) \qquad OF = c\cos(\varphi + \omega)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q(x)}{a}$$

mithin:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{PF - NF}{KO + OF} = \frac{c(\sin\varphi\cos\omega + \cos\varphi\sin\omega) - y}{b + c(\cos\varphi\cos\omega - \sin\varphi\sin\omega)}$$
$$= \frac{c[Q(x) + na] - y\sqrt{(1+n^2)[a^2 + Q^2(x)]}}{c[a - nQ(x)] + b\sqrt{(1+n^2)[a^2 + Q^2(x)]}}.$$

Substituieren wir diesen Ausdruck in 66) und reduzieren wir, so erhält man endlich die Relation:

$$y' = \frac{(mb - y)\sqrt{1+n^2}\sqrt{a^2 + Q^2(x)} + c(1 - mn)Q(x) + ac(m+n)}{(b + my)\sqrt{1+n^2}\sqrt{a^2 + Q^2(x)} - c(m+n)Q(x) + ac(1 - mn)}, \qquad 67)$$

welche die von dem beschriebenen Integraphen integrierte Differentialgleichung ist. $Q(x)$ ist eine beliebige Funktion und die Konstanten a, b, c, m, n sind ebenfalls willkürlich.

Für $\alpha = 0$, $\omega = 0$, $b = 0$, $a = 1$ erhält man die lineare Differentialgleichung:

$$y' = Q(x) - \frac{\sqrt{1 + Q^2(x)}}{c}\,y, \qquad 68)$$

und für $c = \infty$, das heißt, wenn man P ins Unendliche verlegt, erhält man natürlich die Anordnung des Integraphen von Abdank-Abakanowicz.

§ 12. Integraph mit zwei festen Zapfen. Integration einer andern kanonischen Form der Riccatischen Gleichung.

Die beiden festen Zapfen bei dieser neuen Anordnung seien die auf der linken Schiene des Instruments, die zur x-Achse senkrecht steht, gelegenen Punkte E und O (siehe Fig. 22).

In G und H seien wie gewöhnlich die Stellungen der beiden Wagen, des Differential- und Integralwagens, und die x-Achse sei die Gerade Ox auf der näher am Beobachter liegenden Seite des Instruments.

Die Stange ES bleibt mit Hilfe des gewöhnlichen Gelenkparallelogramms immer parallel zu HG, und HS sei die Richtung der Drehrolle. HS bleibt beständig die Diagonale eines Trapezes, das in E einen festen Eckpunkt hat, das sich aber bei Veränderung der Stellungen H, G der beiden Wagen verändert. Eine kinematische Verbindung dieser Art läßt sich mit großer Leichtigkeit herstellen und ich habe schon vor drei Jahren ein Modell konstruieren lassen, das, zusammen mit andern von mir konstruierten Integraphen, in meinem *Institut für höhere Analysis an der Königl. Universität in Neapel* aufbewahrt wird.

Fig. 22.

In S läuft auf der Stange OG ein kleiner Wagen, der vertikale Zapfen dieses Wagens wird von den Rillen der Stangen ES und HS gefaßt; ferner wird durch ein Gelenkparallelogramm, dessen eine Seite E zum Mittelpunkt hat und in E vertikal zu ES befestigt ist und dessen parallele Seite vertikal unter ihrem Mittelpunkte eine Muffe trägt, in der die Stange HG läuft, der Parallelismus zwischen den beiden Stangen ES und HG dauernd gewahrt.

Wir untersuchen nun, welcher analytischen Relation die angegebene kinematische Verbindung entspricht.

Wir setzen:

$$Ox = a, \quad OE = b, \quad Gx = Q.$$

Man kann zeigen, daß die Gerade HS immer eine Tangente an eine veränderliche Hyperbel ist, deren eine Asymptote OA unveränderlich ist, während die andere Asymptote OG ist; diese Hyperbel hat zur Gleichung

$$x(ay - Qx) = \frac{a^2 b}{4}, \tag{69}$$

bezogen auf die Achsen Ox (x-Achse) und OA (y-Achse).

In der Tat hat man, wenn P ein Punkt dieser Hyperbel und also $PN = y$, $PT = x$ ist, und wenn wir mit ξ, η die auf die Achsen OG, OA bezogenen Koordinaten von P bezeichnen, so daß $OR = \xi$, $OM = \eta$ ist[1]):

$$x = \xi \cos \Theta, \qquad y = PR + RN = \eta + \xi \sin \Theta$$

$$\sin \Theta = \frac{Q}{\sqrt{a^2 + Q^2}}, \quad \cos Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 + Q^2}}.$$

Hieraus erhält man endlich durch Einsetzung in 69):

$$\xi \eta = \frac{b\sqrt{a^2 + Q^2}}{4} = k^2, \tag{70}$$

also hat die Hyperbel 69) OA, OG zu Asymptoten.

Wegen des Parallelismus von ES und HG hat man:

$$OH \cdot OS = OE \cdot OG = b\sqrt{a^2 + Q^2} = 4k^2,$$

woraus folgt, da bekanntlich die Tangente an die Hyperbel 70) auf den Asymptoten zwei Stücke abschneidet, deren Produkt gleich $4k^2$ ist, daß tatsächlich HS Tangente an die Hyperbel ist.

Nimmt man die Rolle des Integraphen in der Richtung HS an, so untersuchen wir die Differentialgleichung der von dieser Rolle beschriebenen Kurve.

Aus 69) erhalten wir durch Differentiation:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{2Q}{a} - \frac{y}{x} \\ &= \frac{2Q}{a} - \frac{\eta}{\xi \cos \Theta} - \operatorname{tg} \Theta \\ &= \frac{Q}{a} - \frac{\eta}{\xi \cos \Theta} \\ &= \frac{Q}{a} - \eta \frac{\sqrt{a^2 + Q^2}}{a\xi}. \end{aligned}$$

[1]) PM ist parallel zu SO und geht nicht durch E, wie in der Figur, wo M und E zusammenzufallen scheinen. Anm. d. Übers.

Weil P, wie man weiß, der Mittelpunkt von HS ist, ist M Mittelpunkt von HO, folglich ist, wenn mit y_1 die Ordinate OH des Punktes der von H beschriebenen Kurve bezeichnet wird, $OM = \eta = \frac{1}{2} y_1$; mithin folgt aus 70) auch:

$$\xi = b \frac{\sqrt{a^2 + Q^2}}{2 y_1},$$

und

$$\eta \frac{\sqrt{a^2 + Q^2}}{a \xi} = \frac{y_1^2}{ab}.$$

Nun ist aber die Ableitung y_1' von y_1 dieselbe, wie das eben berechnete y', denn die Tangente der von der Rolle beschriebenen Kurve ist gerade HS, also erhalten wir:

$$y_1' = \frac{Q}{a} - \frac{y_1^2}{ab};$$

und wenn wir y für y_1 einsetzen und die Abhängigkeit der Ordinate Q von x des Punktes G (des Zapfens des Differentialwagens) in Betracht ziehen, so erhalten wir endlich die Differentialgleichung:

$$a y' + \frac{y^2}{b} = Q(x), \qquad 71)$$

die bekanntlich eine kanonische Form der Riccatischen Gleichung ist. Die Konstanten a, b sind positiv und können jeden beliebigen Wert annehmen; man könnte sie also auch gleich 1 annehmen.

Wir haben so einen viel einfacheren *Integraphen für die* Riccati*sche Differentialgleichung.*

Wenn man durch die gewöhnliche Einrichtung die Rollenebene mit der Richtung HS einen (an einem dazu angebrachten geteilten Quadranten meßbaren) Winke $\alpha = \operatorname{arc\,tg} m$ einschließen läßt, so wird die zu integrierende Differentialgleichung die folgende viel kompliziertere sein:

$$y' = \frac{abm + bQ(x) - y^2}{ab - mbQ(x) + my^2}. \qquad 72)$$

§ 13. Integraphen mit beweglichem Zapfen. Die Differentialgleichung des Hodographen bei der Bewegung eines Geschosses in einem Mittel von beliebigem Widerstande.

Die in den vorangegangenen Paragraphen beschriebenen Integraphen sind solche mit festen Zapfen; in diesem und den folgenden Paragraphen werden wir Integraphen beschreiben, bei denen ein Zapfen vorhanden ist, der sich entsprechend der Bewegung eines der beiden Wagen, des Differential- oder des Integralwagens bewegt. Man erhält dann neue kinematische Verbindungen, die andern Typen von Differentialgleichungen entsprechen.

Wir lassen zunächst die Bewegung des Zapfens von der des Integralwagens abhängen; wir können auf diese Weise den Integraphen für die Differentialgleichung des Hodographen bei der Bewegung eines Geschosses in einem Mittel von beliebigem Widerstand erhalten.

Es ist dies eine berühmte Aufgabe der klassischen Mechanik, die besonders die Forscher auf dem Gebiete der Ballistik interessiert, die sich mit der Bestimmung der

Bewegung eines Geschosses in einem Mittel befaßt, das nach einem beliebigen Gesetze Widerstand leistet.

Mit den elementaren Prinzipien der Mechanik gelangt man leicht dazu, die natürliche Differentialgleichung der Bewegung (die sogenannte Differentialgleichung des *Hodographen)*, das heißt die differentielle Beziehung zwischen dem Neigungswinkel gegen den Horizont und der Geschwindigkeit des Geschosses aufzustellen; aber wenn man auch diese Gleichung aufgestellt hat, so weiß man schon seit den Zeiten von D'Alembert, daß sie nicht integriert werden kann, wenn man sich nicht auf spezielle Formen des Widerstandsgesetzes beschränkt. Und deshalb untersuchten zuerst D'Alembert[1]) und in neuerer Zeit Siacci[2]), Appell[3]), Ouivet[4]), die sogenannten Fälle der Integrabilität, das heißt, solche Gesetze des Widerstandes, für welche die Integration der Gleichung des Hodographen auf eine Quadratur zurückgeführt werden kann. Aber die allgemeine Gleichung ist noch immer ungelöst geblieben.

Das Instrument, das ich der Königl. Accademia dei Lincei in der Sitzung vom 4. Mai 1913[5]) vorgezeigt habe und das seit August 1912 konstruiert worden ist, löst graphisch die Aufgabe in ihrer Allgemeinheit; das Widerstandsgesetz wird durch eine Kurve dargestellt, die man willkürlich zieht.

Es ist dies auch für die praktische Ballistik um so bemerkenswerter, als wir auf diese Weise ein *erfahrungsmäßiges Gesetz* anwenden können, dessen Diagramm mit Hilfe geeigneter Versuche punktweise konstruiert werden kann, und demnach ein Ergebnis erhalten, das vollständig der physischen Wirklichkeit entspricht. Man kann deshalb von einem *analytischen Ausdruck* für das Widerstandsgesetz absehen, zumal dieser auch nicht durch eine analytische Funktion wird ausgedrückt werden können. Versue dieser Hinsicht haben nicht gefehlt; in einem neueren Buche von L. Jacob[6]), Generalingenieur der französischen Marineartillerie, wird auf ein Instrument dieser Art hingewiesen, das sich aber auf andere Prinzipien gründet. Nachdem jedoch der Verfasser mitgeteilt hat, daß der Apparat in der Werkstatt für Marineversuche in Gavres im Bau war und daß seine Kosten auf nicht weniger als 6000 Lire veranschlagt worden sind (mein Apparat kostet noch nicht den zwölften Teil), sagt er zum Schlusse, daß es unmöglich ist, eine vollständige Beschreibung des Apparates zu geben.

Die *natürliche*[7]) Gleichung der Bewegung des Geschosses (Gleichung des *Hodographen*) ist die folgende:

$$\frac{dv}{d\alpha} = \frac{v[\sin\alpha + \psi(v)]}{\cos\alpha}. \qquad 73)$$

---

[1]) J. L. D'Alembert, *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides*, Paris, 1744, p. 359.

[2]) F. Siacci, *Comptes Rendus de l'Acad. des sciences de Paris*, t. 132, 1901, p. 1175; t. 133, 1901, p. 381.

[3]) P. Appell, Archiv der Mathem. und Physik, (3) v. 5, 1903, S. 177.

[4]) E. Ouivet, *Comptes Rendus de l'Acad. des sciences de Paris*, t. 150, 1910, p. 1229. Siehe auch T. Hayashi, *Sur l'équation differentielle du mouvement d'un projectile sphérique pesant dans l'air* (Giorn. di Matematiche di Battaglini, (3) t. 49, 1911, p. 231).

[5]) E. Pascal, *Integrafo per l'equazione differenziale dell' odografo relativo al movimento di un proiettile in un mezzo comunque resistente* (Rend. della R. Accad. dei Lincei, (5) t. 22, 1913, 1. sem., p. 749).

[6]) L. Jacob, *Le calcul mécanique*, Paris, Doin, 1911, Kap. V.

[7]) Ich folge dem Vorgange von Prof. G. Kowalewski, der die Geometria intrinseca von

Hierbei ist v die Geschwindigkeit, α der Neigungswinkel gegen den Horizont, $\psi(v)$ eine Funktion der Geschwindigkeit, welche den Widerstand des Mittels dividiert durch die Beschleunigung der Schwerkraft darstellt.

Für unsern Zweck ist es passend, die Transformation

$$v = e^x, \quad \sin\alpha = -y \tag{74}$$

einzuführen[1]).

Dann wird die Gleichung des Hodographen:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1-y^2}{f(x)-y}, \tag{75}$$

worin

$$f(x) = \psi(e^x) \tag{76}$$

ist.

Für die Gleichung 75) ist nun der Integraph leicht konstruierbar. Wir denken uns das übliche Rechteck aus Stahl (Fig. 24), das auf zwei gleichen Rollen M, N im Sinne der x-Achse beweglich ist und auf seinen beiden parallelen Seiten die beiden beweglichen Wagen H (Differentialwagen) und G (Integralwagen) trägt.

Mit dem Wagen G sei eine gerillte Stange GL parallel zur x-Achse fest verbunden; auf ihr und auf einer ebenfalls gerillten Parabel PP möge sich der Zapfen K der geradlinigen Stange HK bewegen, die durch den Mittelpunkt H des Differentialwagens geht und sich in einer Muffe S verschiebt, die normal zu der Seite BC eines Gelenkparallelogramms befestigt ist, während die ihr parallele Seite AD in ihrem Mittelpunkte im Zentrum G des Integralwagens befestigt ist, der die Drehrolle trägt. Eine geeignete Vorrichtung gestattet, die Ebene der Drehrolle unter einem beliebigen Winkel gegen die Richtung AD und also auch gegen die zu ihr normale Richtung KH festzustellen.

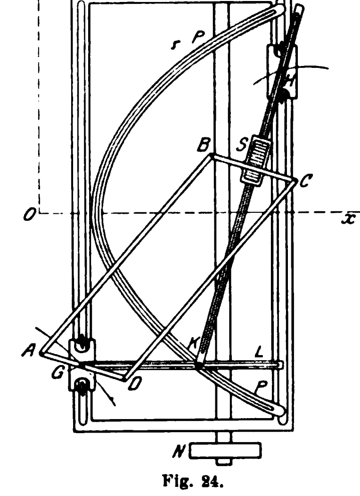


Fig. 24.

Wird die Parabel auf die x-Achse und auf die dazu senkrechte durch H gehende Achse bezogen, so hat sie die Gleichung:

$$x = 1 - y^2,$$

wenn die Breite des Fundamentalrechtecks 1 ist.

Bei dem ausgeführten Apparat ist die Einheit gleich 15 cm angenommen worden; also ist die Höhe des Rechtecks, die, wie man sieht, der größten Öffnung des Parabelbogens entspricht, 30 cm.

Aus dem rechtwinkligen Dreieck HKL folgt, daß das Verhältnis der Katheten HL/KL die Tangente des Neigungswinkels von KH gegen die x-Achse ist; da ferner HL offenbar der Differenz der Ordinaten der von den Punkten H und G beschriebenen Kurven gleich ist, welche Ordinaten wir mit $f(x)$ und y bezeichnen, und da KL (als Abszisse des Parabelpunktes) gleich $1-y^2$ ist, so wird nur, wenn die Rollenebene sich parallel zu HK stellt, d. h. wenn man den mit der Rolle verbundenen

Cesàro mit „natürliche Geometrie" übersetzt hat, da kein deutsches Wort die genaue Bedeutung des italienischen intrinseca wiedergeben dürfte. *G.*

[1]) Es ist dies die von Hayashi am angegebenen Orte angewandte Transformation.

Index, der auf einem an der Seite AD des Gelenkparallelogramms angebrachten Quadranten läuft, auf 0^0 stellt, die von der Rolle beschriebene Kurve in jedem Punkte eine zu KH parallele Tangente haben, und es wird daher die Ableitung der Ordinate nach der Abszisse für einen Punkt dieser Kurve

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x) - y}{1 - y^2} \qquad 77)$$

sein. Wenn man dagegen die Rollenebene senkrecht zu HK stellt, das heißt, wenn man den oben erwähnten Index auf 90^0 bringt, so gelangt man genau zur Integration von 75).

Wenn man endlich denselben Index auf einen beliebigen Winkel Θ, dessen Tangente m sei, stellt,

$$m = \operatorname{tg} \Theta,$$

so gelangt man zur Integration der allgemeineren Gleichung:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{[f(x) - y] + m(1 - y^2)}{-m[f(x) - y] + (1 - y^2)}. \qquad 78)$$

Aber von dieser machen wir für unsern Zweck nur in dem besondern Falle $m = \infty$ Gebrauch.

Um in wenigen Worten die Konstruktion unseres Apparates zusammenzufassen, können wir sagen, daß er nichts anderes als eine Abart des Integraphen von Abdank-Abakanowicz ist, bei dem man, anstatt seinen Zapfen in einem Punkte fest zu lassen, diesen Zapfen entsprechend der Bewegung des Integralwagens auf einer Parabel sich bewegen läßt.

Läßt man den Zapfen statt auf einer Parabel auf einer andern Kurve mit der Gleichung

$$x = \Phi(y),$$

die man fest an dem Fundamentalrechteck des Apparates anbringt, laufen, so erhält man die Integration aller Gleichungen von der Form:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x) - y}{\Phi(y)} \qquad 79)$$

oder auch (wenn man wie oben die Rollenebene so stellt, daß sie einen Winkel Θ mit KH macht):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{[f(x) - y] + m\,\Phi(y)}{-m[f(x) - y] + \Phi(y)}. \qquad 80)$$

Hierin ist $\Phi(y)$ die Abszisse einer Kurve, nach der eine fest mit dem Instrument verbundene Stange mit einer Rille gebogen ist und $f(x)$ die Ordinate einer beliebig auf dem Zeichenblatt gezogenen Kurve, auf der man den Stift des Differentialwagens gleiten läßt.

§ 14. Konstruktion der Flugbahnkurve mit Hilfe derjenigen des Hodographen.

Um das oben Gesagte zu vervollständigen, zeigen wir, wie man, nachdem das Instrument die Hodographenkurve gezeichnet hat, die Flugbahn konstruieren kann.

Werden mit X, Y die Koordinaten eines Punktes der Flugbahn bezeichnet, so haben wir bekanntlich die Formeln:

$$\begin{aligned} g \cdot dX &= -v^2 d\alpha \\ g \cdot dY &= -v^2 \operatorname{tg} \alpha \cdot d\alpha, \end{aligned} \qquad 81)$$

aus denen wir unter Anwendung von 74) die andern erhalten:

$$\begin{aligned} gX &= \int \frac{e^{2x}dy}{\sqrt{1-y^2}} \\ Y &= -\int \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}\,dX. \end{aligned} \tag{82}$$

In der ersten von ihnen verstehen sich x und y durch die Gleichung des Hodographen verbunden

$$y = F(x) \qquad \text{oder auch} \qquad x = F_1(y) \tag{83}$$

und in der zweiten sind y und X als verbunden durch die Gleichung zu betrachten, die durch Integration der ersten erhalten wird, nämlich:

$$gX = \varphi(y) \qquad \text{oder auch} \qquad y = \varphi_1(gX). \tag{84}$$

Mithin sind die Gleichungen 82) gleichbedeutend mit:

$$\begin{aligned} gX &= \int \frac{e^{2F_1(y)}dy}{\sqrt{1-F_1^2(y)}} \\ gY &= -\int \frac{\varphi_1(gX)}{\sqrt{1-\varphi_1^2(gX)}}\,d(gX). \end{aligned} \tag{85}$$

Das Integral der zweiten ist die Gleichung der Flugbahn

$$gY = \omega(gX) \tag{86}$$

oder auch

$$Y_1 = \omega(X_1). \tag{87}$$

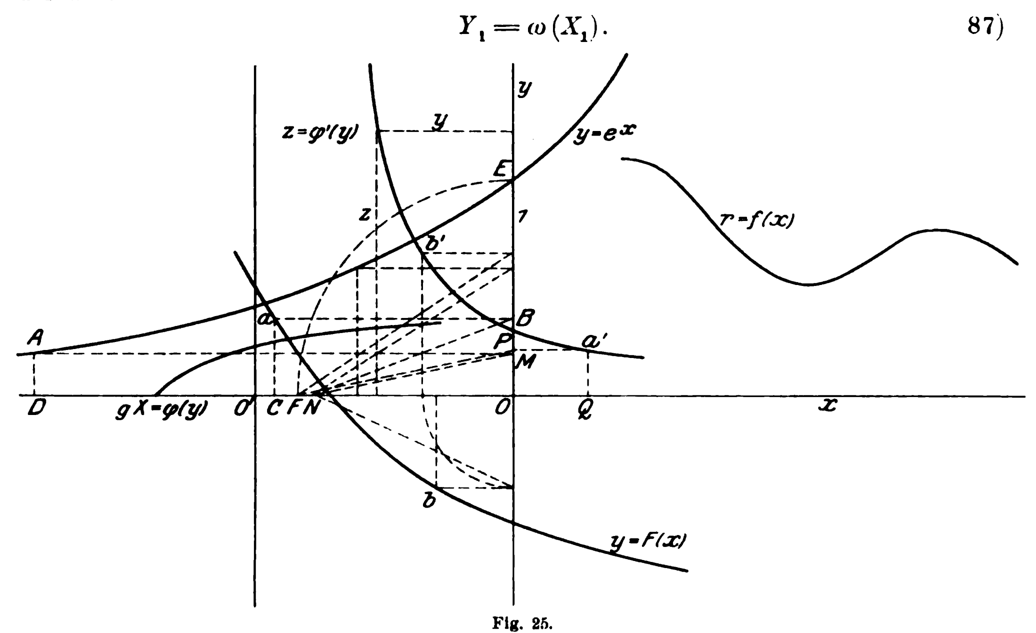


Fig. 25.

Dies angenommen sei die Widerstandskurve $r = f(x)$ gegeben (siehe Fig. 25), und man leitet nun mittels des Instrumentes den Hodographen ab.

Auf demselben Zeichenblatte ziehen wir die Exponentialkurve mit dem Integraphen mit gerader Stange (vgl. § 6), es sei dies die Kurve AE, wo $OE = 1 = 15$ cm ist.

Aus der Kurve F können wir punktweise die Kurve mit den Ordinaten

$$z = \frac{e^{2F_1(y)}}{\sqrt{1-F_1^2(y)}}$$

ableiten, indem wir in folgender Weise verfahren:

Man ziehe für einen Punkt a von F die beiden Koordinaten aB, aC, verdoppele OC bis D, so findet man die entsprechende Ordinate der Exponentialkurve DA, und darauf überträgt man A nach M durch eine zur x-Achse parallele Gerade. Mit B als Mittelpunkt und einer Zirkelöffnung gleich 1, das ist 15 cm, bestimmt man den Punkt N, dann wird $ON = \sqrt{1 - y^2}$ sein, indem $OB = y$ ist.

Man verbinde N mit M und ziehe, wenn $OF = OE = 1 = 15$ cm ist, durch F die Parallele FP zu NM.

Durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt O überträgt man B nach Q, dann wird der Punkt a' mit den Koordinaten OP, OQ der gesuchte, aus a transformierte Punkt sein. In dieser Weise können wir punktweise die Kurve mit der Gleichung

$$z = \varphi'(y)$$

konstruieren, für welche die alte x-Achse jetzt als y-Achse auftritt und die alte y-Achse als z-Achse.

Mit dem Integraphen für Quadraturen integrieren wir diese Kurve und erhalten die Kurve mit der Gleichung

$$gX = \varphi(y)$$

Ist dies geschehen, so gehen wir zu einer andern Figur über (siehe Fig. 26).

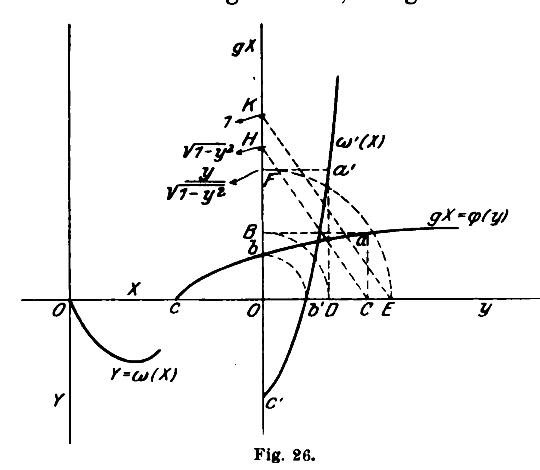


Fig. 26.

Von einem Punkte a der letzten Kurve ziehe man die beiden Koordinaten aB, aC und bringe B nach D durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt O.

Dann mache man von C aus $CH = OK = 1 = 15$ cm und ziehe durch K die Parallele KE zu HC.

Mit einem Kreisbogen um den Mittelpunkt O bringe man E nach F; dann wird OF gleich

$$\frac{y}{\sqrt{1 - y^2}}$$

sein. Der aus a transformierte Punkt a' wird der Punkt mit den Koordinaten OD, OF sein, man erhält so die Kurve $a'b'c'$, deren Integral, das mit dem Integraphen für Quadraturen erhalten wird, die *Flugbahnkurve* $Y = \omega(X)$ sein wird.

Ist der Widerstand null, ist also die Widerstandskurve die x-Achse in Figur 25, so muß die Kurve $a'b'c'$ in Figur 26 als eine Gerade hervorgehen, so daß ihr Integral genau eine Parabel wird. Je mehr sich die vorgenannte Kurve $a'b'c'$ von einer Geraden unterscheidet, um so mehr wird die Flugbahn von einer Parabel abweichen.

§ 15. Integraph für die Quadratur des Produktes zweier Funktionen.[1])

Lassen wir jetzt die Bewegung des Zapfens von der des Differentialwagens abhängen, so können wir einen Integraphen konstruieren, der die Quadratur des Produktes von zwei durch zwei Kurven dargestellten Funktionen ausführt. Hiervon kann eine wichtige Anwendung auf die Lösung einer *Integralgleichung* von der Volterraschen Form gemacht werden.

---

[1]) E. Pascal, *L'integrafo per la risoluzione grafica delle equazioni integrali* (Rend. della R. Acc. delle sc. fis. e mat. di Napoli, (3) t. 19, 1913).

Das Prinzip, das wir bei der Konstruktion eines solchen Integraphen verfolgen, geht aus den folgenden Überlegungen hervor: bei dem Integraphen für Quadraturen von Abdank-Abakanowicz richtet man es mittels eines Gelenkparallelogrammes so ein, daß die Ebene der Drehrolle immer der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks parallel ist; ein Eckpunkt des Dreiecks ist ein fester Punkt der x-Achse (der *Zapfen* des Instruments); die von dem Zapfen ausgehende Kathete ist die als Maßeinheit gewählte Länge und die andere Kathete ist die Ordinate des Punktes der zu integrierenden Kurve f; auf diese Weise gelangt man zu

$$\int_0^x \frac{f(x)}{a}\, dx. \qquad 88)$$

Wenn wir aber die Länge a veränderlich sein lassen und zwar im umgekehrten Verhältnis der Ordinaten der Punkte einer anderen Kurve F, so erhalten wir gerade das gesuchte Integral:

$$\int_0^x f(x) F(x)\, dx. \qquad 89)$$

Es ist also nur nötig, daß *zwei* Differentialwagen vorhanden sind, und daß der *Zapfen* in der Weise *beweglich* ist, daß er mit der Stellung des einen von ihnen sich verändert. Wir wollen uns dazu das gewöhnliche Schema des Integraphen vergegenwärtigen.

Es sei (Fig. 27) $ABCD$ das gewöhnliche schwere Rechteck aus Stahl und Messing, das sich parallel mit sich selbst von links nach rechts und umgekehrt mittels der beiden gleichen Rollen M, N auf dem Zeichenpapier zu bewegen imstande ist; CD sei die Seite, auf der der Differentialwagen und AB die, auf der der Integralwagen gleitet. Die x-Achse liege wie gewöhnlich in der Mitte des Rechtecks, in der Linie HG.

Auf der Seite CD seien in verschiedener Lage zwei Stifte beweglich, die fest mit den beiden Wagen verbunden sind, die auf zwei parallelen und nahe an CD liegenden Schienen gleiten (die natürlich so angeordnet sind, daß sich die Bewegungen der Wagen nicht gegenseitig hindern).

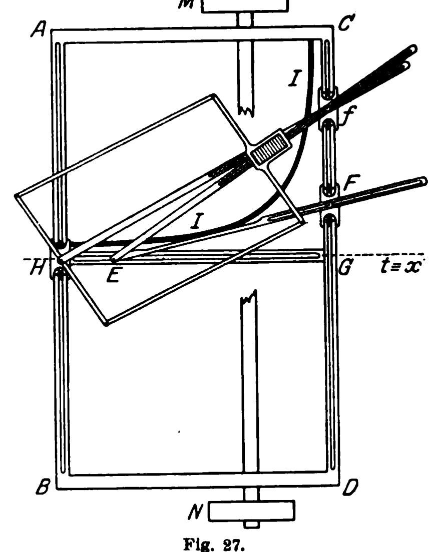


Fig. 27.

Von diesen beiden Stiften sei der eine f und der andere F, sie beschreiben die beiden Kurven mit den Ordinaten $f(x)$, $F(x)$. Um unsern Zweck zu erreichen, müssen wir es so einrichten, daß der Zapfen E bei der Bewegung von F sich auf HG in der Weise verschiebt, daß immer

$$EG = \frac{1}{FG}$$

ist.

Nun kann dies mit außerordentlicher Leichtigkeit erreicht werden, wenn wir in das Rechteck einen messingnen Bogen einer gleichseitigen Hyperbel einsetzen, welche die Gleichung

$$xy = \tfrac{1}{4}$$

und zu Asymptoten CG und HG hat, und wenn wir damit mittels einer geeigneten Feder eine Stange EF verbinden, die durch eine Rille um den Punkt F beweglich ist und von der der Punkt E seinerseits in einer auf HG angebrachten Rille läuft, um konstant als Tangente an der Hyperbel gehalten zu werden. Das Produkt der auf den Asymptoten von dieser Tangente abgeschnittenen Stücke ist dann genau die Maßeinheit, die zu 10 cm angenommen werden kann.

Ist dies geschehen, so lassen wir um den Punkt E herum sich eine Stange drehen, die durch den andern Stift f geht, mit dem man die Kurve mit der Ordinate $f\ (x)$ beschreibt; wenn man dann mit dem üblichen Gelenkparallelogramm es einrichtet, daß die Ebene der Drehrolle beständig der Richtung Ef parallel bleibt, so gelangt man zur Konstruktion des Integraphen, welcher das Integral des Produktes der beiden Faktoren $f\ (x)$, $F\ (x)$ liefert.

Eine Bemerkung bietet sich unmittelbar. Es wird nützlich sein, bei der Konstruktion des Apparates es so einzurichten, daß die Breite des Fundamentalrechtecks, also auch HG, merklich größer wird, als bei den andern vorher beschriebenen Integraphen, bei denen die Breite des Instruments bisher wenig Bedeutung hatte. Dies ist offenbar deshalb zweckmäßig, damit der Zapfen E einen größeren Spielraum hat und daher der Stift F sich mehr an G nähern kann.

Das Fundamentalrechteck der nach meinen Angaben konstruierten Integraphen andrer Art hat die Dimensionen 30×10 cm bis 30×15 cm. Für diesen Integraphen ist es dagegen nötig, bis 30×25 oder 30×30 cm zu gehen.

Nähert sich der Stift F an G, so entfernt sich der Zapfen E schnell, und daher ist der Gebrauch des Apparates auf solche Kurven F beschränkt, deren Ordinaten $F\ (x,$ sämtlich positiv (oder auch, wenn man will, sämtlich negativ) und nicht kleiner als eine gewisse Größe sind, die von der Länge HG abhängt.

Hierin liegt aber keine wesentliche Beschränkung, weil man die vorgelegte Kurve F, wenn sie die x-Achse kreuzt, parallel zur y-Achse um eine gewisse Strecke a verschieben kann. Man führt die Integration aus und zieht von den Ordinaten der erhaltenen Kurve diejenigen der durch Integration von $af(x)$ erhaltenen Kurve ab, wobei letztere Integration mit demselben Apparate erhalten wird, indem man den Stift F in dem Abstande a von der x-Achse feststellt und wiederum mit dem andern Stift f die Kurve mit der Ordinate $f(x)$ beschreiben läßt.

§ 16. Integraph für die kontinuierliche Aufzeichnung der Kurve

$$y = ce^{\int F(x)dx}.$$

Wir wollen das im vorigen Paragraphen beschriebene Instrument zu einer Anwendung benützen.

Wir denken uns, daß an demselben Instrument eine um den Zapfen des Integralwagens drehbare Stange angebracht sei (siehe Fig. 27), die mit einer Rille durch den Zapfen des Differentialwagens mit dem Stift f geht; man kann dann diese Stange in irgendeiner Lage am Zapfen des Integralwagens feststellen, so daß sie bei der Bewegung dieses Wagens gezwungen ist, sich nur parallel zu sich selbst zu bewegen.

Wenn wir diese Stange in der Anfangsstellung Hf feststellen (H bedeutet den Integralwagen auf der x-Achse, die wir auch als t-Achse nehmen, und es ist $fG = c$), dann f sich frei auf seiner Schiene DC bewegen lassen, und wenn wir endlich mit dem Stifte F die Kurve mit den Ordinaten $F\ (x)$ durchlaufen, so wird das Röllchen in H, dessen Ebene durch die Wirkung eines gewöhnlichen Gelenkparallelogramms beständig parallel zu Ef bleibt, eine Kurve beschreiben, deren Ordinaten sich konstant

um eine Größe c von denen der vom Stift f beschriebenen Kurve unterscheiden. Seine automatische Bewegung dient ihrerseits zusammen mit der dem Stift F von uns erteilten dazu, die Richtung des Röllchens stetig zu lenken.

Die von dem Stift f beschriebene Kurve (die automatisch aufgezeichnet werden kann, wenn man mit dem Wagen f in gewöhnlicher Weise eine Schreibfeder verbindet) habe zur Gleichung

$$y = f(x),$$

dann wird die vom Integralröllchen beschriebene (nach dem, was wir in § 15 gesagt haben) zur Gleichung

$$y_1 = \int_0^x f(x) F(x)\, dx$$

haben, und gleichzeitig ist

$$y - y_1 = c;$$

daher wird der Gleichung

$$f(x) = \int_0^x f(x) F(x)\, dx + c \qquad 90)$$

durch

$$f(0) = c$$

genügt, und man erhält daraus genau die Gleichung

$$y = f(x) = c\, e^{\int F(x)\, dx}. \qquad 91)$$

Hiervon lassen sich viele Anwendungen machen. Wenn wir z. B. $c = 1$ und $F(x) = -2x$ setzen, das heißt mit dem Stift F die Gerade mit der Gleichung $y = -2x$ durchlaufen, so wird das Instrument direkt die *Wahrscheinlichkeitskurve* $y = e^{-x^2}$ beschreiben, die wir nach einer direkten und vollständigeren Methode in § 10 behandelt haben. (Fortsetzung folgt.)

Die Gitteraufstellung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

Von
E. Gehrcke in Charlottenburg.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Vor einigen Jahren machte die Firma Friedrich Krupp-Essen der Reichsanstalt ein großartiges Geschenk in Form einer die modernen Ansprüche erfüllenden Gitteraufstellung, mit der es möglich wurde, das große Rowlandsche Gitter von $6^1/_2$ m Krümmungsradius in zeitgemäße Benutzung zu nehmen. Im folgenden möge eine Beschreibung dieser Gitteraufstellung, deren Entwurf aus gemeinsamen Plänen der Firma Krupp und des Verfassers hervorging, gegeben werden. Es sei bemerkt, daß auch die Physikalischen Institute von Bonn[1]) und Göttingen[2]) jede im Besitz einer Kruppschen Gitteraufstellung sind; diese Konstruktionen weichen aber von derjenigen der Reichsanstalt in wesentlichen Teilen ab.

Fig. 1 gibt die Werkzeichnung der Konstruktion an. Der große, schmiedeeiserne Kreis von rund $6^1/_2$ m Durchmesser trägt den Spalt, das Gitter und die photographische Kassette; er ist sozusagen der Experimentiertisch. Dieser Kreis ist

---

[1]) Beschrieben von H. Konen, *Zeitschr. f. wissensch. Photogr. 1. S. 325. 1903.*

[2]) Beschrieben von E. Riecke in der Festschrift der Göttinger Vereinigung: Die Physikalischen Institute der Universität Göttingen. S. 65—67. B. G. Teubner, Leipzig, 1906.

durch ein Koordinatenkreuz von 2 rechtwinkligen Doppel-T-Eisen versteift und nur an den 4 Punkten unterstützt, wo diese Doppel-T-Eisen mit dem Kreise verbunden sind. Drei dieser Unterstützungspunkte liegen auf Kugellagern (zu deren Anordnung siehe *K* in Figur 1) auf, der vierte ist mit seiner Unterlage fest vernietet. Dieser feste Unterstützungspunkt (bei *A*) nebst den 3 Kugellagern bilden die höchsten Punkte von 4 senkrechten Säulen, die ihrerseits wieder aus Doppel-T-Eisen gebildet sind. Die Säulen erheben sich 2 m hoch über dem Fußboden, so daß das ganze Kreisgerüst in der Mitte des Zimmers in der Höhe von etwa 2 m schwebt. Fig. 2 gibt eine Photographie des Ganzen wieder. Man erhält an dem Bilde des Stuhles links eine Anschauung über die Größenverhältnisse.

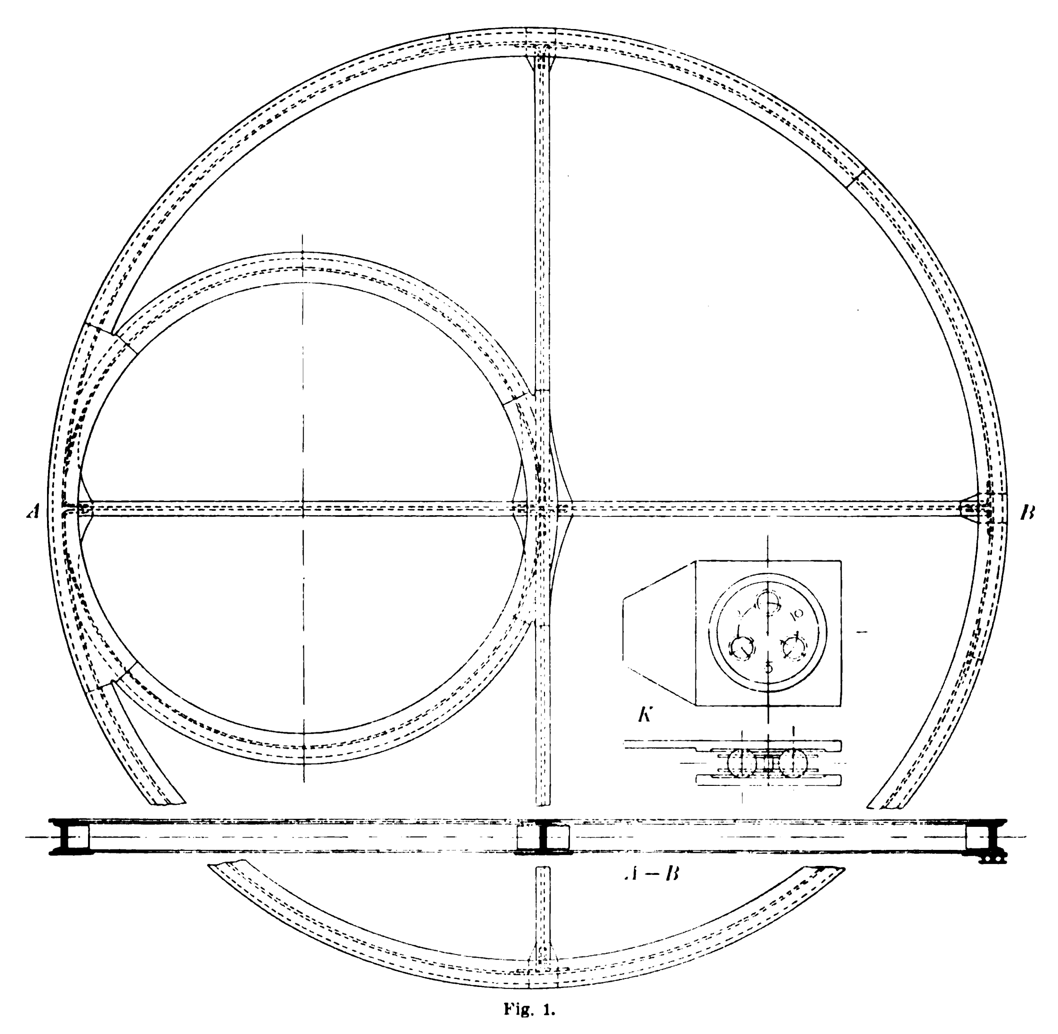


Fig. 1.

Als Vorteile dieser erhöhten Gitteraufstellung an Stelle des zu ebener Erde oder in Tischhöhe befindlichen Gitterkreises sind folgende anzuführen: dadurch, daß die Ebene des Gitterkreises und der in ihr befindlichen, wesentlichen Apparate oberhalb aller Türen und Fenster des Zimmers liegt, wird die Temperaturkonstanz bei den Beobachtungen begünstigt. Demgegenüber ist der weitere Vorteil, daß das Zimmer nur durch die 4 Säulenfüße verstellt ist und als Laboratorium für beliebige andere Verwendung benutzbar geblieben ist, von geringerer Bedeutung.

Das Zimmer selbst liegt im 5. Stock des Hauptgebäudes der Reichsanstalt. Dadurch, daß der Gitterkreis als ein einziges, starres System ausgebildet ist, sind Erschütterungen des Gebäudes für die Beobachtung völlig unschädlich gemacht. Größere Temperaturschwankungen, besonders während der Sommer- und Wintermonate, bringen keinerlei Verbiegungen des Gitterkreises hervor, da vermittelst der 3 Kugellager jede solche Wirkung sich sofort auszugleichen vermag.

Es ist noch ein dem Gitterkreis im übrigen gleich großen gebauter kleiner Kreis von halb so großem Durchmesser vorgesehen, der, wie die Abbildungen erkennen lassen, zwischen dem Mittelpunkt des Ganzen und dem festen Unterstützungspunkt A angebracht ist; dieser dient dazu, zum Zwecke größerer Lichtstärke bei Verwendung

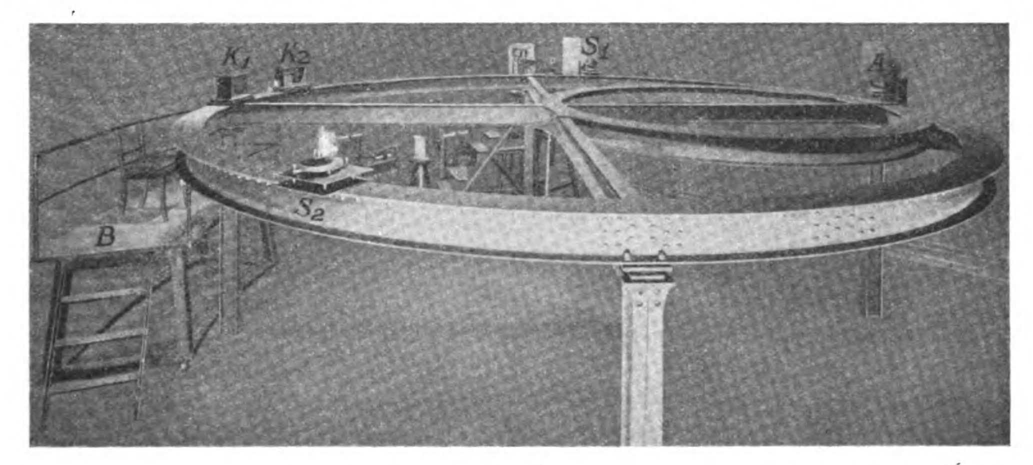


Fig. 2.

einer Linse nach dem Verfahren von Runge und Paschen[1]) beobachten zu lassen. Ferner ist dieser kleine Gitterkreis zusammen mit dem Koordinatenkreuz von zwei senkrechten Doppel-T-Eisen sehr geeignet, um als Träger für etwaige, zwischen Gitter und Spalt anzubringende Apparate zu dienen; z. B. haben wir gelegentlich zur Beseitigung des Astigmatismus eine Zylinderlinse zwischen Gitter und Spalt benutzt, die auf einer Schiene befestigt war, welche ihrerseits auf kleinem Gitterkreis und Koordinatenkreuz auflag.

Noch einige Nebendinge wären zu erwähnen, die zum Arbeiten an der Gitteraufstellung notwendig sind. Wenn, wie üblich, das große Rowlandsche Konkavgitter bei dem festen Punkt A, unter einer von unten her zu betätigenden, abhebbaren Kappe aufgestellt ist, so wird auf dem gegenüberliegenden Peripherieteil des Kreises die photographische Kassette aufgestellt, bezw. es können dort zwei Kassettenhalter K_1 und K_2, natürlich mit den nötigen Feinstellvorrichtungen, angebracht werden; eine Beobachtungsbühne B, die auf Rollen fahrbar ist und an jede Stelle des Raumes hingefahren werden kann, ermöglicht hier dem Beobachter, die Spektren einzustellen. Der Beobachtungsspalt steht dann beispielsweise bei S_1 auf dem Gitterkreis, während die Lichtquelle, Blenden usw. auf hohen Stelltischen, zugänglich mittels besonderer, fahrbarer Beobachtungsleiter, sich befinden. Es kann aber auch an anderen Stellen, beispielsweise bei S_2, ein Beobachtungsspalt und dazu die zu untersuchenden experimentellen Anordnungen, aufgestellt werden, sodaß am Gitter

[1]) Vgl. Kayser, Spektroskopie. *1. S. 482.*

gleichzeitig mehrere verschiedene Aufbauten, die sich gegenseitig nicht stören, hergerichtet werden können.

Zum Schluß seien noch einige Firmen erwähnt, die an der Herstellung der Gitteraufstellung beteiligt waren. Außer der schon eingangs erwähnten Firma Krupp, die das vollständige Eisengerüst in ihren Werken ausgeführt hat, mögen die Firma V. Joester-Potsdam, die die Beobachtungsbühne, Beobachtungsleitern und Tische, die Firma F. Schmidt und Haensch-Berlin, welche die Spalte, und die Firma Franz Reschke-Berlin, die die photographischen Kassetten und Kassettenhalter lieferte, hervorgehoben werden. Das Beugungsgitter selbst ist ein Original Rowlandsches Gitter mit 110 000 Strichen und von der Reichsanstalt schon im Jahre 1892 von Brashear-Chicago, Alleghany, Pa, U. S. A. erworben worden; es wurde auf seine Struktur mit modernen optischen Hilfsmitteln näher untersucht von Herrn Dr. Ing. L. C. Glaser.[1])

[1]) Veröffentlichung soll demnächst erscheinen.

Referate.

Der Hugershoff-Heydesche Autokartograph.

Von H. Krebs, *Zeitschr. f. Feinmech.* ***30.*** *S. 37, 63, 75, 87, 102. 1922.*

Nachdem bereits ein Mitarbeiter der Vertriebsgesellschaft für die Hugershoff-Heydeschen Autokartographen Hauptmann a. D. Krahmer in den Zeitschriften *Luftweg* und *Motor* auf dieses neue Hilfsmittel der Luftbildmessung hingewiesen hatte, wurde nun durch H. Krebs in der *Zeitschrift für Feinmechanik* eine eingehende Schilderung des Instrumentes erstmalig veröffentlicht.

Die Arbeit gibt zunächst eine Darstellung über die Entwicklung des Autokartographen aus dem Bildmeßtheodolit, deutet den Gang der notwendigen Rechenarbeiten an und sucht die Bedeutung der Hugershoff-Heydeschen Konstruktion gegenüber anderen Lösungen derselben Aufgabe hervorzuheben.

Im Hauptabschnitt gibt Krebs eine Beschreibung der wichtigsten Konstruktionsteile des Autokartograph sowie einiger Zusatzeinrichtungen und deutet die Arbeitsmethode an.

Die Artikelserie schließt mit einem kurzen Hinweis auf die Anwendungsmöglichkeiten, die erreichbare Genauigkeit sowie die Wirtschaftlichkeit.

Die der Konstruktion zugrunde liegende Aufgabe ist: Herstellung einer Vorrichtung zur graphischen Darstellung eines räumlichen Gebildes auf Grund von Meßphotogrammen, die mit beliebiger Aufnahmerichtung gewonnen wurden. Insbesondere handelt es sich um kartenmäßige Darstellung der Erdoberfläche in Grundriß und Aufriß auf Grund von Flugphotogrammen.

Am Autokartograph müssen wir zwei Hauptteile unterscheiden: Der eine ist der der Bildmessung dienende Betrachtungsapparat, der andere der Auftragemechanismus für die graphische Darstellung der Messungsergebnisse. Leitende Idee für die Konstruktion ist mechanische Ausführung des Vorwärtsabschneidens von Neupunkten durch Bestimmung der Richtungen nach den Punkten von zwei bekannten Punkten aus. Diese Aufgabe ist in mehrfacher Weise lösbar: Sie kann räumlich vorgenommen werden oder durch Projektion der Richtungen auf bestimmte Rißebenen. Hugershoff wählte die letztere Lösungsart. Er legt Neupunkte fest durch Vorwärtsabschnitt im Grundriß und bestimmt ihre Höhe aus der Horizontalentfernung von den Standpunkten und den zugehörigen Vertikalwinkeln.

Dementsprechend besteht das Betrachtungssystem aus zwei Bildmeßtheodoliten, welche die Photogramme in derselben Orientierung gegen das Lot zeigen, wie im Augenblick der Aufnahme, und welche die unmittelbare Entnahme von Horizontal- und Vertikalwinkeln aus den Aufnahmen gestatten. Um eine gleichzeitige binokulare Betrachtung der beiden Photogramme zu ermöglichen, sind die beiden Beobachtungsfernrohre der Bildmeßtheodolite zu einem binokularen Doppelfernrohr vereinigt. Aus konstruktiven Gründen führen die Fernrohre nicht selbst wie etwa bei einem

Theodolit die beiden Bewegungen um je eine Vertikal- und je eine Horizontalachse aus, sondern diese Bewegungen sind so geteilt, daß die Vertikalwinkel eingestellt werden durch Drehung von Reflektoren, die den Fernrohrobjektiven vorgesetzt sind, die Horizontalwinkel dagegen durch Drehung der Bildträger um Vertikalachsen. Die Wirkung ist dieselbe wie bei Drehung der Fernrohre selbst. Ein als Folge der Drehung der Reflektoren auftretendes „Stürzen" der Bilder ist in üblicher Weise ausgeschaltet durch Einfügung drehbarer Dovescher Prismen. In den Fernrohren sind Meßmarken angebracht, die bei binokularer Betrachtung sich zu einer einzigen räumlich erscheinenden Meßmarke vereinen.

Der Auftragemechanismus besitzt für den Vorwärtsabschnitt im Grundriß zwei Richtungslineale, welche die Richtungen von den beiden Standpunkten nach dem Neupunkt als Projektionen in die Grundrißebene wiedergeben. Ihre Drehungspunkte stellen die Horizontalprojektionen der Standpunkte dar. Beide Lineale führen um Vertikalachsen genau dieselben Bewegungen aus wie die zu den Standpunkten gehörigen Bildträger und sind deshalb in einfacher Weise mit diesen gekuppelt. Wären die Achsen der beiden Lineale so verstellbar, wie es der Lage der Standpunkte im gewünschten Kartenmaßstab entspricht, so ergäbe der Schnittpunkt beider Lineale den Neupunkt im Grundriß. Aus konstruktiven Gründen ist eine solche Lösung unpraktisch. Hugershoff hat deshalb zur richtigen Einstellung des Kartenmaßstabes die von Dr. Bauersfeld-Jena 1910 gefundene und von der Firma Carl Zeiss bei den von ihr konstruierten Stereoautographen verwendete Art der Basiseinstellung benutzt, so daß in diesem Teil des Auftragemechanismus zwischen dem Hugershoff-Heydeschen Autokartograph und dem v. Orel-Zeissischen Stereoautograph vollständige Übereinstimmung besteht. Bei beiden wird die Basis auf einem Kreuzschlittensystem eingestellt, bestehend aus Abstandsbrücke und Basisschlitten.

Hugershoff legt nun durch jeden Standpunkt und die Richtung nach dem Neupunkt eine vertikale Rißebene. In diesen Vertikalebenen erscheinen die Horizontalentfernungen des Neupunktes von den Standpunkten und die relativen Höhen eines Neupunktes über den Standpunkten als Katheten zweier rechtwinkliger Dreiecke, bei welchen je ein Winkel der Vertikalwinkel vom Standpunkt nach dem Neupunkt ist. Diese Dreiecke legt Hugershoff in die Grundrißebene um und stellt sie mechanisch dar als Kreuzschlitten, bei welchen der bewegliche Schlitten je die Horizontalentfernung vom Standpunkt hat, und auf dem ein Gleitstück in der relativen Höhe eingestellt wird. Jeder Standpunkt selbst wird wieder durch die Drehungsachse eines Lineales dargestellt, dessen Richtung durch das Gleitstück auf der beweglichen „Höhenbrücke" bestimmt ist. Die Drehungen dieser Höhenlineale stellen also gegenüber einer Horizontlage die Vertikalwinkel dar und werden deshalb unmittelbar auf die Bewegung der Reflektoren vor den Beobachtungsfernrohren übertragen.

Eine große Schwierigkeit der Konstruktion lag offensichtlich in der Notwendigkeit, bei dieser Lösung die für verschiedene Neupunkte in verschiedenen Richtungen gelegenen Horizontalentfernungen auf die festgerichteten Höhenkreuzschlitten zu übertragen. Hugershoff half sich durch Übertragung mittels Invarbändern. Es ist dies wohl der praktisch schwierigste und mechanisch schwächste Teil seiner Konstruktion.

Bei der Konstruktion des Zeissischen Stereoautographen entfällt diese Schwierigkeit dadurch, daß dort nicht die Vertikalwinkel selbst mechanisch rekonstruiert werden, sondern ihre Projektion auf eine feste vertikale Rißebene. Entsprechend wird dort das die Punkthöhe bestimmende Dreieck gebildet mit der relativen Höhe des Neupunktes und der Projektion seiner Horizontalentfernung auf die feste vertikale Rißebene als Katheten. In diesem Teil des Auftragemechanismus besteht also zwischen Autokartograph und Stereoautograph der Unterschied, daß Hugershoff mit beweglichen, Zeiss hingegen mit festen vertikalen Rißebenen arbeitet.

Dadurch, daß der Vorwärtsabschnitt bei Hugershoff nicht im Raum, sondern in der Projektion auf den Grundriß vorgenommen wird, und die Lineale für den Grundriß dementsprechend sich um die Horizontalprojektionen der Standpunkte drehen müssen, ist es nicht möglich, ohne eine weitere Zusatzeinrichtung mit dem Autograph auch Aufnahmen auszuarbeiten, bei welchen der Nadirpunkt noch auf das Bild fällt oder in größerer Nähe des Bildrandes liegt. Praktisch scheint die Grenze für die Ausarbeitungsmöglichkeit mittels des Autokartograph bei einem Neigungs-

winkel der optischen Achsen der Aufnahmen von etwa 30° Neigung gegen den Horizont zu liegen. Trotzdem lassen sich mit dem Autokartograph auch Aufnahmen ausarbeiten, deren optische Achsen gegen das Lot keinen größeren Neigungswinkel (Nadirdistanz) als etwa 30° haben. Dies ist dadurch möglich, daß solche Aufnahmen behandelt werden wie Aufnahmen mit gegen den Horizont nicht mehr als 30° geneigten optischen Achsen, bei welchen jedoch nicht der Grundriß, sondern ein passender Aufriß graphisch dargestellt werden soll. Es wird also hier der Vorwärtsabschnitt nicht auf die tatsächliche Grundrißebene, sondern auf eine Aufrißebene projiziert. Die Grundriß- und Aufrißebene am Autokartograph tauschen ihre tatsächlichen Funktionen: Der Abstand wird zur Höhe, die Höhe zu einer Richtung im Grundriß, während eine seitliche Richtung im Grundriß ihre Funktion behält. Entsprechend werden Höhenschichtlinien nicht mehr durch den bisherigen Grundrißzeichenstift aufgetragen, der auf einem nach Abstand und Seitenrichtung orientierten Kreuzschlitten geführt war, sondern es wird ein zweiter Zeichenstift in Tätigkeit gesetzt und zwar so, daß er die Seitenbewegung wie bisher ausführt, aber statt des Abstandes normal zur Seitenbewegung eine der bisherigen Höhenbewegung entsprechende Bewegung vornimmt. Statt dem Zeichenstift beide Bewegungen zuzuteilen, können diese auch geteilt werden und zwar so, daß der Zeichenstift etwa die Seitenbewegung und ein mit der „Abstandsbrücke“ verbundenes Zeichenbrett die Höhenbewegung ausführt, wie dies auch von Krebs beschrieben ist. Eine derartige „Aufrißzeichenvorrichtung wurde von der Firma Carl Zeiss bereits 1913 konstruiert und befindet sich an dem Stereoautograph Modell 1914. Die entsprechende Vorrichtung am Autokartograph unterscheidet sich in nichts von der Zeissischen Konstruktion.

An weiteren Einrichtungen besitzt der Autokartograph eine Vorrichtung, die es gestattet, Schichtlinien oder sonstige Linien perspektiv in das Bild zu übertragen — eine entsprechende Vorrichtung war bei den Stereoautographen bereits immer vorhanden — außerdem aber als Neuheit eine Zeichenvorrichtung, die es gestattet, Querprofile in beliebigen unter der Arbeit auch wechselnden Richtungen unmittelbar aus den Bildern aufzutragen. Eine weitere Zusatzeinrichtung, bestehend aus zwei abgeänderten Pantographen, ermöglicht von den Karten gleichzeitig zwei Kopien derart herzustellen, daß die Eintragungen, den verschiedenen Höhen entsprechend, parallaktische Verschiebungen aufweisen, so daß die beiden Kopien im Stereoskop betrachtet einen Raumeindruck erwecken.

Vergleicht man den Hugershoff-Heydeschen Autokartograph mit dem v. Orel-Zeissischen Stereoautograph, so ergeben sich in der Grundkonstruktion folgende Unterschiede und Ähnlichkeiten:

1. Verschieden sind die beiden Betrachtungssysteme. Bei Zeiss ist es ein mehrfaches Kreuzschlittensystem, das lineare Bewegungen ausführt gegenüber dem Doppelmikroskop, bei Hugershoff ist es ein aus zwei Bildmeßtheodoliten bestehendes System, das gegenüber einem Doppelfernrohr Drehbewegungen ausführt. Eine Ähnlichkeit besteht nur insofern, als die Horizontalbewegungen durch die Bildträger, die Vertikalbewegungen durch das Doppelmikroskop bzw. die mit dem Doppelfernrohr verbundenen Reflektoren ausgeführt werden, also eine ganz entsprechende Trennung beider Bewegungen stattfindet.

2. Vollständig gleich sind im Auftragemechanismus die Konstruktionen für die Grundrißzeichnung und die Aufrißzeichnung. Eine Verschiedenheit besteht nur bei den Höhenlinealen. Sie liegt darin, daß Zeiss die Vertikalwinkel auf eine feste vertikale Rißebene projiziert, Hugershoff dagegen die Vertikalwinkel selbst verwendet, also bewegliche vertikale Rißebenen einführt.

Als wesentliche und wichtige Neuerung bleibt also für den Autokartograph der Umstand, daß Hugershoff das „Stereokomparator“ genannte Betrachtungssystem durch ein leistungsfähigeres ersetzt hat. Im übrigen hat er jedoch wesentliche und für die Durchführbarkeit der Konstruktion ausschlaggebende Bestandteile des schon 1911 gebauten Zeissischen Stereoautographen übernommen. Der Autokartograph ist also eine Weiterentwicklung des Zeissischen Stereoautograph. Mit dieser Feststellung soll nun nicht etwa ein Verdienst der Firma Hugershoff-Heyde herabgesetzt, sondern nur die etwas überschwänglichen Ausführungen von Krebs auf ein angemessenes Maß gebracht werden, wie etwa S. 40: „... so ist es geradezu erstaunlich, daß das in der kurzen Zeit von zwei Jahren entstandene erste Modell des Hugershoff-Heydeschen Autographen das

Problem der automatischen Kartenherstellung aus zwei im Raume beliebig orientierten Meßbildern bereits vollständig löst, . . .".

Da Hugershoff auf den Erfahrungen und Konstruktionen der Firma Zeiss weiterbaute, reicht die Entwicklung des Autokartograph letzten Endes doch schon mehr als zwei Jahre zurück.

In der Artikelserie von Krebs sind über dem Zeissischen Stereoautograph und über sonstige Fragen Ausführungen gemacht, die noch weit weniger richtig sind als die zitierte, auf die näher einzugehen hier jedoch nicht nötig ist. Es genügt der Hinweis, daß Hugershoff in der Anlehnung an die alte Zeissische Stereoautographenkonstruktion so weit ging, den für einen Autographen für beliebig gerichtete Achsen prinzipiellen Fehler mitzumachen, daß er den Vorwärtsabschnitt nicht im Raume ausführte, sondern ihn auf eine fest orientierte Rißebene projizierte. Dadurch ist es mit dem Hugershoffschen Autokartograph nicht möglich, das Problem der automatischen Kartenherstellung aus zwei im Raum beliebig gerichteten Meßbildern vollständig zu lösen, der Autokartograph vermag vielmehr nur Aufnahmen auszuarbeiten mit Neigungen der Aufnahmerichtungen gegen den Horizont oder gegen das Lot von 0 bis 30°. Aufnahmen dagegen, deren Richtungen gegen den Horizont zwischen 30 und 60° geneigt sind, können mit dem Autokartograph nicht ausgearbeitet werden. Daß der alte Stereoautograph von Zeiss aus 1911 bzw. 1914 auch nicht mehr leistet, ist nicht verwunderlich, da er ursprünglich nur für Aufnahmen vom festen Boden aus mit horizontierten optischen Achsen gedacht war. Die Neukonstruktionen von Zeiss vermeiden dagegen diesen Fehler.

Alles in allem stellt der Hugershoff-Heydesche Autokartograph einen sehr beachtenswerten Fortschritt dar, auch wenn er noch nicht die vollkommenste Lösung ist. Er ist heute schon überholt durch den Stereoplanigraph der Firma Carl Zeiss, über den in einer der nächsten Nummern dieser Zeitschrift gesondert berichtet werden wird.

O. v. Gruber.

Das optische Problem der drei Öffnungen.

Von T. Smith. *Trans. Opt. Soc.* **23.** *Nr. 2. 1921—22.*

Es wird in einem Untersee-Periskop, in welchem breite Strahlenbüschel durch ein langes Rohr von einem großen Gesichtsfelde geleitet werden, die Beziehung zwischen Länge und Durchmessers des Rohres und der Anzahl der Linsen untersucht. In dem vom Verf. angezogenen Beispiel sind drei wirksame Öffnungen für den Strahlengang festzustellen, nämlich der Durchmesser der Gesichtsfeldblende, die wirksame Öffnung des Objektivs und die Schnittfläche der beiden konischen Strahlenbündel, die ihre Grundfläche in den beiden genannten Öffnungen und ihre Spitze je im Mittelpunkt der andern Öffnung haben. Die Lichtstärke nimmt dann kontinuierlich ab von der Mitte bis zum Rande, wo sie die Hälfte von derjenigen in der Mitte besitzt. Die Länge des Fernrohres ist dann direkt proportional der Anzahl der Linsen, und gewisse Aberrationen haben nach Angabe des Verfassers ein Minimum, wenn für jede Bildumkehrung drei Linsen benutzt werden (?). Auf Kosten der Vergrößerung der Aberrationen kann durch Verminderung der Löcherzahl Helligkeit gewonnen werden. In einem langen Instrument ist allerdings der für diesen Vorteil gezahlte Preis, nämlich die Vergrößerung des sekundären Spektrums und der Gesichtsfeldkrümmung, von erheblicher Größe.

K. Krüss.

Kleine Mitteilungen.

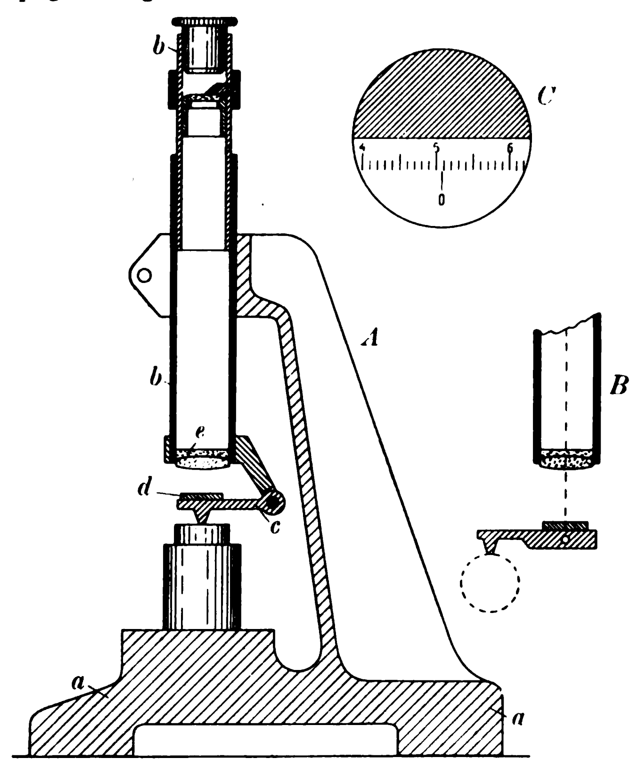
Zeiss-Optimeter oder Fennels Fühlhebel.

Die in verschiedenen Fachzeitungen (u. a. auch in *dieser Zeitschr. 42. S. 56. 1922*) erfolgten Veröffentlichungen über das Zeissische Optimeter veranlassen uns festzustellen, daß ein dem Optimeter — abgesehen von der nebensächlichen Knickung der Zielachse — gleiches Instrument bereits im Anfang des Jahres 1909 von unserem Herrn Adolf Fennel konstruiert, in unserer Werkstätte erprobt und am 19. April 1911 unter der Bezeichnung: „Dickenmesser und Fühlhebel" unter der Nummer F 24293 Klasse 42b als Gebrauchsmuster eingetragen wurde.

Im folgenden geben wir eine genaue Nachbildung der der Anmeldung zugrunde liegenden Zeichnung sowie die Beschreibung nebst Schutzanspruch in genauem Wortlaut wieder:

Dickenmesser und Fühlhebel.

Der Dickenmesser Abbildung A besteht aus dem Stativ *a* und dem daran befestigten, in bekannter Weise für Autokollimation eingerichteten kleinen Fernrohr *b*, unter dem als Tastorgan ein leicht beweglicher Hebel *c* angebracht ist, der in der Verlängerung der Fernrohrachse einen spiegel *d* trägt. In der Bildebene des Fernrohres befindet sich in der einen Hälfte des Gesichtsfeldes eine von oben beleuchtete kleine Skala, deren Bild durch das Objektiv *e* und den Spiegel *d* in der anderen Hälfte des Gesichtsfeldes entworfen wird.



Bewegt sich der Hebel *c* auf und ab, so verschiebt sich das Skalenbild gegen einen festen Index oder Nonius in der Bildebene und man kann aus der Größe dieser Verschiebung auf die Größe der Bewegung der Fühlhebelspitze des Hebels schließen.

Abbildung C zeigt eine Ansicht des Skalenbildes und des Index, wie sie sich beim Einblick in das Okular des Fernröhrchens ergibt.

Der Hebel *c* kann auch so angeordnet werden, daß seine Drehachse durch die Verlängerung der Fernrohrachse geschnitten wird. Das Instrument kann sowohl zur Messung der Dicke von Papier, Blech usw., als auch zur Vergleichung der Masse prismatischer oder zylindrischer Stücke dienen. Ebenso kann man prüfen, inwieweit die genaue zylindrische Form bei runden Teilen erreicht ist (s. Abb. B).

Schutzanspruch.

Dickenmesser und Fühlhebel gekennzeichnet dadurch, daß ein auf einem entsprechenden Stativ angebrachtes, für Autokollimation eingerichtetes Fernrohr mit einem beweglichen Tastorgan, das einen Spiegel trägt, so verbunden ist, daß jede Änderung der Lage des Tastorgans eine Verschiebung der Fernrohrskala im Bildfeld hervorbringt.

Fühlhebel dieser Art wurden schon von 1909 ab — also lange bevor das Optimeter entstand — in mehreren Exemplaren in unserem Betrieb mit bestem Erfolg benutzt, um das genaue Rundlaufen feiner Instrumentenachsen zu prüfen und die Dicke zylindrischer Zapfen zu vergleichen.

Daß das Instrument sich seinerzeit nicht in größerem Maße in die Praxis einführen ließ, lag daran, daß vor dem Kriege für genaue Maßvergleichungen auf optischem Wege trotz vieler Bemühungen kein Interesse zu erwecken war.

Cassel, im April 1922. Otto Fennel Söhne.

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT
FÜR
INSTRUMENTENKUNDE.

Organ
für
Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben
unter Mitwirkung der
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt
von

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

10. Heft: Oktober.

Inhalt:

Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 240,— für das vierte Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 4,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30 %	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118 935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **Oktober 1922.** Zehntes Heft.

Der Ablesefehler bei Theodoliten mit Skalenmikroskopen.

Von
Karl Lüdemann in Freiberg i. S.

1. Die Aufgabe.

Die Ablesung der Kreisteilung von geodätischen Vermessungsinstrumenten erfolgt in der Regel mit Nonien, mit Strich-, Skalen- oder Schraubenmikroskopen. Gegenüber diesen vier Hauptgruppen von Ableseeinrichtungen spielen die übrigen noch vorkommenden Vorrichtungen zur Messung kleiner Winkelgrößen keine sonderlich beachtenswerte Rolle.

Für die Zwecke der praktischen Geometrie tritt das Schraubenmikroskop zurück, da die überwiegende Mehrzahl der dazu benutzten Theodolite mit Nonien, Strich- oder Skalenmikroskopen ausgerüstet ist. Wir kennen auch den mittleren Einstell- und Ablesefehler bei Schraubenmikroskopen ziemlich genau.

Über den mittleren Ablesefehler bei neuzeitlichen Nonientheodoliten sind wir durch die Arbeiten von Fr. Klempau [1][1]), K. Lüdemann [2—7] und E. Wandhoff [8] gut unterrichtet. Für die hauptsächlich benutzten kleinen Theodolite mit Strichmikroskopen liegen Untersuchungen von E. Fox [9] und K. Lüdemann [10] vor. Dagegen besitzen wir für Skalenmikroskop-Theodolite bislang nur eine neuzeitlichen Ansprüchen genügende Genauigkeitsangabe von E. Fox [9], und zwar nur für eine bestimmte Theodolitform, während es an einer größeren und umfassenderen Bearbeitung noch fehlt.

Diese fehlende Bestimmung des Ablesefehlers bei Skalenmikroskop-Theodoliten der zumeist verwendeten Größen soll durch die vorliegende Untersuchung gegeben werden.

Untersucht wurden nur Erzeugnisse der Werkstätten für wissenschaftliche Präzisions-Instrumente der Max Hildebrand G. m. b. H. in Freiberg, da mir nur diese einigermaßen vollständig zur Verfügung standen und da nur so die wünschenswerte Einheitlichkeit der Art der Kreisteilung und damit die unbedingt erforderliche Vergleichbarkeit der Ergebnisse gesichert war.

2. Das Skalenmikroskop und seine Einführung in die geodätische Praxis.

Das Skalenmikroskop gehört zur Gruppe der an geradlinigen oder kreisförmigen Teilungen verwendeten Schätzmikroskope, Mikroskope einfacher Bauart, bei denen in der Ebene des von dem Objektiv entworfenen reellen Bildes der Grundteilung eine

[1]) Die in eckige Klammern gesetzten Zahlen beziehen sich auf das am Schluß beigefügte Verzeichnis der angezogenen Schriften.

Vorrichtung zur Ablesung oder bzw. und Abschätzung von Teilen dieser Grundteilung angebracht ist. Ist diese Vorrichtung ein einfacher Faden oder Strich, so hat man das Strichmikroskop. Ist dagegen eine besondere Teilung vorgesehen, so spricht man von einem Skalenmikroskop, wobei es gleichgültig ist, ob diese „Skala" eine Kanten- oder sonstige Teilung, etwa eine Transversalteilung [11—13], ist und ob sie aus einem Fadennetz oder einer Anordnung von Strichen, z. B. auch in der Form des Nonienmikroskops [8, 14—16, 18. *S. 497*], besteht.

Die öffentliche Einführung des Skalenmikroskopes in der hier allein weiter betrachteten Form, bei der die Einheit der Grundteilung mit Hilfe der „Skala" in in der Regel 10, aber auch in 15 oder 20 Teile untergeteilt ist, in die geodätische Praxis erfolgte gleichzeitig durch Max Hildebrand [17] in Freiberg und Moritz Hensoldt in Wetzlar [18] im Jahre 1879, nachdem beide sich schon Jahre lang vorher damit beschäftigt hatten.

Max Hildebrand benutzte zur Unterteilung der Kreisintervalle ein kleines Silberplättchen mit Kantenteilung in 10, 15 oder 20 Teile. Er hatte auch Versuche mit einem geteilten Glasplättchen[1]) angestellt, die ihn, besonders mit Rücksicht auf die Benutzung der mit Skalenmikroskopen ausgestatteten Instrumente bei markscheiderischen Arbeiten unter Tage, zumal in heißen Gruben mit schlechten Wettern, jedoch nicht befriedigten. M. Schmidt [17. *S. 507*] sagt darüber:

„Es könnte einfacher scheinen, statt der kleinen Teilung auf Silber im Mikroskop eine Glasteilung anzubringen. Der Versuch scheitert aber an der Schwierigkeit, eine Glaskantenteilung herzustellen, bei welcher die Teilstriche scharf bis an die Kante laufen, außerdem würde auch die im Mikroskop sichtbare, stark vergrößert erscheinende Kantenfläche des Glasplättchens die Ablesung wesentlich stören.

Die Anwendung eines Glasplättchens, welches über das ganze Gesichtsfeld des Mikroskops reicht, bringt die bekannten Übelstände mit sich, welche die Fernrohre zeigen, bei denen statt eines Kreuzes aus Spinnenfäden, ein Glasplättchen mit eingeritztem Kreuz eingesetzt ist. Diese Übelstände, welche die Glasplättchen immer begleiten, machen es erklärlich, daß dieselben bei größern und feinern Instrumenten immer noch keine Anwendung finden, trotzdem sie schon seit Ende des vorigen Jahrhunderts bekannt und nicht nur mit einfachen Linienkreuzen, sondern auch mit vollständigen Teilungen versehen, bei geometrischen Meßinstrumenten angewendet sind."

Erwähnt sei noch, daß M. Hildebrand sowohl für die Beleuchtung der Teilkreisstelle, wie der Teilung im Mikroskop besondere, gut wirkende und doch ganz einfache Beleuchtungseinrichtungen schuf. Seine Bedenken gegen die Teilung auf einem Glasplättchen hat er aber nicht aufrechterhalten.

M. Hensoldt [18, 20, 21. *S. 6—11*] brachte sein Skalenmikroskop im wesentlichen in der Form heraus, in der es noch heute verwendet wird. Es ist interessant, daß er schon in seiner ersten Veröffentlichung [18. *S. 498*] auf die Schätzung von $^1/_{20}$ Skaleneinheit hinwies und sich vor der Konstruktion des Skalenmikroskopes bereits mit dem Noniusmikroskop beschäftigt hatte [18. *S. 497*].

---

[1]) Wegen der Art der anzuwendenden Glasplättchen sei daran erinnert, daß 1881 von O. Schott, damals noch in Witten, das erste in Deutschland erzeugte brauchbare Deckglas für mikroskopische Zwecke geliefert worden ist. [19].

3. Die Einrichtung des Skalenmikroskopes.

Bezeichnet man bei einem Skalenmikroskop mit

k die Einheit des Teilkreises (linear oder in Bogenmaß),
g die Gesamtlänge der Glasteilung,
p die Einheit der Glasteilung,
a die Dingweite,
b die Bildweite,
f_1 die äquivalente Brennweite des Objektives,
v_1 die Eigenvergrößerung des Objektives,
f_2 die äquivalente Brennweite des Okulars,
v_2 die Eigenvergrößerung des Okulars,
v die Gesamtvergrößerung des Mikroskopes,

und setzt man die günstigste Sehweite für das normalsichtige Auge = 250 mm, so hat man die einfachen Beziehungen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1},$$

$$v_1 = \frac{g}{k} = \frac{b}{a} = \frac{f_1}{a - f_1},$$

$$v_2 = \frac{250}{f_2},$$

$$v = v_1 \cdot v_2,$$

$$g = 10\,p.^{1)}$$

Die **Max Hildebrand** G. m. b. H. verwendet im allgemeinen nur zwei Größen von Skalenmikroskopen, deren optische Sollwerte aus der Tafel 1 hervorgehen: g ändert sich natürlich k entsprechend.

Tafel 1.

	Form 1	Form 2		Form 1	Form 2
f_1	14,0 mm	11,6 mm	v_2	12,5 mm	15,6 mm
v_1	4,0	3,2	v	50,0	50,0
f_2	20,0	16,0			

Die für v_2 hingeschriebene Beziehung reicht hier vollkommen aus, da es sich nur darum handelt, in der scheinbaren Größe J von p einen vergleichbaren Wert zu erhalten.

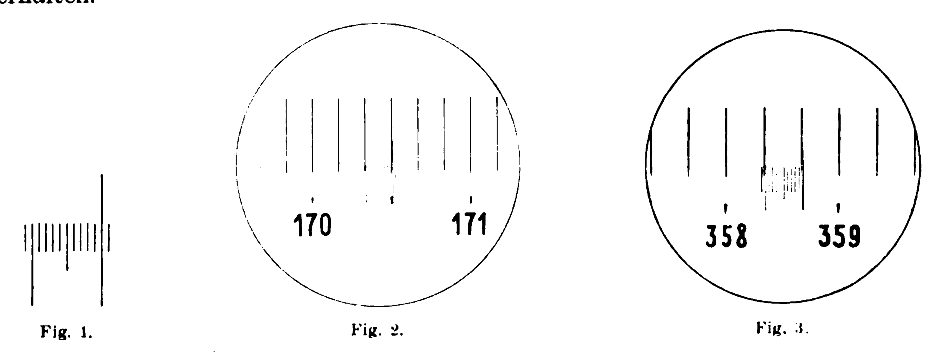


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Der Glasteilung gab M. **Hildebrand** die in Fig. 1 dargestellte praktische Form

[1]) $g = 10\,p$ ist natürlich praktischer als $g = 15\,p$ oder $g = 20\,p$, da es die Schnelligkeit der Ablesung erhöht und einen größeren Schutz gegen grobe Ablesefehler bietet.

mit einem langen Kennstrich und zwei Überteilstrichen, so daß sich die Teilung im Mikroskop dem Auge so darbietet, wie sie in Fig. 2 für 360° Kreisteilung $^1/_6{}^0$ und in Fig. 3 für 360° Kreisteilung $^1/_3{}^0$ wiedergegeben ist.

Im Mikroskopbild besteht zwischen der Stärke der Striche der Kreisteilung und der der Glasteilung ein beträchtlicher Unterschied, da die ersteren mit der Gesamtvergrößerung des Mikroskopes, die letzteren nur mit der des Okulars betrachtet werden. Theoretisch besteht die Möglichkeit, die Striche der Kreisteilung genügend fein zu machen. Die praktische Verwendung des Instruments, zumal bei Arbeiten unter Tage, verlangt aber wegen der Möglichkeit einer Reinigung des Teilkreises genügend tiefe und dementsprechend breite Striche.

Das schon 1879 von M. Hensoldt [18. *S. 500*] vorgeschlagene, z. T. noch heute [22. *S. 20*] empfohlene Verfahren, „beim Ablesen nicht die ganze Breite des Strichs, sondern stets die nach ein und derselben Seite gelegene Kante desselben in Betrachtung“ zu ziehen, befreit nicht von den hierbei unvermeidlichen erheblichen einseitigen (regelmäßigen) Schätzungsfehlern. Der Weg zu einer brauchbaren Ausnutzung des Skalenmikroskopes mit Glasplättchen wurde aber erst frei — worauf schon C. A. Vogler [23. *S. 32*] 1892 hingewiesen hat — als es M. Hildebrand gelang, die Kreisteilstriche mit einer feinen, schlanken und genau in der Achse liegenden Spitze zu versehen. Dadurch wurde die Abschätzung, wie Fig. 4 zeigt, von dem Einfluß der Stärke der Teilstriche des Kreises unabhängig.

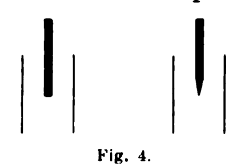


Fig. 4.

Für die volle Leistung des Skalenmikroskopes ist es ferner eine grundsätzliche Voraussetzung, daß die Teilungsfehler der Glasteilung gegenüber den Ablese- bzw. Abschätzungsfehlern genügend klein sind. Zur Feststellung, ob diese Forderung erfüllt ist, habe ich drei Glasteilungen mit einem Schraubenmikroskop ausgemessen, bei dem ein Umgang der in 100 Teile geteilten Trommel = 0,1 mm, 1 Trommelteil also = 0,001 mm = 1 μ war. $^1/_{10}$ und $^1/_{20}$ eines Trommelteiles konnten geschätzt werden.

Teilung *A* gehörte zu einem 12-cm-Theodolit (360°, $^1/_3{}^0$), Teilung *B* zu einem 14,5-cm-Theodolit (400g, $^1/_5$g), Teilung *C* zu einem 8-cm-Theodolit (360°, $^1/_3{}^0$).

Die Ausmessung geschah derart, daß der Abstand der Teilstriche 0 und 10 der Glasteilung mit der vorher untersuchten Schraube des Mikroskopes 30mal unabhängig gemessen wurde. Darauf wurde die Lage der Teilstriche 0—10 in 10 selbständigen Reihen durch Messung bestimmt, so daß, bezogen auf den Strich 0, für den Strich 10 schließlich je 40 Messungen, für die Striche 1—9 je 10 Messungen vorlagen.

Der mittlere Fehler einer Bestimmung der Lage eines Teilstriches zum Nullstrich fand sich

bei	*A*	*B*	*C*
zu	± 0,76 μ	± 0,81 μ	± 0,69 μ,

was einem mittleren Fehler einer Einstellung auf einen Strich entspricht

von	± 0,54 μ	± 0,57 μ	± 0,49 μ.

Es wurde ermittelt:

die Entfernung der Teilstriche 0 und 10

bei	*A*	*B*	*C*
zu	1435,70 μ ± 0,12 μ	900,78 μ ± 0,13 μ	748,12 μ ± 0,11 μ,

die Lage eines der Striche 1—9 mit einem mittleren Fehler

von	± 0,24 μ	± 0,26 μ	± 0,22 μ.

Bezeichnet man die Abweichung der Lage eines Teilstriches von der durch $\left(\frac{g}{10}\right)_i$ gegebenen Soll-Lage als Teilungsfehler und mit τ, so erhält man die in Tafel 2 hingeschriebenen Zahlenwerte.

Tafel 2.

Teilstrich	*A* 120 mm 360° 1/3°			*B* 145 mm 400 g 1/5 g			*C* 80 mm 360° 1/3°		
	μ	τ $p/100$	$''$	μ	τ $p/100$	$''$	μ	τ $p/100$	$''$
0	·	·	·	·	·	·	·	·	·
1	− 1,27	− 0,88	− 1,07	− 0,64	− 0,71	− 1,42	− 1,00	− 1,34	− 1,61
2	+ 0,05	+ 0,03	+ 0,04	− 1,00	− 1,11	− 2,22	+ 0,21	+ 0,28	+ 0,34
3	− 1,02	− 0,71	− 0,86	+ 0,39	+ 0,43	+ 0,87	− 0,28	− 0,37	− 0,45
4	− 1,07	− 0,74	− 0,90	− 1,31	− 1,45	− 2,91	+ 0,62	+ 0,82	+ 1,00
5	+ 0,21	+ 0,15	+ 0,18	− 0,57	− 0,63	− 1,27	+ 0,38	+ 0,51	+ 0,61
6	+ 0,88	+ 0,61	+ 0,74	+ 0,03	+ 0,03	+ 0,07	− 0,65	− 0,86	− 1,05
7	− 0,37	− 0,26	− 0,31	− 0,64	− 0,71	− 1,42	− 0,38	− 0,51	− 0,61
8	+ 0,34	+ 0,24	+ 0,29	+ 0,28	+ 0,31	+ 0,62	+ 0,51	+ 0,68	+ 0,82
9	+ 0,69	+ 0,48	+ 0,58	+ 0,49	+ 0,54	+ 1,09	+ 0,60	+ 0,80	+ 0,97
10	·	·	·	·	·	·	·	·	·

Die größten Teilungsfehler betragen also

1,31 μ 1.27 μ 1,07 μ.

Sieht man die τ als wahre Fehler an, so errechnen sich folgende Mittelwerte m_τ:

bei *A* $m_\tau = \pm\ 0{,}77\ \mu = \pm\ 0{,}54\ p/100 = \pm\ 0'',64$,

bei *B* $m_\tau = \pm\ 0{,}69\ \mu = \pm\ 0{,}76\ p/100 = \pm\ 1'',52$,

bei *C* $m_\tau = \pm\ 0{,}56\ \mu = \pm\ 0{,}75\ p/100 = \pm\ 0'',90$.

Man darf annehmen, daß die Teilungsfehler gegenüber den eigentlichen Schätzungsfehlern keine besondere Bedeutung haben.

Die von den Hildebrand-Werkstätten ausgeführten Einrichtungen, die Skalenmikroskope auf die Kreisteilung abzustimmen, ihnen die richtige Neignng zur Teilfläche des Kreises zu geben und sie gegeneinander zu verstellen, die in dieser Zeitschrift einer weiteren Erklärung nicht bedürfen, sind in der Fig. 5 dargestellt.

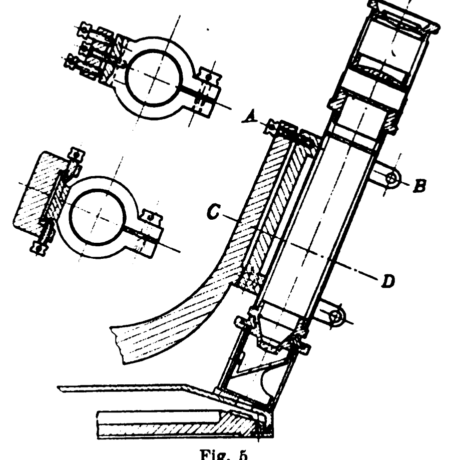


Fig. 5.

4. Die Hildebrand-Theodolite mit Skalenmikroskopen.

Eine Übersicht über die von der Max Hildebrand G. m. b. H. in der Regel bei Grundkreisen von Theodoliten für die Zwecke der praktischen Geometrie verwendeten Teilungsdurchmesser, Teilungs- und Schätzungseinheiten[1]) geben die Tafel 3, über die Konstruktionen die Fig. 6—8.

[1]) Als Schätzungseinheit ist nur $p/10$ eingesetzt, während man natürlich auf $p/20$ schätzt.

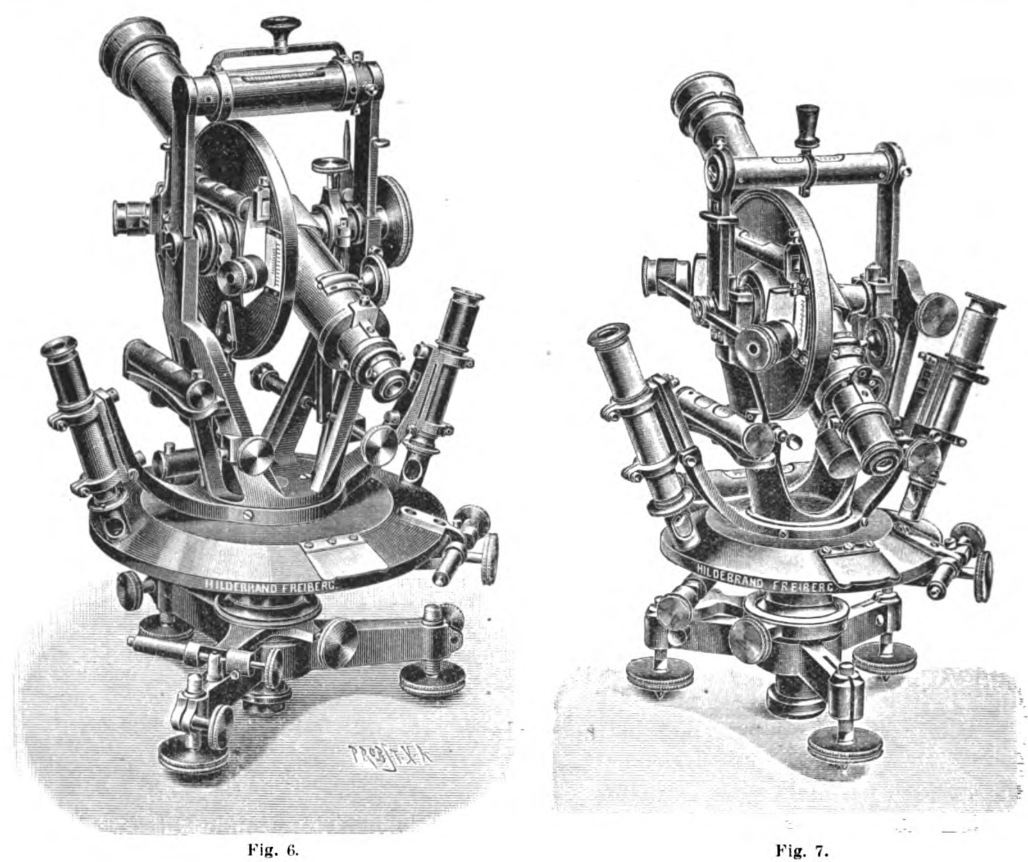
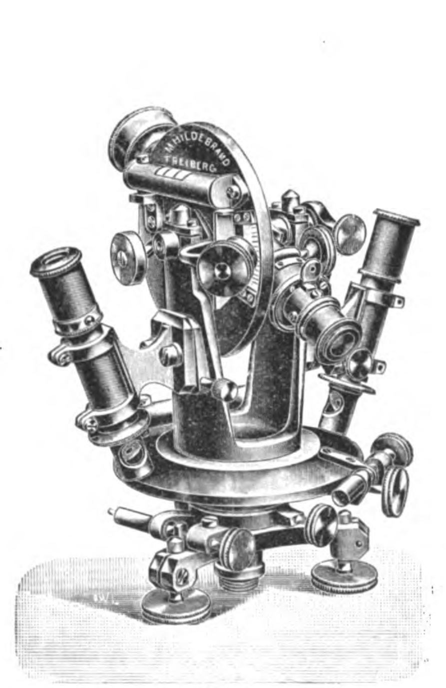
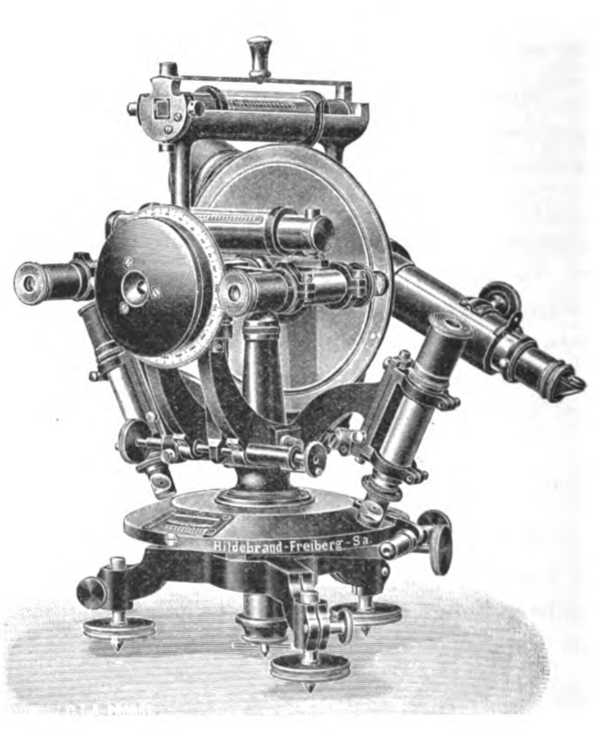




Fig. 6. Fig. 7.





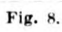


Fig. 8. Fig 9.

Zur Ablesung von Höhenkreisen werden Skalenmikroskope nur selten, in der Regel bei Universalinstrumenten für Forschungsreisen usw., verwendet; ein solches Instrument zeigt Fig. 9.

Tafel 3.

Lfd. Nr.	Teilungs-durch-messer mm	360° k '	360° p/10 "	400 g k `	400 g p/10 ``	Figur
1	180	10	6	20	20	6
2	160	10	6	20	20	6
3	145	10	6	20	20	6
4	145	20	12	50	50	6
5	120	20	12	50	50	7
6	80	20	12	50	50	8

Bei den üblichen Theodoliten pflegt man die Höhenkreise mit Nonien oder Strichmikroskopen auszustatten.

Selbstverständlich können auch andere Einteilungen verwendet werden, als sie Tafel 3 angibt, jedoch sind das seltene Ausnahmen.

Sollen Skalenmikroskop-Theodolite auch für tachymetrische Aufnahmen, überhaupt für Messungen geringerer Genauigkeit, verwendet werden, so kann man den Skalenmikroskopen am Grund- und Höhenkreis je ein Strichmikroskop beigeben. Fig. 10 zeigt ein solches Instrument. Man kann aber auch in einem Skalenmikroskop einen seitlichen Zeigerstrich anbringen und dann mit dem so geschaffenen Strichmikroskop ablesen.

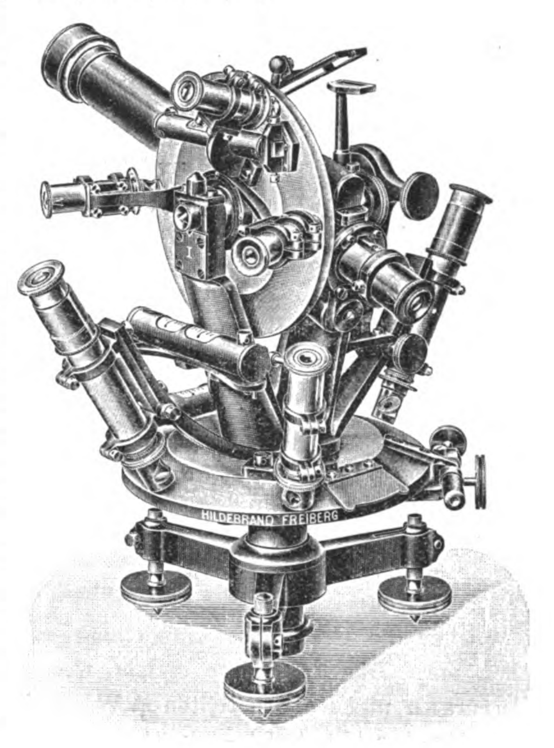


Fig. 10.

5. Der Ablese- bzw. Abschätzungsfehler[1]**.**

Der bei der Schätzung der Lage eines Zeigerstriches in einem Intervall begangene Schätzungsfehler hängt im wesentlichen von folgenden Umständen ab: Größe und Farbe des Intervalls; Stärke der das Intervall begrenzenden Teilstriche und des Zeigerstriches im Verhältnis zueinander und zur linearen Größe des Intervalls; Lage des Zeigerstriches im Intervall und zur Verbindungslinie der Augen des Beobachters; Helligkeit des Intervalls an sich und im Verhältnis zu der des Zeigerstriches; Lage des Intervalls zur Verbindungslinie der Augen des Beobachters. Hierzu tritt dann noch, abgesehen von der Übung und dem dadurch bedingten Grad der Vollkommenheit der Schätzung und

[1]) Ein eigentlicher Ablesefehler kann bei einem Skalenmikroskop nur ein grober Fehler sein. Der hier in Rede stehende Fehler ist der Schätzungsfehler. Trotzdem soll die allgemein verbreitete Bezeichnung Ablesefehler auch hier gelegentlich verwendet werden.

des Schätzungsvollzuges, ein persönliches Moment, eine Gruppe von persönlichen, physiologisch und psychologisch begründeten Fehlereinflüssen.

Bezeichnet man mit F. R. Helmert [24. *S. 332*] als persönliche Fehler „diejenigen regelmäßigen Beobachtungsfehler, welche aus gewissen Besonderheiten der menschlichen Sinneswerkzeuge hervorgehen“ und dadurch bedingt sind, daß die Sinneswerkzeuge „die von außen anlangenden Anregungen in systematischer Weise unrichtig reproduzieren“, so kommen für die Ablesungen bzw. Abschätzungen im Skalenmikroskop von den persönlichen Fehlern besonders die Dezimalgleichung und die regelmäßigen Fehler in Frage, welche sich in einer merkwürdigen Verknüpfung mit der Stellung des Zeigers im Teilungsfeld befinden.

Die Dezimalgleichung ist ein Ausdruck für die unbewußte Bevorzugung (Überschätzung) oder Vernachlässigung (Unterschätzung) bestimmter Zehntel bei der Zehntelschätzung. Natürlich gibt es auch eine ganz gleiche Erscheinung bei der Schätzung von Zwanzigsteln, die mit der Dezimalgleichung gemein hat, daß sie nicht vermieden und auch rechnerisch nicht mit Sicherheit ausgeschaltet werden, für Messungen der vermessungstechnischen Praxis in der Regel aber unbeachtet bleiben kann. Eingehende Untersuchungen hierzu liegen auf geodätischem Gebiet von K. Lüdemann [25, 26], einige Zahlenangaben von E. Fox [9. *S. 13—15*] vor.

In geeigneten Fällen könnte man die Folgen der Dezimalgleichung dadurch ausschalten, daß man die Ablesestellen in den Mikroskopen oder in einem Mikroskop entsprechend der Dezimalgleichung des betreffenden Beobachters gegeneinander versetzt, ein Verfahren, das aber das Instrument für jeden anderen Beobachter unbrauchbar machen würde.

Mit der Feststellung des Schätzungsfehlers haben sich mehrere Forscher beschäftigt, von denen hier, ohne auf Einzelheiten einzugehen, nur F. J. Dorst [27], G. Kummer [28] und C. Müller [29] genannt seien. Eine weitgehende Auflösung des Schätzungsfehlers in seine einzelnen so mannigfach bedingten und sich in ihren Wirkungen vielfach durchdringenden oder überlagernden Bestandteile ist jedoch noch nicht ausgeführt worden und soll auch hier nicht versucht werden[1]), da sie für die hier allein verfolgten praktischen Ziele entbehrlich ist.

6. Der unregelmäßige Schätzungsfehler.

Über die Größe des unregelmäßigen Schätzungsfehlers liegen nur wenige Angaben vor. Die Ergebnisse einiger weniger Winkelmessungen von F. R. Helmert, Klutmann und Peters teilten F. W. Breithaupt & Sohn [30] 1879 bzw. 1880 mit. Ch. A. Vogler [23. *S. 31—32*; 31. *S. 152*] und W. Jordan [32] machten einige überschlägige Zahlenangaben. Fr. Kempau [16. *S. 297*] gab für einen 18-cm-Theodolit von R. Reiss in Liebenwerda mit Teilung in $^1/_6{}^0$ $(p/10 = 6'')$ $m_a = \pm 4'',7 = \pm 7,8\, p/100$ an. Dieser Wert ist errechnet aus praktischen Beobachtungen bei einer Kleindreiecksmessung, die Vermessungsinspektor Fr. Schulze, ein erfahrener und geübter Beobachter, in Niederschönhausen ausgeführt hat.

Eine eingehende Untersuchung führte aber erst E. Fox [9] und zwar an einem

[1]) In den Werkstätten der M. Hildebrand G. m. b. H. wird z. Zt. eine Einrichtung zur Untersuchung des Schätzungsfehlers konstruiert, mit der ich eingehende Beobachtungsarbeiten durchzuführen gedenke, bei denen selbstverständlich zwischen der Abschätzung mit dem unbewaffneten Auge und derjenigen mit Hilfe von Lupen und Mikroskopen scharf zu unterscheiden sein wird. Auch auf den noch recht wenig bekannten Schätzungsvorgang, mit dem sich bislang nur C. Müller [29. S. *25—26*] beschäftigt hat, wird dann näher einzugehen sein.

Hildebrand-Theodolit mit 120 mm Teilungsdurchmesser ($^1/_3{}^0 = 10\,p$) durch. Er bestimmte [9. *S. 9*] aus sorgfältigen, von drei verschieden geübten Beobachtern durchgeführten Repetitionsmessungen den mittleren unregelmäßigen Ablese- bzw. Schätzungsfehler

$$m_a = \pm\, 3{,}2\, p/100 = \pm\, 3'',8.$$

Die von mir im Laufe mehrerer Jahre ausgeführten Ermittelungen von m_a bei verschiedenen Intervallgrößen sind so erfolgt, daß der wahre Abstand der Nullstriche in den beiden Mikroskopen, der nahezu 180^0 oder $180^0 \pm p/2$ betragen soll, aus einer genügend umfangreichen Reihe von Beobachtungen bestimmt, und daß dabei m_a in bekannter Weise errechnet worden ist[1]). Hierbei besteht die Möglichkeit, daß m_a infolge eines „Schlotterns" der Stehachse und einiger ungetilgter Fehlerreste um einen geringen Betrag zu groß erhalten wird.

Bei einem 12-cm-Theodolit mit 360^0-Teilung, $^1/_3{}^0 = 10p$, Mikroskop Form 1 wurden 11 Beobachtungsreihen von je 144 Ablesungen ausgeführt. Aus jeder Reihe wurde m_a berechnet, um die Schwankungsbreite dieses Wertes festzustellen. Die Ergebnisse gibt Tafel 4. Als Mittelwert aus 1584 Ablesungen hat man

$$m_a = \pm\, 2{,}19\, p/100 = \pm\, 2'',63.$$

Die Ergebnisse anderer Untersuchungen gleicher 12-cm-Theodolite sind in Tafel 6 nachgewiesen.

Tafel 4.

Nr. der Reihe	m_a $p/100$	Geschätzt $p/10$	$p/20$
1	± 2,12	87	57
2	2,64	64	80
3	2,21	83	56
4	2,00	72	72
5	2,50	94	50
6	2,67	70	74
7	2,17	71	73
8	1,74	73	71
9	1,99	82	62
10	2,22	79	65
11	1,83	75	69
	2,19	855	729
		54 v. H.	46 v. H.

Tafel 5.

Nr. der Reihe	m_a $p/100$
1	± 4,22
2	3,79
3	4,58
4	3,98
5	4,38
6	3,48
7	3,15
8	3,35
9	3,42
10	3,43
11	2,50
12	3,35
13	4,01
14	2,59
	3,59

Eine ganz gleiche Untersuchung ist für einen 8-cm-Theodolit mit 360^0-Teilung, $^1/_3{}^0 = 10\,p$, Mikroskop Form 2 in 14 Reihen zu je 72 Ablesungen durchgeführt. Die Ergebnisse zeigt Tafel 5. Weitere Untersuchungen gleicher Theodolite sind in Tafel 6 gegeben.

Alle übrigen Bestimmungen von m_a für die verschiedenen Kreisteilungen bzw. Intervallgrößen habe ich in der Tafel 6 derart zusammengestellt, daß die einzelnen Werte m_a Mittel sämtlicher von mir ausgeführten Beobachtungen für das betreffende Instrument sind. Die Anzahl der von jeder Art untersuchten Instrumente ist in Spalte 2 nachgewiesen. In Spalte 14 findet sich die scheinbare Intervallgröße J so

[1]) Siehe z. B. Ch. A. Vogler [33. *S. 92—94*].

angegeben, wie sie sich nach Abschnitt 3 errechnet. m_a ist dreifach ausgedrückt; zunächst in $p/100$, um das Verhältnis von m_a zu p auszudrücken, dann im Bogenmaß und schließlich linear (1 cmm $= {}^1/_{100}$ mm), um m_a und J in Beziehung zu einander zu bringen.

Tafel 6.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Lfd. Nr.	Anzahl der untersuchten Instrumente	Durchmesser	Der Kreisteilung Einheit		Abschätzungen			Mikroskop		p			J	m_a			$\sqrt{J}$	$\frac{m_a}{\sqrt{J}}$
			Bogenmaß	linear mm	Gesamtzahl	$p/10$ v. H.	$p/20$ v. H.	Form	v	Bogenmaß	$p/10$	$p/20$	mm	$p/100$	Bogenmaß	linear cmm		
1	2	145	10′	0,211	1440	56	44	1	50	60″	6″	3″	1,06	±3,26	±1″,96	±3,46	1,03	3,36
2	2	145	20′	0,228	800	59	41	1	50	200″	20″	10″	1,14	3,52	7″,04	4,01	1,07	3,75
3	2	80	20′	0,233	1728	64	36	2	50	120″	12″	6″	1,17	3,42	4″,10	4,00	1,08	3,70
4	3	160	10′	0,233	864	56	44	1	50	60″	6″	3″	1,17	2,94	1″,76	3,44	1,08	3,19
5	1	160	20′	0,251	800	56	44	1	50	200″	20″	10″	1,26	3,36	6″,72	4,23	1,12	3,78
6	1	90	20′	0,262	432	57	43	2	50	120″	12″	6″	1,31	3,26	3,91	4,27	1,14	3,75
7	1	180	10′	0,262	720	63	37	1	50	60″	6″	3″	1,31	2,82	1,69	3,69	1,14	3,24
8	3	120	20′	0,349	2664	55	45	1	50	120″	12″	6″	1,74	2,34	2,81	4,07	1,32	3,08
9	1	145	20′	0,422	540	50	50	1	50	120″	12″	6″	2,11	2,68	3,22	5,65	1,45	3,90
					9988													

Vergleicht man die in Spalte 17 der Tafel 6 gegebene Reihe der m_a mit der Reihe der J in $\frac{m_a}{J}$, so ergeben sich die in Spalte 15 hingeschriebenen Werte. Bildet man mit den in Spalte 18 verzeichneten $\sqrt{J}$ $\frac{m_a}{\sqrt{J}}$, so zeigt schon die Spalte 19 mit dem Mittelwert 3,53 eine ganz gute Anpassung. Benutzt man ferner die in Spalte 6 gegebenen Gesamtzahlen der Schätzungen und wählt 100 Abschätzungen zur Gewichtseinheit, so findet man

$$m_a = \pm\,(3{,}43 \pm 0{,}10)\,\sqrt{J}.$$

Für den Bereich $J = 1{,}1$ bis 2,1 mm ist also festgestellt, daß der mittlere unregelmäßige Ablesefehler mit der Quadratwurzel aus der scheinbaren Größe des Intervalls wächst.

Dieses Ergebnis stimmt überein mit demjenigen früherer anderer Untersuchungen. So findet G. Kummer [28. *S. 540*] für Abschätzung mit dem unbewaffneten Auge an Maßstäben bei $J = 0{,}71$ bis 1,41 mm in überraschender Übereinstimmung

$$m_a = \pm\, 3{,}12\,\sqrt{J}.$$

Natürlich ist der Koeffizient für $\sqrt{J}$ abhängig von der Persönlichkeit des Beobachters, aber man darf aus der festgestellten Übereinstimmung vielleicht doch schon den Schluß ziehen, daß die Benutzung eines gut durchgebildeten Skalenmikroskopes zur Schätzung in einer sachgemäß ausgeführten Kreisteilung den mittleren unregelmäßigen Ablesefehler gegenüber der Schätzung mit dem unbewaffneten Auge an Maßstäben nicht wesentlich vergrößert.

Die Teilungen in 400 g, ${}^1/_5$ g (lfd. Nr. 2 und 5) fallen in m_a aus dem Rahmen der in 360° ausgeführten Kreise nicht heraus. Die von der Firma Otto Fennel Söhne [34]

in Kassel ausgesprochene Befürchtung, daß hierbei nur „Bilder von sehr mäßiger Lichtstärke zustande kommen“, bewahrheitet sich also nicht.

Die vorliegende Untersuchung liefert auch keinen Beweis dafür, daß die von Max Hildebrand angewendete drehbare Beleuchtungseinrichtung eine „bedeutend geringere Ablesungsschärfe“ gegenüber der an sich natürlich ebenfalls guten „Zenithbeleuchtung“ bedingt, wie A. Fennel [35. *S. 20.* Anm. 1] annimmt.

7. Der von der Intervallstelle abhängige regelmäßige Schätzungsfehler.

Mit der Feststellung des regelmäßigen, von der Intervallstelle abhängigen Schätzungsfehlers bei Skalenmikroskopen hat sich bislang nur E. Fox [9] beschäftigt. Er ging dabei von folgender Überlegung aus: Bezeichnet man die Ablesung im Mikroskop I mit I, im Mikroskop II mit II und bildet $d = II - I$, so enthält d zunächst den Knickungswinkel δ und den aus der Exzentrizität der Alhidadenachse folgenden Fehler ε, dann aber auch noch die bei den Abschätzungen in den Mikroskopen I und II begangenen Schätzungsfehler, die aus einem regelmäßigen und einem unregelmäßigen Teil bestehen. Ist $\delta \cong 0$ und ε verhältnismäßig klein, so sind die begangenen regelmäßigen Schätzungsfehler f_r gleich und fallen in d heraus. Ist aber $\delta \cong \frac{1}{2} p$, so sind nach den bisherigen Untersuchungen und Erfahrungen die regelmäßigen Schätzungsfehler f_r zwar auch gleich groß, besitzen aber entgegengesetztes Vorzeichen, treten also in d als Summe auf und sind als deren Hälfte leicht zu bestimmen.

Die Rechnung wird so geführt, daß man d von δ und ε, die in bekannter Weise errechnet werden, befreit und so die Summe $2 f_{r_i}$ erhält. Die einzelnen f_{r_i}, die noch durch die unregelmäßigen, zufälligen Fehler f_{z_i} entstellt sind, werden nach den Intervallstellen geordnet. Das Mittel ist bei einer genügend großen Anzahl von Beobachtungen als frei von den zufälligen Fehlerbestandteilen zu betrachten.

Die von E. Fox gefundenen Werte für δ, das Maximum der $\varepsilon = \varepsilon_m$, die Lage im Kreis der Exzentrizität φ_0 und die lineare Exzentrizität e sind in Tafel 7 angegeben.

Tafel 7.

	Beobachter	
	E. Fox	K. Lüdemann
δ	2″,52	3″,26 ± 0″,13
ε_m	——	3″,20 ± 0″,08
φ_0	44°,5	88° 52′ ± 5°,11′
e	1,0 μ	0,47 μ
m_a	± 3,2 $p/100$ = 3″,8	2,2 $p/100$ = 2″,6
m_f	± 3,95 $p/100$ = 4″,7	——

Ich habe eine Untersuchung der gleichen Art für ein dem von E. Fox benutzten 12-cm-Hildebrand-Theodolit ganz gleiches Instrument durchgeführt und hierzu die bereits erwähnten, hinsichtlich m_a in Tafel 4 verzeichneten 11 Reihen zu je 144 Schätzungen benutzt. Die das Instrument kennzeichnenden Zahlen von δ, ε_m und e gibt Tafel 7.

Die sich auf 260 Schätzungen aufbauenden Ergebnisse der Untersuchungen von E. Fox [9. *S. 11—12*] sind in Tafel 8 zahlenmäßig, in Fig. 11 zeichnerisch dargestellt. Sie ergeben den mittleren regelmäßigen, von der Intervallstelle abhängigen Schätzungsfehler

$$m_f = \pm 3{,}95\, p/100 = \pm 4'',7,$$

so daß man das Verhältnis

$$\frac{m_a}{m_f} = \frac{1}{1{,}23}$$

und als gesamten Abschätzungsfehler hat

$$m_g = \sqrt{4,7^2 + 3,8^2} = \pm 6'',0.$$

Tafel 8.

Intervallstelle	Beobachter: E. Fox		Beobachter: K. Lüdemann		
	f_r beobachtet $p/100$	Anzahl	f_r beobachtet $p/100$	Anzahl tatsächlich	Anzahl v. T. der Gesamtzahl
0,00	+ 1,7	26	+ 1,15	136	86
0,05	− 2,4	26	+ 0,49	94	59
0,10	− 4,3	15	+ 0,12	83	52
0,15	− 4,8	10	− 0,65	37	23
0,20	− 5,0	9	− 0,95	60	38
0,25	− 4,3	7	− 0,89	57	36
0,30	− 3,5	7	− 0,16	53	33
0,35	− 3,8	18	+ 0,60	107	68
0,40	− 3,7	18	+ 1,17	121	76
0,45	− 2,4	10	− 0,18	44	28
0,50	± 0,0	17	− 1,52	48	30
0.55	+ 3,0	2	− 1,18	49	31
0,60	+ 2,8	11	− 0,32	98	62
0,65	+ 2,8	12	+ 0,13	103	65
0,70	+ 2,8	8	− 0,82	69	44
0,75	+ 4,7	10	− 0,75	44	28
0,80	+ 5,6	8	− 0,65	61	39
0,85	+ 4,1	5	1,14	53	33
0,90	+ 4,6	26	+ 0,13	126	80
0,95	+ 4,2	15	+ 0,81	141	89
		260		1584	

Ich habe für f_r die ebenfalls in Tafel 8 nachgewiesenen Zahlen gefunden, die in Fig. 12 zeichnerisch veranschaulicht sind.

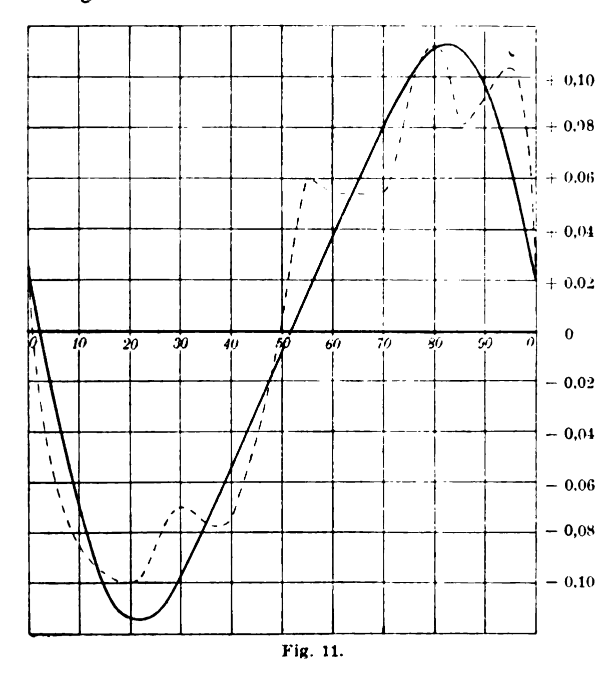


Fig. 11.

Die Fig. 12 zeigt, daß die von mir gefundenen Ergebnisse durchaus nicht der allgemeinen Ansicht entsprechen, daß der regelmäßige, von der Intervallstelle abhängige Schätzungsfehler Nullwerte bei 0 und $\frac{1}{2}p$, ein Maximum bzw. Minimum bei $\frac{1}{4}p$ und $\frac{3}{4}p$ besitzt. Damit hat sich die Voraussetzung für die angewandte Berechnungsweise als falsch ergeben. Trotzdem wird man die Reihen der vermeintlichen f_{r_i} benutzen können, um aus dem gesamten Material nochmals m_a abzuleiten. Ergebnis $m_a = \pm 2,88\, p/100$.

Abweichende Formen des Verlaufes von f_r sind übrigens nicht unbekannt, wie aus Untersuchungen von G. Kummer [36. *S. 257—258*,

Fig. 7] und L. Spaeth [37. *S. 140—141*, Fig. 5] hervorgeht; sie scheinen jedoch nicht die Regel zu sein, so daß die von Ch. A. Vogler [31. *S. 152*] zuerst erhobene, von E. Fox [9. *S. 2*] wiederaufgenommene Forderung, die Mikroskope auf $180^0 \pm \frac{1}{2} p$ einander gegenüberzustellen, auch heute noch als berechtigt anerkannt werden muß.

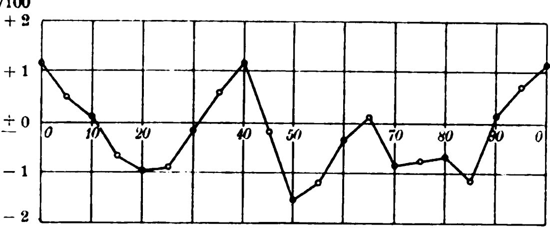


Fig. 12.

Die zahlenmäßige, sichere Erfassung des an die Intervallstelle gebundenen regelmäßigen Schätzungsfehlers ist hier also nicht gelungen; sie wird mit der in Anm. [1]) S. 292 genannten Einrichtung baldmöglichst nachgeholt werden.

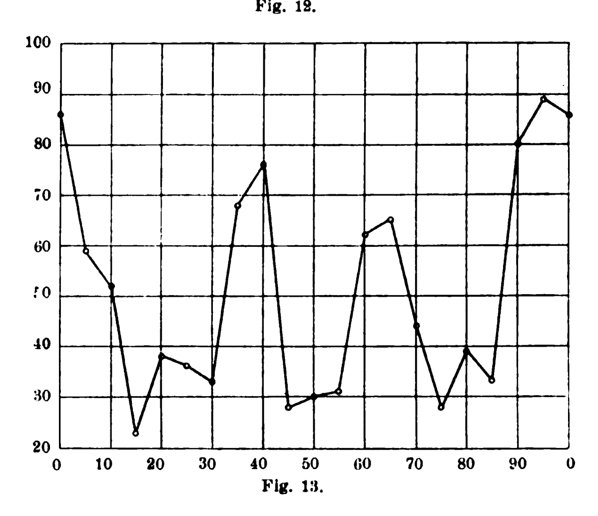


Fig. 13.

8. Die Zwanzigstel-Gleichung.

Zur Darstellung der Zwanzigstel-Gleichung sind hier nur die in Abschnitt 2 behandelten 1584 Schätzungen benutzt. Man sollte annehmen, daß jedes Zwanzigstel gleich oft und zwar $\frac{1584}{20} \cong 79$ geschätzt worden ist. Tatsächlich ist der Verlauf, wie Tafel 8 und Fig. 13 zeigen, ein wesentlicher anderer; er stimmt aber in großen Zügen gut überein mit einer zeichnerischen Darstellung, die E. Fox [9. *S. 13*, Fig. 3] gegeben hat.

Erwähnenswert ist ferner eine vielleicht zufällige Ähnlichkeit in dem verhältnismäßigen Verlauf der in den Figuren 12 und 13 dargestellten Werte.

Ich will auf diesen nicht ausschaltbaren Fehler hier nicht näher eingehen, da ich die Zwanzigstel-Gleichung demnächst besonders zu behandeln gedenke.

9. Die Schätzung auf Zehntel oder Zwanzigstel.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß das Skalenmikroskop zu feineren Messungen nur dann voll ausgenützt wird, wenn die Schätzung auf $^1/_{20}$ erfolgt. Hierauf hat z. B. Ch. A. Vogler seine Schüler immer wieder hingewiesen.

Um festzustellen, ob bei der Schätzung auf $^1/_{20}\,p$ eine Bevorzugung der Zehntel oder Zwanzigstel stattfindet, sind die gesamten 9988 Schätzungen, wie es die Tafel 6 nachweist, ausgezählt worden. Als Mittelwert fand sich

geschätzt auf $^1/_{10}\,p$ 57,3 v. H.,
geschätzt auf $^1/_{20}\,p$ 42,6 v. H.

Es findet also eine geringe Bevorzugung der Zehntel statt, was aus der verhältnismäßigen Kleinheit der Intervalle zu erklären ist[1]).

Es wurde ferner die Frage geprüft, wie weit bei der Schätzung der Verzicht auf $^1/_{20}\,p$, d. h. die bewußte Beschränkung auf $^1/_{10}\,p$, den mittleren unregelmäßigen

[1]) Bei einem 8-cm-Hildebrand-Theodolit mit Strichmikroskopen fand ich [10. *S. 30*]:

J	$^1/_{10}\,p$	$^1/_{20}\,p$	n
3,1	48,2 v. H.	51,8 v. H.	1440
5,8	51,3 v. H.	48,7 v. H.	1600.

Ablesefehler m_a erhöht. Die Untersuchung erfolgte bei einem 12-cm-Theodolit in 2 Reihen zu je 360 Schätzungen und lieferte

bei Zwanzigstel-Schätzuug $m_{a_{20}} = m_a = \pm\ 2{,}32\ p/100 = \pm\ 2'',78$,

bei Zehntel-Schätzung $m_{a_{10}} = \pm\ 3{,}70\ p/100 = \pm\ 4'',44$.

Die auf $^1/_{10}\ p$ beschränkte Schätzung steigert m_a auf das 1,6 fache. Der erfahrene Beobachter wird also die Zwanzigstel- und die Zehntelschätzung anwenden, je nachdem es die Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit seiner Arbeiten erfordern.

10. Vergleich in m_a zwischen Skalenmikroskop- und Nonientheodolit.

Die Vorzüge des Nonientheodolits, von denen ich hier nur die größere Unverletzlichkeit der Ablesevorrichtung und die dauernde Richtigkeit des einmal richtigen Nonius nennen will, lassen es für die praktische Verwendung von Skalenmikroskoptheodoliten wünschenswert erscheinen, m_{a_N} (für Nonienablesung) und $m_{a_{Sk}}$ (für Ablesung mit Skalenmikroskopen) bei vergleichbaren Instrumenten zu vergleichen. Ich habe mich hierbei, um die Vergleichung ganz einwandfrei zu halten, auf eigene Untersuchungen von Hildebrand-Nonientheodoliten beschränkt.

Tafel 9.

Lfd. Nr.	Teilungs-durch-messer mm	Nonien: Teilungs-einheit '	Nonien: Nonien-angabe "	Nonien: m_{a_N} "	Nonien: Nach-weis	Skalenmikroskope: Teilungs-einheit '	Skalenmikroskope: $p/20$ "	Skalenmikroskope: $m_{a_{Sk}}$ "	$\frac{m_{a_N}}{m_{a_{Sk}}}$
1	180	10	10	2,66	[2]	10	3	± 1,69	1,57
2	160	10	10	2,88	[7]	10	3	1,76	1,64
3	145	20	30	3,77	—	20	6	3,22	1,17
4	120	20	30	3,92	[6]	20	6	2,81	1,40
5	90	20	60	7,70	[6]	20	6	3,91	1,97
6	80	20	30	5,42	[5]	20	6	4,10	1,32

Zu der Tafel 9 ist nur zu bemerken, daß ich für den unter Nr. 3 genannten Kreis m_{a_N} aus 72 Nonienablesungen abgeleitet habe und daß der unter Nr. 5 genannte Kreis von 90 mm Teilungsdurchmesser mit Nonienablesung der Höhenkreis des Hildebrand-Einheitstheodolits ist. Dieser Kreis hat, da er zum schnellen Erfassen der Bogenminute bei tachymetrischen Aufnahmen bestimmt ist, dementsprechend stärkere Teilstriche als die übrigen Kreise.

Im Mittel darf man annehmen, daß die Verwendung von Skalenmikroskopen m_a gegenüber der Nonienablesung um $^1/_3$ verkleinert; also gilt

$$m_{a_{Sk}} \cong \tfrac{2}{3}\, m_{a_N}\,,$$

$$m_{a_N} \cong 1\tfrac{1}{2}\, m_{a_{Sk}}\,.$$

Zu praktischen Vermessungen wird man einen Skalenmikroskop-Theodolit zweckmäßig mit verdrehbarem Grundkreis, nicht mit Repetitionseinrichtung ausstatten, worauf Max Hildebrand schon 1883 in seiner „Instruktion für den Käufer von Theodoliten mit einfachen Ablesemikroskopen“ hingewiesen hat.

Verzeichnis der angezogenen Schriften.

1. Klempau, Fr.: Untersuchung der Kreis- und Nonienteilung eines 10''-Repetitionstheodoliten und Bestimmung von Ziel- und Ablesegenauigkeit an demselben. *Zeitschr. f. Vermw.* **41.** *S. 265—280. 1912.*

2. Lüdemann, K.: Untersuchung eines Repetitionstheodoliten. *Zeitschr. f. Vermw.* **36.** *S. 345—359. 1907.*

3. Lüdemann, K.: Über den Ablesefehler bei Nonientheodoliten. *Zeitschr. f. Vermw.* ***37.*** *S. 817 bis 826. 1908 und* ***39.*** *S. 963–964. 1910.*
4. Lüdemann, K.: Über die Genauigkeit neuzeitlicher Nonientheodolite. *Der Landmesser* ***1.*** *S. 97–100, 109–112, 121–125, 136–140. 1913.*
5. Lüdemann, K.: Der 8 cm-Nonientheodolit von M. Hildebrand. *Mitt. a. d. Markscheidew. 1914. S. 3–13, 62–69.*
6. Lüdemann, K.: Über die Genauigkeit von Nonientheodoliten mit 12 cm Durchmesser des Grundkreises aus Reihenerzeugung. *Zeitschr. f. Instrkde.* ***40.*** *S. 49–56. 1920.*
7. Lüdemann, K.: Über den Gebrauchswert eines 16 cm-Nonientheodolits von M. Hildebrand in Freiberg-Sa. *Allg. Vermessungsnachr.* ***32.*** *S. 45–49, 61–67. 1920.*
8. Wandhoff, E.: Untersuchung zweier Repetitionstheodolite. *Mitt. a. d. Markscheidew. 1913. S. 10–25, 59–64.*
9. Fox, E.: Über Beobachtungen an Theodoliten mit Schätzmikroskopen. *Mitt. a. d. Markscheidew. 1916. S. 1–15.*
10. Lüdemann, K.: Die kleinsten, mit Strichmikroskopen ausgestatteten Hildebrand-Theodolite. *Mitt. a. d. Markscheidew. 1921. S. 19–33.*
11. Hahn, A. u. R.: Patentglasmikrometer zum direkten Ablesen sehr kleiner Unterabteilungen bei Längen- und Kreisteilungen. *Zeitschr. f. Vermw.* ***9.*** *S. 202–207. 1880.*
12. Spindler, B.: Die Ablesung bei Winkelbeobachtungen mittelst des Patent-Glasmikrometers von A. und R. Hahn in Kassel. *Zeitschr. f. Vermw.* ***9.*** *S. 240–243. 1880.*
13. Pulfrich, C.: Über einige Neueinrichtungen für Längen- und Kreisteilungen mit Mikroskop-Ablesung. *Zeitschr. f. Instrkde.* ***27.*** *S. 372–373. 1902.*
14. Hammer, E.: Theodolit mit Nonien-Mikroskopen von A. Fennel. *Zeitschr. f. Instrkde.* ***32.*** *S. 148–154. 1912.*
15. Hohenner, H.: Beitrag zur Bestimmung der Ablesegenauigkeit des Fennelschen Nonius-mikroskopes. *Zeitschr. f. Vermw.* ***42.*** *S. 484–487. 1913.*
16. Klempau, Fr.: Über die Genauigkeit der Fennelschen Theodolite mit Nonienmikroskopen. *Der Landmesser* ***2.*** *S. 292–297. 1914.*
17. Schmidt, M.: Ablesen von Kreis- und Längenteilungen mit vereinfachten Mikroskopen. *Zeitschr. f. Vermw.* ***8.*** *S. 505–507. 1879.*
18. Hensoldt, M.: Ein vereinfachtes Ablese-Mikroskop für Kreis- und Längenteilungen. *Zeitschr. f. Vermw.* ***8.*** *S. 497–504. 1879.*
19. Schwirkus, G.: Das erste in Deutschland fabrizierte Deckglas für Mikroskope. *Zeitschr. f. Instrkde.* ***1.*** *S. 235–236. 1881.*
20. Hensoldt, M.: Über Ablese-Mikroskope im allgemeinen, sowie über Schrauben-Mikroskope und die Skalenmikroskope des Verfassers insbesondere. *Zentral-Ztg. f. Mech. u. Opt.* ***8.*** *S. 242–246. 1887.*
21. Hensoldt, C.: Das Hensoldt-Werk und seine Beziehungen zur allgemeinen Fernrohrtechnik. (Wetzlar, 1908.)
22. Breithaupt, W.: Die Theodolite des math.-mech. Instituts F. W. Breithaupt & Sohn. 2. Aufl. (Kassel, 1919.)
23. Vogler, Ch. A.: Abbildungen geodätischer Instrumente. (Berlin, 1892.)
24. Helmert, F. R.: Die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. (Leipzig und Berlin, 1907.)
25. Lüdemann, K.: Über regelmäßige Fehler bei Zehntelschätzungen. *Mitt. d. Vereinig. v. Freunden der Astron. und kosm. Phys. Teil 1:* ***26.*** *S. 1–11. 1916.*
26. Lüdemann, K.: Über die mit dem Ausdruck „Dezimalgleichung" bezeichnete Art von regelmäßigen Fehlern bei der Zehntelschätzung im Zentimeterfelde von Nivellierlatten. Wird demnächst veröffentlicht.
27. Dorst, F. J.: Über die Größe des Beobachtungsfehlers bei Ablesen eingeteilter Instrumente. *Zeitschr. f. Instrkde.* ***6.*** *S. 383–387. 1886.*
28. Kummer, G.: Mitteilung von Beobachtungsergebnissen über die Schätzungs- und Kartierungsgenauigkeit an Maßstäben und Kartierungsinstrumenten. *Zeitschr. f. Vermw.* ***36.*** *S. 531–541, 561–579, 593–607. 1907.*
29. Müller, C.: Einiges über Beobachtungsfehler beim Abschätzen an Teilungen geodätischer Instrumente. *Fortschr. d. Psychologie u. ihrer Anwendungen* ***4.*** *S. 1–33. 1916.*
30. Vogler, Ch. A.: Lehrbuch der praktischen Geometrie. Teil I. (Braunschweig, 1885.)

31. Breithaupt & Sohn, F. W.: Neue Ablesevorrichtung. *Zeitschr. f. Vermw.* **9.** *S. 207–210. 1880.* Auch Carl, *Repertorium für Experimentalphysik usw. S. 713–715. 1879.*
32. Jordan, W.: Genauigkeitsversuch mit der Hensoldtschen Ablesevorrichtung. *Zeitschr. f. Vermw.* **8.** *S. 504–505. 1879.*
33. Vogler, Ch. A.: Geodätische Übungen für Landmesser und Ingenieure. 3. Aufl. (Berlin, 1913.)
34. Fennel Söhne, Otto: Katalog geodätischer Instrumente. Abb. 2: Feldmeßtheodolite (Kassel, 1921). Einschaltblatt „Bemerkungen über die Ablesung von Theodoliten durch Schätz-Mikroskope, Nonien-Mikroskope und Skalen-Mikroskope."
35. Fennel, A.: Geodätische Instrumente. Heft III: Mikroskop-Theodolite. (Stuttgart, 1912.)
36. Kummer, G.: Genauigkeit der Abschätzung mittelst Nivellierfernrohres. *Zeitschr. f. Vermw.* **26.** *S. 225–245, 257–275. 1897.*
37. Spaeth, L.: Der freirollende Koordinatograph. *Zeitschr. d. Vereins d. höh. bayer. Vermessgsbten.* **18.** *S. 131–144. 1914.*

Meine Integraphen für Differentialgleichungen.

Von

Ernst Pascal, o. Professor an der Universität Neapel.

Neapel 1914.

Übersetzung aus dem Italienischen von Professor Dr. A. Galle in Potsdam.

(Fortsetzung von S. 277.)

§ 17. Integration der linearen Differentialgleichung mit allgemeinen Koeffizienten.[1])

Die im vorigen Paragraphen enthaltenen Betrachtungen können erweitert werden, um ein andres Ergebnis zu erhalten, das nicht des Interesses entbehrt.

Wir haben im § 5 gesehen, daß man mit dem Integraphen mit gerader Stange die Integration der auf die *kanonische Form* zurückgeführten linearen Differentialgleichung

$$ay' + y = Q(x)$$

erhält. Aber es läßt sich zeigen, daß mit einem einfachen Zusatz zu dem Apparate des vorigen Paragraphen direkt die Differentialgleichung

$$y' = F(x)y + \psi(x) \qquad 92)$$

integriert werden kann, ohne daß wir benötigt sind, wie im andern Falle, diese Gleichung erst auf die erwähnte kanonische Form zu bringen.

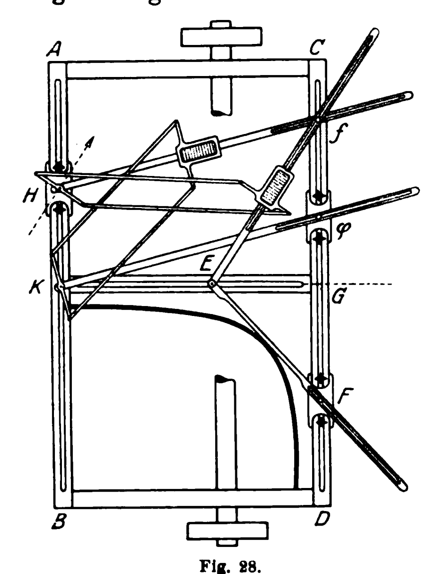


Fig. 28.

Wir nehmen noch, wie in Figur 27, die Stange Hf gelenkig um den Zapfen H des Integralwagens, aber richten es so ein (Fig. 28), indem wir in gewöhnlicher Weise ein Gelenkparallelogramm einsetzen, daß diese Stange immer einer andern Stange $K\varphi$ parallel bleibt. Hierbei ist K der Mittelpunkt der Seite AB des Fundamentalrechtecks und φ der Zapfen eines auf CD gleitenden Wagens, den man eine Kurve mit den Ordinaten $\varphi(x)$ beschreiben läßt.

---

[1]) In einer späteren Veröffentlichung: „*La risoluzione meccanica esatta delle equazioni lineari generali di 2° ordine*" zeigt Prof. E. Pascal, durch welches kinematographische Verfahren die Operation dergestalt werden kann, die der Integration einer allgemeinen linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit variabeln Koeffizienten entspricht. Er weist dabei auf die Wichtigkeit dieser Untersuchung für die Anwendung in der Elektrotechnik hin. *G.*

Zum Unterschiede von der vorigen Figur, ist hier die Hyperbel am unteren Teile des Instruments, unterhalb der x-Achse angebracht, wodurch Komplikationen und Überdeckungen sowohl in der Zeichnung als in der Konstruktion vermieden werden können; dies bringt natürlich mit sich, daß auch der Wagen F statt oben ebenfalls unterhalb der x-Achse steht und daß man statt der Kurve F die zur gegegebenen in bezug auf die x-Achse symmetrische anwenden muß. Man erreicht so den Vorteil, daß die Bewegung des Wagens F nicht die des andern hindert.

Es ist klar, daß man mit der angegebenen Anordnung genau wie im vorigen Paragraphen einer Beziehung, wie Gleichung 90), genügen kann, in die für die konstante Länge c die nach x veränderliche $\varphi(x)$ eingesetzt wird.

Man hat dann:

$$f(x) = \int_0^x f(x)\, F(x)\, dx + \varphi(x) \qquad 93)$$

mit

$$f(0) = \varphi(0).$$

Hieraus erhält man durch Differentiation

$$f'(x) = f(x) F(x) + \varphi'(x),$$

und wenn man

$$\varphi'(x) = \psi(x)$$
$$f(x) = y$$

setzt, bekommt man gerade die Gleichung 92).

Ist 92) gegeben, also die beiden Kurven F und ψ, so leitet man aus der Kurve ψ mittels eines Integraphen für Quadraturen die Kurve φ ab und man erhält mit Anwendung des Instrumentes die Kurve $y = f(x)$ als Lösung der Gleichung 92). Für $\psi = 0$ und $\varphi = c$ kommt man auf den Fall von § 16 zurück.

§ 18. Lösung der Integralgleichung von der Volterraschen Form.

Eine andere wichtigere Anwendung des in § 15 beschriebenen Apparates betrifft die Lösung der *Integralgleichung* vom Volterra schen Typus.

Die analytische Operation, die durch die Integralgleichungen dargestellt wird ist eine Operation. höherer Art, als diejenigen, die durch gewöhnliche Differentialgleichungen dargestellt werden, weil bei den Integralgleichungen die *Vererbungserscheinung* auftritt, was bei jenen nicht der Fall ist. Die *Drehrolle* kann, wenn sie an einer geeigneten kinematischen Vorrichtung angebracht ist, zur Lösung der Differentialgleichungen dienen, das heißt jene *Kontinuität* verwirklichen, welche der von den Differentialgleichungen dargestellten Operation innewohnt (diese *Kontinuität* ist von einem gewissen Gesichtspunkte aus ebenfalls eine *Vererbung*, wenn auch von niederer Art, insofern die nachfolgenden Stellungen des Röllchens natürlich von den vorangehenden Stellungen und Richtungen abhängen). Dagegen kann die Drehrolle nicht mehr für die Integralgleichungen ausreichen, weil für diese (wenn wir die Kurve, die ihre Lösung ist, in einem kontinuierlichen Zuge zeichnen wollen) etwas hinzukommen muß, was die verwickeltere Vererbungserscheinung kinematisch zu verwirklichen vermag. Aber wenn wir uns hier bei der Anwendung auf die Lösungsformel der Integralgleichungen von der Volterraschen Form damit begnügen, die Kurve f genähert punktweise zu finden, also ein Instrument anzuwenden, das für jede gegebene Abszisse den entsprechenden Punkt von f zu finden gestattet, so genügt auch die Drehrolle.

Die Integralgleichung, die wir betrachten wollen, ist folgende:

$$\int_0^t f(x) F(t-x)\,dx = f(t) - \varphi(t); \tag{94}$$

hierin ist F der Kern, $\varphi(t)$ eine bekannte Funktion und f die unbekannte Funktion.

Setzt man

$$\Phi(t-x) = F(t-x) + F_1(t-x) + F_2(t-x) + \ldots \tag{95}$$

und

$$F_n(t) = \int_0^t F_{n-1}(t-x) F(x)\,dx = \int_0^t F_{n-1}(x) F(t-x)\,dx, \tag{96}$$

so ist die Auflösung von 94), bekanntlich:

$$f(t) = \varphi(t) + \int_0^t \varphi(x) \Phi(t-x)\,dx. \tag{97}$$

Wir denken uns nun einen Wert t_0 von t bestimmt und die Kurve mit den Ordinaten $F(x)$ und die mit den Ordinaten $F(-x)$ gezeichnet.

Wenn wir an den Zapfen F des Apparates des § 15 eine bewegliche Querstange normal zu CD anfügen, die einen Stift trägt, den man von CD nach rechts in verschiedenen Entfernungen (meßbar auf einer angebrachten Teilung) feststellen kann, so genügt es mit diesem Stift, der in der Entfernung t_0 festgestellt ist, die genannte Kurve mit den Ordinaten $F(-x)$ zu beschreiben; man erhält dann dasselbe, als wenn wir den Stift auf CD festließen und statt dessen die Kurve um t_0 nach links auf dem Zeichenblatt verschöben.

Beschreibt man mit dem Stift f des Instruments die Kurve mit den Ordinaten $F(x)$ nnd mit dem in der Entfernung t_0 festgestellten Stift F die Kurve mit den Ordinaten $F(-x)$, so gelangt man bei Ausdehnung der Integration bis $x = t_0$, infolge von 96) für $n = 1$, zu einem Punkte der Kurve mit den Ordinaten $F_1(x)$, gerade dem Punkte, der der Abszisse t_0 entspricht. Auf diese Weise kann die Kurve $y = F_1(t)$ punktweise gezeichnet werden (die t-Achse fällt mit der x-Achse des Integrationsinstruments zusammen).

Hiernach können wir durch wiederholte Anwendungen derselben Operation zuerst die Kurven mit den Ordinaten F_1, F_2, . . . zeichnen (es wird genügen, nur die ersten von ihnen zu zeichnen, weil man weiß, daß es bei der unendlichen Entwicklung 95) genügt, sich auf die durch die ersten Glieder erlangbare Annäherung zu beschränken, indem diese Entwicklung schnell konvergiert) und dann, wenn die Kurve mit den Ordinaten Φ konstruiert ist, die Kurve f nach 97) konstruieren.

Diese f und die F_1, F_2, . . . werden punktweise und nicht durch eine kontinuierliche Bewegung konstruiert erhalten, weil das Instrument zwar z. B. kontinuierlich die Kurve mit den Ordinaten

$$\int_0^z \varphi(x)\, \Phi(t-x)\,dx$$

für ein bestimmtes t beschreibt, aber von dieser Kurve nur ein Punkt mit der Abszisse $z = t$ betrachtet werden darf, der ein Punkt der andern Kurve ist, die man für unsern Zweck sucht.

§ 19. Integraph mit konstantem Vektor.

Wir lassen die Schiene, auf der der Differentialwagen läuft, weg und allein diejenige bestehen, auf der der Integralwagen gleitet, an dem die Drehrolle angebracht ist (siehe Fig. 29).

An seinem Zapfen C befestigen wir in einer angegebenen Richtung (die wie gewöhnlich an einem dazu angebrachten geteilten Quadranten abgelesen werden kann) eine geteilte Stange L, die einen vertikalen Stift trägt, den man mit einer Schraube P in einer beliebig gegebenen Entfernung von C festklemmen kann. Von dieser Spitze läßt man eine vorgelegte Kurve mit den Ordinaten $Q(x)$ beschreiben; die Drehrolle wird eine Kurve beschreiben, die das Integral einer charakteristichen Differentialgleichung ist, die wir jetzt berechnen wollen.

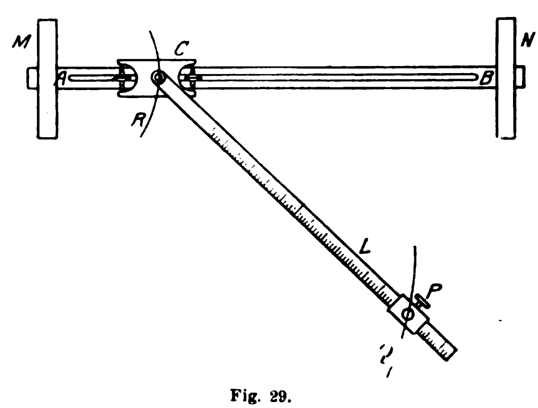


Fig. 29.

Im wesentlichen ist dieser Integraph nur eine Abänderung des bekannten *Schneidenplanimeters* von Prytz[1]), das ein sehr einfaches, oder vielmehr rohes Instrument ist und sicher nicht unter die Präzisionsinstrumente gerechnet werden kann.

Dieses Planimeter wird von einer an ihren beiden Enden rechtwinklig umgebogenen Eisenstange gebildet; von seinen beiden Ansätzen (die gleichlang und mit der Hauptstange in einer Ebene gelegen sind) endet der eine in einer Spitze, der andre in einer Schneide. Durchläuft man mit der Spitze eine auf dem horizontalen Blatte gezeichnete Kurve, so kann man aus der Kurve, welche die Schneide auf demselben Blatte zieht, eine genäherte Bestimmung des Flächeninhalts, der Schwerpunktlage und die Lösung andrer praktischer Aufgaben ableiten.

Man kann, wie es Prof. A. Scribanti[2]) kürzlich getan hat, die Differentialgleichung berechnen, die das Instrument, wenn man es so läßt, wie es ist, integriert; aber mit Abänderungen und mit der angegebenen Einrichtung erreicht man etwas sehr viel Allgemeineres und Vollständigeres.

Bei dem Integraphen mit gerader Stange (vgl. § 5) ist in allen Stellungen die Projektion des Abstandes der beiden Stifte, des Differential- und des Integralstiftes, auf die zur Instrumenachse normale Achse (auf die x-Achse) konstant; bei diesem Apparat ist dagegen dieser Abstand selbst konstant, das ist der Grund, warum wir ihn *Integraph mit konstantem Vektor* nennen.

Wir wollen nun die Differentialgleichung berechnen, deren Integration mit dem Instrumente gelingt.

Nimmt man eine beliebige Achse als x-Achse und die dazu normale als y-Achse, so sei Θ der Winkel, den die Rollenebene mit der x-Achse, α der Winkel, den dieselbe

[1]) E. Pascal, *Il planimetro a scure di Prytz trasformato in integrafo per una notevole equazione differenziale* (Rend. della R. Accad. della Sc. fis. e mat. di Napoli, (3) v. 19, 1913).

[2]) A. Scribanti, *Il planimetro a scure considerato come integrafo per equazioni differenziali (Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, v. 48, 1912—13);Ancora intorno al planimetro a scure applicato all' integrazione di equazioni differenziali* (Ibid.). Altri lavori dello stesso Autore sul planimetro a scure sono in Giorn. di mat. di Battaglini, (3) v. 51, 1913, e in Nuovo Cimento, (6) v. 51, 1913.

Ebene mit der Stange einschließt, die im Punkte der Differentialkurve endet, l die Länge dieser Stange und endlich

$$y_1 = Q(x_1) \tag{98}$$

die Gleichung der Differentialkurve.

Wenn y die Ordinate des Punktes der Integralkurve ist, so hat man

$$Q(x_1) - y = l \sin(\Theta - \alpha)$$
$$x_1 = x + l \cos(\Theta - \alpha)$$

und damit

$$y + l \sin(\Theta - \alpha) = Q[x + l \cos(\Theta - \alpha)]. \tag{99}$$

Setzt man nun

$$\left.\begin{array}{l} l \cos \alpha = r \\ l \sin \alpha = s \end{array}\right\} \tag{100}$$

$$\sin \Theta = \frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2}} \qquad \left(y' = \frac{dy}{dx}\right)$$

$$\cos \Theta = \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}},$$

so entsteht aus 99):

$$y + \frac{ry' - s}{\sqrt{1 + y'^2}} = Q\left(x + \frac{r + sy'}{\sqrt{1 + y'^2}}\right) \tag{101}$$

und dies ist die gesuchte Differentialgleichung.

Die Konstanten r, s sind beliebig, positiv oder negativ; die Summe ihrer Quadrate ist das Quadrat der Größe l; sind r und s gegeben, so kann aus 100) sogleich die Länge l und der Richtungswinkel α abgeleitet werden.

Die Gleichung 101) hat eine charakteristische Form; für $s = 0$ reduziert sie sich natürlich auf die von Scribanti berechnete; setzt man überdies

$$x' = \frac{1}{y'} = \frac{dx}{dy},$$

so kann 101) geschrieben werden:

$$y + \frac{ry' - s}{\sqrt{1 + y'^2}} = Q\left(x + \frac{rx' + s}{\sqrt{1 + x'^2}}\right) \tag{102}$$

und es zeigt sich sofort eine Analogie zwischen der Bildung des ersten Gliedes und der des Argumentes von Q.

Ändert sich das Zeichen von s (was eine Zeichenänderung des Richtungswinkels der Rollenebene anzeigt) und bedeutet P die inverse Funktion von Q, das heißt nimmt man an, daß aus 98)

$$x_1 = P(y_1)$$

hervorgeht, so erhält man aus 101):

$$x + \frac{rx' - s}{\sqrt{1 + x'^2}} = P\left(y + \frac{r + sx'}{\sqrt{1 + x'^2}}\right), \tag{103}$$

was von derselben Form wie 101) selbst ist, nur daß x mit y vertauscht ist.

Ist $P \equiv Q$, also die Gleichung 98) in x und y symmetrisch, so fällt 103) mit 101) zusammen, abgesehen von der Vertauschung von x und y. Also ist in diesem Falle die mit einem Richtungswinkel α erhaltene Integralkurve symmetrisch in bezug auf die Halbierungslinie des Achsenwinkels zu der mit dem Richtungswinkel $-\alpha$ erhaltenen. Folglich ist die Lage der Koordinatenachsen willkürlich (zum Unterschied

von dem Integraphen mit gerader Stange und den andern Integraphen); dasselbe läßt sich nicht nur für eine Kurve mit der Gleichung 98), die in x und y symmetrisch ist, beweisen, sondern auch für eine, die mit Vertauschung der Achsen auf eine solche zurückgeführt werden kann.

Aus der Willkür der Koordinatenachsen folgt eine wichtige Eigenschaft der Gleichung 101), nämlich die, daß sie *bei irgend einer Transformation der Koordinaten dieselbe Form* behält, wie übrigens noch besser aus der Gleichung selbst gezeigt werden kann. Denn bei einer Drehung der Achsen

$$x = X\cos\omega - Y\sin\omega$$
$$y = X\sin\omega + Y\cos\omega$$

ergibt sich aus 101):

$$\left(Y + \frac{rY' - s}{\sqrt{1+Y'^2}}\right)\cos\omega + \left(X + \frac{r + sY'}{\sqrt{1+Y'^2}}\right)\sin\omega =$$
$$= Q\left[-\left(Y + \frac{rY' - s}{\sqrt{1+Y'^2}}\right)\sin\omega + \left(X + \frac{r + sY'}{\sqrt{1+Y'^2}}\right)\cos\omega\right]$$

woraus man genau

$$Y + \frac{rY' - s}{\sqrt{1+Y'^2}} = \text{funkt.}\left(X + \frac{r + sY'}{\sqrt{1+Y'^2}}\right)$$

erhält.

Läßt man den Differentialstift eine Gerade durchlaufen, also setzt man

$$Q(x_1) = -mx_1,$$

so erkennt man, daß sich mit diesem Integraphen irgendeine Differentialgleichung von der Form

$$\frac{ay' + b}{\sqrt{1+y'^2}} = y + mx \qquad 104)$$

integrieren läßt, wenn a, b, m beliebige Konstanten sind.

Die Integration solcher Differentialgleichungen läßt sich leicht auf eine Quadratur zurückführen; denn wenn man die erwähnte Gerade zur x-Achse nimmt, so wird die Gleichung auf die Form

$$y + \frac{ry' - s}{\sqrt{1+y'^2}} = 0 \qquad 105)$$

zurückgeführt, die der Quadratur

$$y = \int \frac{y\sqrt{r^2 + s^2 - y^2} - rs}{y^2 - r^2}\,dx$$

entspricht; die Integrationskonstante ist hier *positiv.*

Wir schließen daraus, daß bei verschiedenen Anfangsstellungen des Integralstiftes und bei jedesmaligem Durchlaufen ein und derselben Geraden mit dem Differentialstift die von dem Instrument aufgezeichneten Kurven die verschiedenen Lagen derselben, mit sich selbst parallel verschobenen Kurve darstellen müssen, während die genannte Gerade in sich selbst gleitet.

Sind der Richtungswinkel α des Röllchens, die Länge l der Stange, die Kurve Q und die Anfangslage des Integrierstifts gegeben, so können natürlich wie mit jedem Integraphen auf dem Zeichenblatt direkt solche Konstruktionen ausgeführt werden, die dazu dienen, die Integralkurve R mit größerer oder geringerer Annäherung zu ziehen.

Man teilt die Kurve Q in eine Anzahl Bogenstücke durch die Punkte a, b, $c, \ldots$: ist dann a_1 der Anfangspunkt der Kurve R, so daß $a_1 a \equiv l$ sei, so zieht man die Gerade t_a unter dem Winkel α gegen $a_1 a$, welche die Tangente an R in a_1 ist.

Von b als Mittelpunkt findet man mit dem Radius l auf t_a den Punkt b_1, nach Verbindung von b_1 mit b, zieht man von b_1 unter dem Winkel α gegen $b_1 b$ die Gerade t_b. Fährt man so fort, so wird die Kurve $a_1 b_1 c_1 \ldots$ mit um so größerer Annäherung die Kurve R sein, in je mehr kleine Bogen die Kurve Q geteilt ist.

Diese Konstruktion hat natürlich einen diskontinuierlichen Charakter, das Instrument kann mit seiner Drehrolle die Kontinuität wieder herstellen, daher erhält man als Endergebnis eine Kurve, die sich um so mehr von der durch Annäherung gezogenen unterscheidet, je weiter man sich vom Anfangspunkt entfernt.

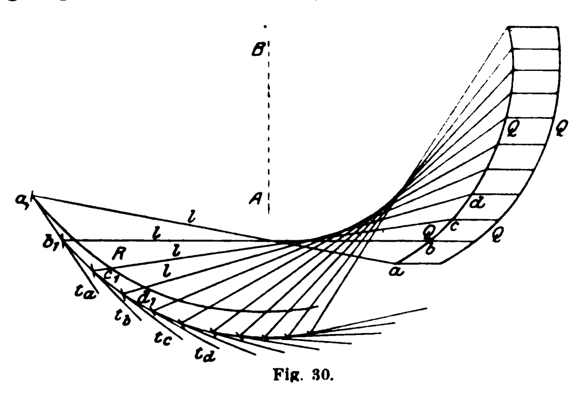


Fig. 30.

Die Zeichnung in Figur 30 stellt in verkleinertem Maßstab die mit dem Apparat und die durch die Näherungskonstruktion erhaltenen Ergebnisse genau dar.

Da am Apparat die Schreibfeder in einem bestimmten Abstand und in bestimmter Richtung von der Drehrolle sich befindet, so kann die Kurve Q nicht dieselbe sein, wenn man den Apparat zur Zeichnung von R verwendet, wie die, die man bei der Näherungskonstruktion erhält, sondern sie muß um eine bestimmte Strecke normal gegen die Achse AB des angewandten Instruments verschoben sein. Deshalb erscheinen in der Figur zwei Kurven Q.

§ 20. Integraphen mit gekrümmter Schiene. — Differentialgleichungen von der Form $ay' = Q[x + \varphi(y)]$, $\varphi(y)\,y' + y = Q[x + \varphi(y)]$, und andre allgemeinere[1]).

Bei den zuletzt beschriebenen Integraphen sind die Schienen, auf denen die beiden Wagen, der Differential- und Integralwagen, laufen, geradlinig und liegen in der Richtung der Seiten AB, CD des Fundamentalrechtecks.

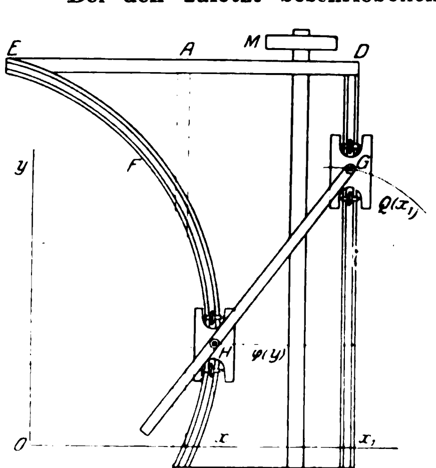


Fig. 31.

Wir lassen nun die linke Schiene (diejenige, auf der der Integralwagen gleitet) statt geradlinig nach einer Kurve EFB (siehe Fig. 31) gekrümmt sein.

Wir wollen diese Kurve auf zwei rechtwinklige Achsen beziehen; eine sei die X-Achse, die mit der x-Achse des Zeichenblattes zusammenfällt, die andre mit dem Instrument bewegliche sei die Seite CD, auf der der Differentialwagen gleitet; es sei $X = \varphi(y)$ die Gleichung der Kurve EFB. Wir wollen die Beziehung, die in jedem Augenblick zwischen der Abszisse des Stiftes des

[1]) E. Pascal, *Sopra alcune classi di Integrafi per equazioni differenziali* (Rend. della R. Accad. della scienze fis. e mat. di Napoli, (3) v. 17, 1911).

Differentialwagens und der des Integralwagens besteht, kennen lernen. Bezeichnen wir letztere mit x und die Abszisse eines Punktes der Differentialkurve (also der vom Stift des rechten Wagens beschriebenen) mit x_1, so hat man offenbar:

$$x_1 = x + X = x + \varphi(y),$$

wenn man sich auf dieselbe y-Achse bezieht.

Dies vorausgeschickt müssen wir nun noch die Art der Verbindung der beiden Wagen bestimmen, die natürlich alle die verschiedenen Unterschiede zeigt, die wir oben für den Fall der geraden Schiene aufgezählt haben.

Zuerst seien die beiden Wagen G, H in der Weise durch ein Gelenkparallelogramm verbunden, daß die Richtung der Drehrolle immer der Verbindungslinie von G mit einem festen Punkte der x-Achse (Zapfen) parallel ist, der um a von der Projektion von G auf die x-Achse absteht. Die Tangente an die Kurve $y = y(x)$, die von der Drehrolle beschrieben wird, hat dann als Winkelkoeffizienten in jedem Augenblick:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q(x_1)}{a}$$

[wenn $Q(x_1)$ die Ordinate der Differentialkurve und a die Maßeinheit des Instruments ist], mithin hat man die Differentialgleichung zu integrieren

$$a y' = Q[x + \varphi(y)], \tag{106}$$

worin Q eine beliebig gegebene Funktion und φ ebenfalls eine beliebige Funktion ist, aber jedem φ ein besonderer Apparat entspricht, oder besser eine besondere, entsprechend der Kurve mit der Gleichung $x = \varphi(y)$ gekrümmte Schiene, die auf der linken Seite des Apparates anzubringen ist. Man kann mithin einen einzigen Apparat mit verschiedenen Ersatzschienen konstruieren.

Wenn wir uns jetzt denken, daß mit der Drehrolle die gewöhnliche Einrichtung verbunden ist, durch die ihre Ebene gedreht und gegen eine Anfangslage unter dem Winkel $\alpha = \operatorname{arctg} m$ festgestellt werden kann, so gelangt man zur Integration der allgemeineren Differentialgleichung

$$y' = \frac{am + Q[x + \varphi(y)]}{a - mQ[x + \varphi(y)]}. \tag{107}$$

Wir verbinden zweitens die beiden Wagen statt durch das Gelenkparallelogramm durch die in der Figur gezeichnete gerade Stange GH. Klemmen wir die Rollenebene bei O^0 fest, so kommt die Gleichung

$$y' = \frac{Q[x + \varphi(y)] - y}{\varphi(y)} \tag{108}$$

zur Integration; wenn wir sie statt dessen im Winkel $\alpha = \operatorname{arc\,tg} m$ feststellen, so erhält man eine andre Gleichung, die allgemeiner als 108) und 37) ist:

$$y = \varphi(y)\frac{m + y'}{my' - 1} + Q[x + \varphi(y)], \tag{109}$$

die gleichbedeutend mit

$$y' = \frac{-m\varphi(y) + \{Q[x + \varphi(y)] - y\}}{\varphi(y) + m\{Q[x + \varphi(y)] - y\}} \tag{110}$$

ist.

Wir wollen endlich zusehen, welche Gleichung sich integrieren läßt, wenn wir die beiden Wagen durch eine gekrümmte Stange verbinden, wie wir es in § 2 ff. getan haben.

Die Kurve, nach der diese Stange gebogen ist, habe zur Gleichung in Polarkoordinaten Θ, ϱ (den Punkt G als Pol genommen):

$$\Theta = f(\varrho). \tag{111}$$

Wir können die Formel 110) in Betracht ziehen und dort die Größe m veränderlich annehmen, die die trigonometrische Tangente des Winkels ist, den die Rollenrichtung mit der geraden Verbindungslinie der Punkte H und G bildet; in unserm Falle ist die Richtung der Rolle die der Tangente der Kurve 111) und mithin wird m gleich $tg\,\beta$ sein, wo β der Winkel ist, den die Tangente an diese Kurve in H mit dem Radius Vektor $\varrho = GH$ einschließt; also

$$m = tg\beta = \frac{\varrho\, d\Theta}{d\varrho}.$$

Ist die Gleichung 111) gegeben, so berechnet man diesen Wert m und erhält

$$m = F(\varrho^2).$$

Andererseits hat man:

$$\varrho^2 = \{Q[x + \varphi(y)] - y\}^2 + \varphi^2(y),$$

daher endlich

$$m = F(\{Q[x + \varphi(y)] - y\}^2 + \varphi^2(y)).$$

Setzt man diesen Wert in 110) ein, so hat man die gesuchte Differentialgleichung, die also von der Form

$$y' = \frac{\psi - \varphi F(\varphi^2 + \psi^2)}{\varphi + \psi F(\varphi^2 + \psi^2)} \tag{112}$$

ist, wenn man

$$\psi = Q[x + \varphi(y)] - y$$
$$\varphi = \varphi(y)$$

setzt. Q ist die willkürliche Funktion, wenn man darunter die auf dem Zeichenblatt dargestellte Kurve versteht, die von dem Stifte des Differentialwagens verfolgt wird; φ ist die Funktion, die eine Beziehung zu der zweiten Kurve hat, nach der die Schiene gekrümmt ist, auf der der Integralwagen gleitet, und F ist die Funktion, die von der Form der Stange abhängt, welche die Zapfen der beiden Wagen verbindet.

Ist eine Funktion F gegeben, so hat die Kurve, nach der diese Stange gekrümmt sein muß, zur Gleichung:

$$\Theta = \int \frac{F(\varrho^2)}{\varrho} d\varrho. \tag{113}$$

§ 21. Integraph für die Differentialgleichung $y' = f[x + \varphi(y)]\, F(x)$.

Wir wenden uns einen Augenblick den in § 15 gemachten Betrachtungen zu und nehmen an, daß bei dem dort beschriebenen Instrument die Schiene des Integralwagens (die linke) statt geradlinig, wie wir dort voraussetzten, gekrümmt sei, wie bei den im vorigen Paragraphen betrachteten Apparaten.

Es ist dann klar, daß man zur Integration einer Gleichung wie 106) gelangt, in der aber a variabel und zwar sein Wert immer umgekehrt proportional der Ordinate einer Funktion $F(x)$ ist, die durch eine Kurve auf dem Zeichenblatt dargestellt wird.

Wenn wir Q durch f ersetzen, so erhalten wir mit dieser neuen einfachen Einrichtung die Integration aller Gleichungen von der Form

$$y' = f[x + \varphi(y)]\,F(x), \tag{114}$$

wobei φ von der Form der Schiene abhängt und f und F durch zwei Kurven dargestellt werden, die beliebig auf der Zeichenebene gezogen sind.

Es ist der Mühe wert, zu bemerken, daß in der Form 114) eine Umformung der allgemeinen Gleichung des Hodographen für die Bewegung eines Geschosses in einem Mittel von beliebigem Widerstand wiederkehrt, die wir in § 13 behandelt haben.

In der Tat erhalten wir, wenn wir in 75) x mit y und $f(x)$ mit $-\varphi(y)$ vertauschen:

$$\frac{dy}{dx} = [x + \varphi(y)]\,\frac{1}{1 - x^2}, \tag{115}$$

was auf die Form 114) zurückkommt.

Der Apparat dieses Paragraphen kann also auf einem andern Wege die von uns in § 13 behandelte Aufgabe lösen; aber die neue Lösung hat in bezug auf die alte doch das Unbequeme, daß die Widerstandsfunktion $\varphi(y)$ nicht durch eine in der Zeichenebene beliebig gezogene Kurve, wie dies in § 13 der Fall war, sondern durch eine Kurve dargestellt ist, nach der die linke Seite des Instruments gebogen ist und man muß daher für jede Widerstandsfunktion das Instrument abändern und eine andre Schiene einsetzen.

Teil II.

Polarintegraphen.

§ 22. Vorbemerkungen. — Beschreibung des Apparates mit gerader Stange. — Die polaren Quadraturen¹).

Der schematische Grundriß aller der Integraphen, die wir im I. Teil behandelt haben, ist ein Rechteck mit parallelen Seiten zu den Koordinatenachsen der x und y, auf die die Kurven bezogen werden, die das Instrument zeichnet. Der Grundriß dieses neuen Instruments ist dagegen, wie Fig. 32 zeigt, ein Kreissektor AOB, der mit drei Stützpunkten auf der Zeichenebene ruht: mit einer auf der Ebene beweglichen Walze M, einem Zapfen O, um den sich der ganze Apparat drehen kann und mit dem Rand der Drehrolle des Integralwagens H.

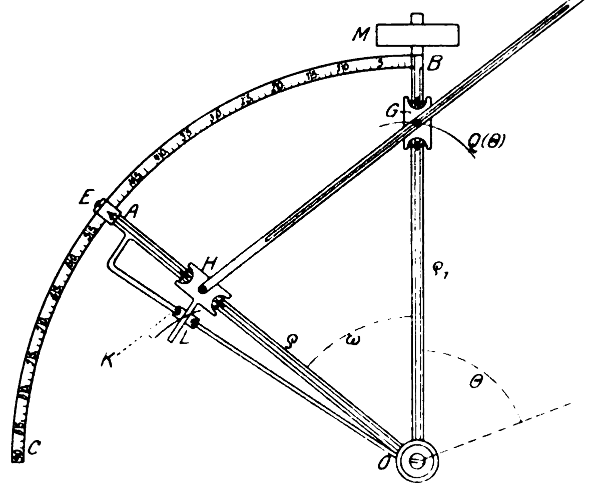


Fig. 32.

Auf der Schiene OB gleitet in gewöhnlicher Weise ein (Differential-) Wagen G und auf der Schiene OA gleitet der Integralwagen.

Die Stange OA kann mit einer Schraube E in irgendeinem Punkte des geteilten Quadranten BC festgestellt werden; der Winkel ω, den sie mit OB bilden soll und der an dem Quadranten

¹) E. Pascal, *Di un nuovo integrafo per quadrature ed equazioni differenziali* (Rend. delle R. Acc. delle sc. fis. e mat. di Napoli, (3) t. 17, 1911; *Il mio integrafo polare e le sue applicazioni* (Giorn. di mat. di Battaglini, (3) t. 50, 1912).

abgelesen wird, ist eine der *Konstanten des Instruments*, die indes, wenn man will, von Fall zu Fall verändert werden kann. In starrer Verbindung mit der Stange OA ist eine andre Stange OL befestigt, auf der ein Wagen L rollt, der einen Schreibstift trägt, und durch eine kleine Stange HL bewegt wird. Sie sitzt an dem Mittelpunkt des Wagens H in der Weise fest, daß sie gleiche Winkel mit den Seiten HO, LO bildet. Auf diese Art ist die Kurve, die von der Schreibfeder beschrieben wird, dieselbe wie die, welche die unter H liegende Drehrolle beschreibt, nur daß sie um einen konstanten Winkel LOA um O verdreht ist, der eine andre, aber unveränderliche Konstante des Instruments ist.

Die beiden Wagen können miteinander verbunden werden, entweder durch eine gerade Stange GH oder durch eine gekrümmte Stange oder durch irgendeine andre kinematische Vorrichtung, ähnlich wie sie im ersten Teil besprochen ist.

Wir werden uns hier darauf beschränken, nur den Fall der geraden Stange ausführlich zu behandeln, und alle übrigen übergehen.

Eine solche Stange muß in H starr mit dem Zapfen des Integralwagens in der Art verbunden sein, daß sie einen konstanten Winkel α mit der Ebene der Drehrolle bildet und sich zusammen mit ihm bewegt, während der Zapfen G sich in einer längs der Stange angebrachten Rille bewegt.

Wir wollen nun eine gerade Stange und $\alpha = 0$ voraussetzen und die Kurve berechnen, die H entsprechend einer von G beschriebenen beliebigen Kurve aufzeichnet. Ihre Gleichung in Polarkoordinaten und mit O als Pol und Ox als x-Achse sei:

$$\varrho_1 = Q(\Theta). \tag{116}$$

Der Polarwinkel der von H beschriebenen Kurve ist $\Theta + \omega$ und die Tangente an diese Kurve liegt in der Richtung HG.

Der Winkel φ, den die (im Sinne des wachsenden Polarwinkels gezogene) Kurventangente HK mit der (im Sinne des zunehmenden Polarwinkels gezogenen) Normalen zum Radius Vektor $\varrho = OH$ bildet, ist durch

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{d\varrho}{\varrho\, d(\Theta + \omega)} = \frac{d\varrho}{\varrho\, d\Theta} \tag{117}$$

gegeben, während man andererseits aus dem Dreieck HOG

$$\sin(GHO) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \mp \varphi\right) = \cos\varphi = \frac{\varrho_1 \sin\omega}{HG}$$

$$= \frac{\varrho_1 \sin\omega}{\sqrt{\varrho^2 + \varrho_1^2 - 2\varrho\varrho_1 \cos\omega}}$$

$$\sin\varphi = \frac{\varrho - \varrho_1 \cos\omega}{\sqrt{\varrho^2 + \varrho_1^2 - 2\varrho\varrho_1 \cos\omega}}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\varrho - \varrho_1 \cos\omega}{\varrho_1 \sin\omega} \tag{118}$$

ableitet; endlich erhält man wegen 116) und 117)

$$\frac{d\varrho}{d\Theta} = \frac{\varrho^2}{\sin\omega \cdot Q(\Theta)} - \varrho \cdot \operatorname{ctg}\omega. \tag{119}$$

worin Q *eine willkürliche Funktion von* Θ *und* ω *eine Konstante* ist. Dies ist die *Differentialgleichung, die mit der angegebenen Vorrichtung integriert werden kann, wenn nämlich die Linie HG eine Gerade ist und die Drehrolle in der Richtung HG liegt.*

Gleichung 119) ist von der Form der Bernoullischen Gleichung, die sich in eine lineare Gleichung umformen läßt.

Wir wollen nun allgemeiner annehmen, daß die Drehrolle so angebracht ist, daß sie mit HK einen konstanten Winkel α bildet.

Bezeichnet man dann immer mit φ den Winkel, den die Tangente an die von der Drehrolle in H beschriebenen Kurve mit der Normalen zum Radius Vektor OH bildet und mit φ_1 den Winkel, den HK mit derselben Normalen einschließt, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \alpha \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{d\varrho}{\varrho\, d\Theta} \\ \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{\varrho - Q(\Theta)\cos\omega}{Q(\Theta)\sin\omega} \end{aligned}\right\}, \qquad 120)$$

mithin nach Elimination von φ und φ_1 ($\operatorname{tg}\alpha = m$ gesetzt):

$$\frac{d\varrho}{d\Theta} = \frac{\varrho^2 + \varrho Q(\Theta)(m\sin\omega - \cos\omega)}{Q(\Theta)(m\cos\omega + \sin\omega - m\varrho)} \qquad 121)$$

oder auch (wenn ϱ' die Ableitung von ϱ bezeichnet):

$$\frac{\varrho^2 + m\varrho\varrho'}{\varrho'(m\cos\omega + \sin\omega) - \varrho(m\sin\omega - \cos\omega)} = Q(\Theta). \qquad 122)$$

Dies ist eine *andre* (*allgemeinere* als die vorige) *Gleichung, die von unserm Apparat integriert wird, wenn die Stange HG gerade ist.*

Für $\alpha = 0$ erhält man natürlich aus 122) die Gleichung 119), und für $\alpha = -\omega$ erhält man:

$$\frac{d\varrho}{d\Theta} - \operatorname{ctg}\omega \cdot \varrho = -\frac{1}{\sin\omega} Q(\Theta), \qquad 123)$$

also enthält 122) auch als speziellen Fall direkt die lineare Gleichung; für $\alpha = 90^0$ erhält man:

$$\frac{d\varrho}{d\Theta} = \frac{\sin\omega \cdot Q(\Theta) \cdot \varrho}{\cos\omega \cdot Q(\Theta) - \varrho}. \qquad 124)$$

Wird nun in 119) und 124) $\omega = 90^0$ gesetzt, so erhalten wir die Gleichungen:

$$\frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\Theta} = -\frac{1}{Q(\Theta)} \qquad 125)$$

und

$$\frac{d\varrho}{d\Theta} = -Q(\Theta), \qquad 126)$$

die der *polaren Quadratur* der Funktion Q und ihres reziproken Wertes entsprechen.

Unser Apparat kann daher, einfach durch Änderung der Winkel, in gleicher Weise zu *Quadraturen, zu linearen Differentialgleichungen, zu* Bernoulli*schen Gleichungen* und endlich zu andern komplizierteren Differentialgleichungen gebraucht werden.

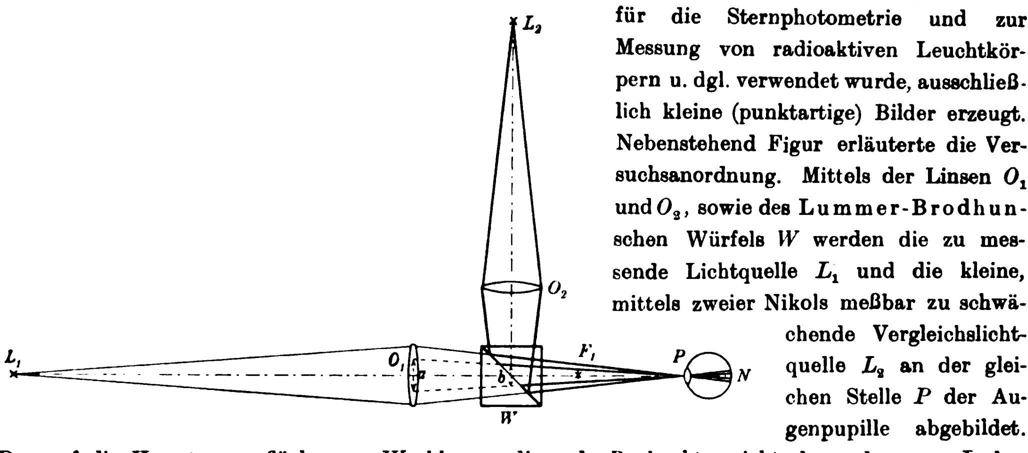
(Fortsetzung folgt.)

Referate.

Über ein neues Photometer sehr hoher Empfindlichkeit und einige Anwendungen.

Von G. Gehlhoff und H. Schering. *Zeitschr. f. techn. Physik. 1. S. 247. 1920.*

Die Verfasser bedienen sich der von Maxwell in die Spektralphotometrie eingeführten und danach auch für die Photometrie weißen Lichtes bei einigen Photometern (z. B. den Universalphotometern von Brodhun, Martens) verwerteten Beobachtungsweise. Nach dieser bringt man das Auge an den Ort der zusammenfallenden Bilder zweier leuchtender Flächen und akkommodiert auf die im Strahlengang befindlichen photometrischen Vergleichsfelder, die dann je gleichmäßig hell erscheinen. Bei den zuletzt genannten Photometern sind die abzubildenden Flächen bis auf Ausnahmefälle (bei auf Flächenhelle zu untersuchenden Körpern von kleinen Abmessungen wie radioaktive Leuchtkörper) so groß und so angeordnet, daß ihre Bilder die Augenpupille vollständig ausfüllen. Dagegen werden bei dem neuen Photometer von Gehlhoff und Schering, das ursprünglich für Absorptionsmessungen der atmosphärischen Luft bestimmt war und später auch für die Sternphotometrie und zur Messung von radioaktiven Leuchtkörpern u. dgl. verwendet wurde, ausschließlich kleine (punktartige) Bilder erzeugt. Nebenstehend Figur erläuterte die Versuchsanordnung. Mittels der Linsen O_1 und O_2, sowie des Lummer-Brodhunschen Würfels W werden die zu messende Lichtquelle L_1 und die kleine, mittels zweier Nikols meßbar zu schwächende Vergleichslichtquelle L_2 an der gleichen Stelle P der Augenpupille abgebildet.



Der auf die Hypotenusenfläche von W akkommodierende Beobachter sieht dann den von L_1 beleuchteten Teil des Gesichtsfeldes mit der Helligkeit h_1, den von L_2 beleuchteten Teil mit der Helligkeit h_2 gleichmäßig leuchten. Da die Vergleichsfelder von P aus unter Sehwinkeln von mehr als 1° erscheinen, werden h_1 und h_2 durch die von L_1 und L_2 bewirkten Beleuchtungs stärken in der Ebene der Netzhaut gemessen. Es ergibt sich

$$h_1 = \vartheta_1 \cdot \frac{J_1}{(r_1 - f_1)^2} \cdot \frac{f_1^2}{\varphi^2},$$

wo J_1 die Lichtstärke von L_1 in Richtung $L_1 P$; r_1 den Abstand $L_1 O_1$; f_1 die Brennweite von O_1; φ den Abstand zwischen Knotenpunkt des Auges und Netzhaut N; ϑ_1 die Durchlässigkeit des ganzen Systems für das Licht von L_1 bedeutet. Die Helligkeit h_1 ist also f_1^2 proportional, kann demnach durch Vergrößerung, z. B. durch Verdoppelung von f_1 viermal vergrößert werden. Für h_2 gilt ein h_1-analoger Ausdruck. Muß man die Polarisationsebenen der beiden Nikols um den Winkel α drehen, um $h_1 = h_2$ zu machen, so ist

$$\frac{J_1}{(r_1 - f_1)^2} = c \cdot \cos^2 \alpha .$$

Die Konstante c wird durch Photometrieren einer Normallampe aus bekannter Entfernung (z. B. einer Lampe zu 0,1 *HK* aus 100 m Abstand) bestimmt. Man findet auf diese Weise die auf der vorderen (der Lichtquelle L_1 zugewandten) Brennebene von O_1 herrschende Beleuchtung $J_1/(r_1 - f_1)^2$ und hieraus, falls r_1 bekannt ist, auch die Lichtstärke J_1.

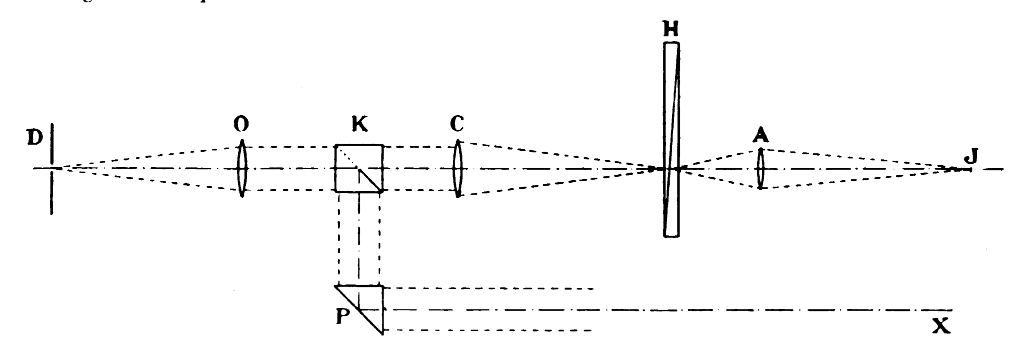
Nach Angabe der Verfasser gestattet das Photometer selbst noch bei sehr schwachen Beleuchtungen die (überraschend hohe) Einstellungsgenauigkeit von 1 %, und es liegt die untere Grenze des Meßbereiches für $f_1 = 20$ cm bei $1 \cdot 10^{-7}$ Lux, für $f_1 = 100$ cm bei $4 \cdot 10^{-9}$ Lux.

Zum Schluß wird über Messungen, die sich auf die oben angegebenen Anwendungsgebiete beziehen, berichtet. *E. Lb.*

Universal-Photometer ohne Photometerschirm.

Von Ch. Fabry und H. Buisson. *Revue d'Optique. 1. S. 1. 1922.*

Das von einer entfernten Lichtquelle X (s. Fig.) kommende parallele Strahlenbündel wird nach Reflexion an einem rechtwinkligen Prisma P auf einen Lummer-Brodhun-Würfel K geleitet und von diesen auf die Linse O reflektiert, in derem Brennpunkt D der Ort des beobachtenden Auges ist, also ein Bild der Lichtquelle entsteht. Infolgedessen sieht das beobachtende Auge den reflektierenden Teil der Hypotenusenfläche des Würfels K in dem Lichte der zu messenden Lichtquelle. Die Vergleichslampe J ist eine kleine elektrische Glühlampe, die durch zwei Akkumulatorzellen gespeist und durch einen Rheostaten mit einem Amperemeter konstant erhalten wird. Durch eine Linse A von kurzer Brennweite wird ein Bild der Vergleichslampe auf einen Rauchglaskeil H geworfen und das von diesem divergierende Strahlenbündel durch die Linse C parallel gemacht. So durchtritt es den Lummer-Brodhun-Würfel und die Linse O erzeugt auch von der Vergleichslichtquelle J ein Bild bei D.



Die Gleichheit der beiden photometrischen Felder des Würfels K wird durch Verschieben des Rauchglaskeiles H durch Zahn und Trieb mittels einer vom Beobachtungsort zu handhabenden Stange bewirkt und die Stellung des Keils an einer Teilung abgelesen. Der Rauchglaskeil erlaubt, die Lichtstärke von 1 zu $^1/_{300}$ zu verändern; er ist 8 cm lang und die Teilung umfaßt 250 Intervalle. Zur weiteren Lichtschwächung können noch 4 auf einer Drehscheibe befindliehe absorbierende Gläser eingeschaltet werden, deren Durchlässigkeiten $^1/_{32}$, $^1/_{100}$, $^1/_{320}$ und $^1/_{1000}$ sind. Endlich können für bestimmte Versuche farbige Gläser in den einen oder den andern Strahlenverlauf oder auch auf beide wirkend vor dem Auge eingeschaltet werden.

Der ganze Apparat mit den elektrischen Meßvorrichtungen ist in einem Kästchen von den Abmessungen $37 \times 22 \times 15$ cm^3 untergebracht.

Die Verf. heben als Vorzug ihrer Konstruktion, bei der die Benutzung eines Photometerschirms vermieden ist, folgendes hervor.

Bei Vorhandensein eines Photometerschirms muß dafür gesorgt werden, daß auf ihn kein anderes Licht fällt als nur das von der zu messenden Lichtquelle kommende. Es ist also beispielsweise nicht oder nur unter umständlichen Vorkehrungen möglich, in einem Saal oder auf einer Straße die Lichtstärke einer einzelnen Lichtquelle zu messen. Bei der Konstruktion der Verf. kommt ganz von selbst immer nur diejenige Lichtquelle allein zur Wirkung, welche in der optischen Achse des Apparates liegt, von welcher also ein Bild auf den Augenort geworfen wird.

Viel wichtiger aber ist noch, daß ein Photometerschirm eine außerordentliche Lichtverschwendung hervorruft, indem er den auffallenden Lichtstrom nach allen Seiten diffus reflektiert, so daß nur ein ganz kleiner Teil des Lichtstromes, schätzungsweise $^1/_{10000}$, das Auge des Beobachters erreicht. Daraus ergibt sich, daß eine photometrische Messung nur möglich ist, wenn die zu messende Lichtquelle eine sehr geringe Lichtstärke hat oder sehr weit entfernt ist. In dieser Beziehung ist die Anordnung der Verf., bei welcher das ganze auf die Linsen des Apparates treffende Lichtbündel voll zur Wirkung kommt, den Photometern mit Photometerschirm weit überlegen.

Mit fast denselben Worten leiten G. Gehlhoff und E. Schering die Beschreibung des von ihnen im Laboratorium von C. P. Goerz konstruierten neuen Photometers sehr hoher Empfind-

lichkeit ein und ihre Anordnung weicht nur sehr wenig von derjenigen von Fabry und Buisson ab, indem sie das Strahlenbündel von beiden miteinander zu vergleichenden Lichtquellen nicht parallel, sondern konvergent durch den Lummer-Brodhunschen Würfel treten lassen. Nebensächlich ist, daß Schering und Gehlhoff zur Lichtschwächung der Intensität der Vergleichslichtquelle Nikolsche Prismen anwenden. (S. vorstehende Besprechung.)

Fabry und Buisson wundern sich über dieses Zusammentreffen, indem sie behaupten, daß ihnen die Priorität gebühre. Sie führen aus, daß sie ihren ersten Apparat im Interesse der Kriegführung im Jahre 1918 konstruiert hätten, er sei beschrieben in der Januarnummer 1920 des *Journal de Physique* und in der Augustnummer 1920 des *Bulletin de la Direction des Inventions*. Die jetzige handliche Form sei ihm gegeben durch die Werkstätte von A. Jobin in Paris.

Die Konstruktion des analogen Goerzschen Photometers wurde von M. Schering auf der Naturforscher-Versammlung in Nauheim im September 1920 vorgeführt und in der *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 71. 1921,* sowie von G. Gehlhoff und H. Schering in der *Zeitschr. f. techn. Physik S. 147. 1920* beschrieben.

Es soll hier bei dieser merkwürdigen Gleichzeitigkeit die Frage der Priorität nicht weiter erörtert werden. Der von den beiden Instrumenten benutzte Grundgedanke ist aber keineswegs neu. Fabry und Buisson führen selbst an, daß verschiedene Spektrophotometer ihn benutzen, z. B. dasjenige von Gouy (1880). Es mag hinzugefügt werden, daß es sich dabei um die von Maxwell angegebene Beobachtungsmethode handelt, bei der das Auge in die Brennebene des Objektives (des Beobachtungsobjektives) des Spektrophotometers gebracht wird, wodurch es die ganze Fläche des Objektivs in der Farbe der gerade eingestellten Wellenlänge leuchten sieht. Diese Beobachtungsart findet sich bei den Spektrophotometern von Lummer und Brodhun, von König-Martens u. a. Fabry und Buisson haben dieselbe Methode in ihrem Mikrophotometer zur Messung der Durchlässigkeit von photographischen Aufnahmen benutzt, Buisson bei der Messung luminiszenter Präparate. Ebenso findet sich dasselbe Verfahren bei Rayleighs Messungen des Reflexionsvermögens, und Blondel hat bei seiner Anordnung zur Messung der Transparenz der Atmosphäre diese Methode ebenfalls angewandt. *H. Krüss.*

Über spektroskopische Auflösungskraft.

Von C. M. Sparrow, *Astrophys. Journ.* **44.** *S. 76. 1916.*

Wenn durch einen Spektralapparat zwei monochromatische Linien von gleicher Intensität und den Wellenlängen λ und $\lambda + \Delta\lambda$ gerade getrennt werden, so nennt man das Verhältnis $\lambda/\Delta\lambda$ das Auflösungsvermögen des Apparates, wie es durch Messung ermittelt werden kann. Soll jedoch das Auflösungsvermögen des Instrumentes auf Grund der optischen Theorie des Instrumentes berechnet werden, so muß die obige Definition ergänzt werden durch irgendein Kriterium, welches imstande ist zu bestimmen, wann die beiden Linien als gerade getrennt zu betrachten sind. Ein solches Merkmal hat Rayleigh angegeben.

Die Entwicklungen des Verfassers auf Grund dieser Rayleighschen Annahme sind mehr theoretischer Natur, als daß sie Aufschluß über das tatsächliche Auflösungsvermögen bestimmter Konstruktionen von Spektralapparaten geben. Deshalb sollen nur die Schlußfolgerungen aus dieser Arbeit angegeben werden.

Die tatsächliche Grenze der Auflösungskraft eines vollkommenen Gitters oder eines Prismas wurden bestimmt. Dabei wurde gefunden, daß diese Grenze gegeben ist, unter Voraussetzung gleicher Intensität der beiden Linien, welche getrennt werden, durch die „Schwingungsbedingung" d. h. durch die Bedingung, daß das zwischenliegende Minimum gerade verschwindet.

Die so gefundene Grenze gilt auch für zwei Linien von ungleichen Intensitäten, wenn das Verhältnis geringer als 10 : 3 ist.

Die Wirkung der Spaltbreite und der Absorption in den Medien des Apparates kann berücksichtigt werden durch die Einführung geeigneter Faktoren in die Berechnungsformel.

Für die auflösende Kraft des Interferometers von Fabry und Perot wurde eine Näherungsformel gegeben. *H. Krüss.*

Spektroskopisches Feldlicht.

Von F. E. Fowle, *Astrophys. Journ.* **45**. *S. 213. 1917.*

Unter der Bezeichnung „*Spectroscopic Field-Light*" versteht der Verf. die Intensität im Gesichtsfelde eines Spektralapparates und führt aus, daß diese sich zusammensetzt aus der wirklichen Energie der Lichtquelle für die betreffende Wellenlänge und der von anderen Teilen des Spektrums zerstreuten, auf die Stelle der betreffenden Wellenlänge fallenden Energie, wobei zu berücksichtigen ist, daß auch von der betrachteten Stelle Licht auf andere Teile des Spektrums zerstreut wird.

Um diese Teile voneinander zu trennen, machte der Verf. Messungen mit dem Bolometer im roten und ultraroten Teile des Spektrums, indem er eine Quarzplatte einschaltete, die für das sichtbare Spektrum und im Ultrarot bis zur Wellenlänge von 4 μ durchlässig, für größerer Wellenlänge aber undurchlässig ist. Wenn also in den Bezirken größerer Wellenlängen als 4 μ trotz der eingeschalteten Quarzplatte noch Energie gemessen wurde, so kann diese nur aus den Regionen unterhalb der Wellenlänge von 4 μ zerstreute Energie sein. Der Betrag dieser Energie wurde durch die Ausschläge eines Galvanometers gemessen. Es wurden für die verschiedenen Wellenlängen verschiedene Spaltweiten benutzt, die nach den größeren Wellenlängen ansteigend sich zwischen 0,67 und 10,69 mm bewegten. Die Spaltweiten wurden nicht durch eine Mikrometerschraube gemessen, sondern durch zwischen die Spaltschneiden gebrachte kalibrierte planparellele Platten.

Die Versuche wurden mit Flußspat-Prismen von 15 und von 60 Grad brechendem Winkel gemacht. Naturgemäß machte sich der Einfluß der zerstreuten Energie bei der geringeren Dispersion des 15-Grad-Prismas mehr bemerkbar, als bei der größeren Dispersion des zweiten Prismas.

Nebenbei wurde der Lichtverlust durch Reflexion an den Flächen und durch Absorption in der Masse der 1,5 mm dicken Quarzplatte zu 19 v. H. bestimmt. *H. Krüss.*

Qualitative Bestimmung des Reflexionsvermögens verschiedener Metalle in der Schumann-Region.

Von J. C. Gardner, *Astrophys. Journ.* **45**. *S. 30. 1917.*

Der Verf. bemerkt einleitend, daß man wegen der Absorption der Luft bei der Wellenlänge 1850 $\mu\mu$ an eine Grenze gelangt, wenn man die optischen Eigenschaften der Metalle untersuchen will. Will man kürzere Wellenlängen in die Beobachtung ziehen, so muß man im Vakuum arbeiten und zu Aufnahmen besonders beschaffene (Schumann-) Platten verwenden. Unter eine Wellenlänge von 1250 $\mu\mu$ kommt man aber auch hier nicht, wenn man brechende Mittel benutzt, da kein Körper Strahlen von kleinerer Wellenlänge hindurchläßt. Man ist also auf spiegelnde Flächen angewiesen. Deshalb ist es wertvoll, das Reflexionsvermögen von Metallspiegeln in diesen Regionen des Spektrums zu kennen, um das geeignetste Metall dafür auszusuchen.

Der Verf. erwähnt dann die Arbeiten von Schumann über die Reflexion des Lichtes an Metallen, die bis 1850 $\mu\mu$ gingen, diejenigen von Hagen und Rubens (bis 2500 $\mu\mu$), von Glatzel und von Hulbert. Keine dieser Untersuchungen beschäftigte sich mit Wellenlängen unter 1850 $\mu\mu$.

Der Verf. ermittelte nicht absolute Werte für das Reflexionsvermögen, sondern er hatte sich nur die Aufgabe gestellt, dies Verhältnis verschiedener Metalle in bezug auf ihr Reflexionsvermögen festzustellen und zwar in der Spektralregion von 1600 bis 1030 $\mu\mu$.

Der Verf. benutzte zur Erzeugung des Spektrums einen Metallspiegel mit einem Krümmungsradius von 100 cm. Eine Fläche dieses Spiegels von $2{,}8 \times 5{,}3$ cm ist mit einem Gitter versehen, welches 6000 Linien auf 1 cm hat. Dieser Spiegel wurde als Vergleichsobjekt benutzt und der mit ihm auf sein Reflexionsvermögen vergleichende Metallspiegel unmittelbar daneben angebracht, so daß auf der photographischen Platte zwei Spektren nebeneinander entstanden. Als Lichtquelle wurde eine Quarzlampe benutzt, bestehend aus einem Kapillarrohr von 0,6 cm Durchmesser und Aluminium-Elektroden. Der Apparat ist gefüllt mit Wasserstoff, das Spektrum ist also dasjenige des Wasserstoffs, welches in der Region von 1640 bis 1030 $\mu\mu$ viele eng aneinanderstehende Linien besitzt.

Das Ergebnis der Versuche, welches im einzelnen für jedes untersuchte Metall näher beschrieben wird, ist das folgende.

Das Silikon ist der letzte Reflektor unter den untersuchten Metallen, es reflektiert das Licht ungefähr zweimal so stark wie das gewöhnliche Spiegelmetall. Das Platin übertrifft letzteres für kleinere Wellenlängen. Stellit, Kupfer, Nickel, Gold und Stahl zeigen nur geringe Abweichungen vom Spiegelmetall, während Silber und noch mehr Aluminium ein sehr viel kleineres Reflexionsvermögen haben als das Vergleichsmetall. *H. Krüss.*

Bücherbesprechungen.

Journal of Scientific Instruments. *A monthly publication dealing with their principles, construction and use. Produced by the Institute of Physics with the co-operation of the National Physical Laboratory. Acting editor: E. H. Rayner, Sc. D. Published by the Institute of Physics, London, 10 Essex Street, Strand, W. C. 2, 1922.*

Von dieser neuen Zeitschrift liegt einstweilen nur die „*preliminary number*" vom Mai 1922 vor, von deren Aufnahme die Entscheidung über das endgültige Erscheinen abhängig sein wird. In dem Vorwort von *J. J. Thomson* wird ein Absatz von 3000 Exemplaren zum Jahrespreis von 30 sh (rd. 2000 *M.*!) als Voraussetzung für die Rentabilität angegeben. Die Herausgabe der Zeitschrift durch das *Institute of Physics* soll ihre volle Unabhängigkeit gewährleisten. Dem *Provisional Advisory Committee* gehören erste Namen der exakten Wissenschaften an. Im Finanzausschuß sind u. a. vertreten das *Department of Scientific and Industrial Research* und das *National Physical Laboratory.* Der Schriftleiter Mr. Rayner ist Mitglied des *NPL.* Die Voraussetzungen für den beabsichtigten „*high standard*" der neuen Zeitschrift sind also in vollem Umfange gegeben und — wenigstens in bezug auf die typographische Ausstattung — bereits erfüllt. Das Heft bietet 36 Seiten Text in Gr.-8⁰ bei 56 Seiten Anzeigen. Dem Text außer dem Vorwort von J. J. Thomson geht ein programmatischer Aufsatz von Rayner voraus über die Wichtigkeit der Kenntnis der Meßmethoden. Es schließen sich an ausführliche Darlegungen von A. V. Hill-Manchester über Instrumente und Apparate und ihre Beziehung zu den Fortschritten der Physiologie. Weiter bespricht Dyson *(astronomer royal)* die Verwendung der Referenzplatte zur mikrometrischen Ausmessung von Himmelsphotographien. Die Beschreibung eines neuen Fixpunktes für die *ordnance survey* von Close (Generaldirektor der O. S.) führt auf geodätisches Gebiet. Troyman und Dowell bringen einen optischen Aufnahmeapparat für Schallwellen aus dem Hilgerschen Versuchslaboratorium. Aus der General Electric Co. Ltd.-London stammt die ausführliche Besprechung zweier Schnellwagen zum Sortieren der Glühfäden für gasgefüllte Lampen für eine stündliche Wägeleistung bis 400 Fäden von 8—30 mg Gewicht. Die Beschreibung des Reid-Controlindicators für Flugzeuge gibt J. Robinson. J. S. Anderson behandelt die Messung der Innendurchmesser durchsichtiger Rohre für den Sonderfall, daß der Brechungsindex des Materials unbekannt ist. Unter der Rubrik *Laboratory arts* gibt Tomlinson Anweisungen zur Herstellung zylindrischer Metalldrähte von geringem Durchmesser. Die Bekanntgabe von Vorträgen in der *Royal Society of arts* über „*The mechanical design of scientific instruments*", ein Bericht die Ausstellung der *Physical and Optical Societies*, eine Bücherbesprechung und ein Nachwort der Schriftleitung schließen den Text des Heftes. Ein Anhang enthält die sehr kurze Patentschau und eine Übersicht über die für die weiteren Hefte der Zeitschrift in Aussicht gestellten, sehr zahlreichen Abhandlungen aus allen nur denkbaren Gebieten. Besonders bemerkenswert ist das Interesse, das alle jene staatlichen Stellen, die auf die Verwendung wissenschaftlicher und technischer Instrumente angewiesen sind, der neuen Zeitschrift entgegenbringen. *G.*

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT FÜR INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben

unter Mitwirkung der

Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

von

L. Ambronn in Göttingen, **W. Breithaupt** in Cassel, **M. Edelmann** in München, **P. Guthnick** in Neubabelsberg, **O. Günther** in Braunschweig, **W. Haensch** in Berlin, **E. v. Hammer** in Stuttgart, **K. Haußmann** in Berlin, **W. Hildebrand** in Freiberg i. S., **E. Kohlschütter** in Potsdam, **H. Krüss** in Hamburg, **H. Ludendorff** in Potsdam, **O. Lummer** in Breslau, **H. Maurer** in Berlin, **W. Nernst** in Berlin, **C. Pulfrich** in Jena, **C. Reichert** in Wien, **M. v. Rohr** in Jena, **W. Sartorius** in Göttingen, **R. Steinheil** in München, **R. Straubel** in Jena, **E. Warburg** in Berlin, **F. Weidert** in Berlin, **A. Westphal** in Berlin, **E. Wiechert** in Göttingen.

Schriftleitung: **F. Göpel** in Charlottenburg.

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

11. Heft: November.

Inhalt:

Berlin.

Verlag von Julius Springer.

1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 240,— für das vierte Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 4,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal.	Aufnahme
	10	20	30%	Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. **F. Göpel** in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **November 1922.** Elftes Heft.

Der Einfluß der Hebung und Reibung auf die Schwingungsdauer der Chronometer-Unruh.

Von

Dr.-Ing. **H. Bock**, in Hamburg.

Durch die neuen ohne Schnecke ausgeführten Chronometer von Paul Ditisheim ist die alte Streitfrage über den Wert oder Unwert der Schnecke wieder einmal aktuell geworden. Ihre Gegner kalkulieren wohl so: Durch hinreichend vollkommenen Isochronismus lassen sich die aus der Variation der Antriebsstärke entspringenden Gangfehler beseitigen, denn weite und enge Schwingungen dauern ja jetzt praktisch gleich lange.

Daß in dieser Aufmachung ein Irrtum steckt, unterliegt keinem Zweifel, denn es wäre ja ein durchaus singulärer Zustand, wenn die Erteilung des Antriebimpulses ganz ohne Einfluß auf die Schwingungsdauer selbst sein sollte. — Wir wollen die Problemstellung durch Miteinbeziehen der Reibung etwas erweitern und demgemäß so formulieren:

Ist es möglich, durch Abweichung vom Isochronismus die Schwingungsdauer der Unruh beim Chronometergang von den Variationen des Antriebes und der Reibung unabhängig zu machen?

Es wird sich zeigen, daß a priori eine Klärung möglich ist, wofern man sich zu folgenden zwei Einschränkungen entschließt:

1. Die Länge des zur Mitte symmetrisch gedachten Hebungsbogens, die ja in praxi etwa 4% der Gesamtschwungweite ausmacht, werde als klein im Verhältnis zur Maximalauslenkung vorgestellt; führte man nämlich diese Limitation nicht ein, so wäre es unter anderem nötig, auf die Eigenart des Eingriffs zwischen Gangrad und Unruh Rücksicht zu nehmen, auf eine Sache also, die sicher von Fall zu Fall variiert, und damit würde eine einigermaßen allgemeine Behandlung des Problems von vornherein ausgeschlossen sein.

2. Man stelle sich das der Bewegung widerstrebende Drehmoment R der kombinierten Zapfen- und Luftreibung als von Geschwindigkeit und Lagenkoordinate der Unruh unabhängig vor, behandle es also als eine Konstante. Diese Maßnahme läßt sich so begründen: Bei der modernen glatten Unruh mit Elinvar-Spirale, wie sie auch von Ditisheim eingebaut wird, ist die Luftreibung schon an sich relativ klein; in der Mitte der Bahn freilich hat sie ein Maximum und an den Umkehrpunkten verschwindet sie. Dafür strebt aber die Zapfenreibung, die, von der Stirnfläche abgesehen, als reine Flüssigkeitsreibung betrachtet werden kann, nach Sommerfeld

(vgl. *Zeitschr. f. Mathematik und Physik* **50.** *S. 97. 1904*), bei steigender Winkelgeschwindigkeit langsam einem Minimum zu, das sie bei einer gewissen Geschwindigkeit erreicht, um dann freilich immer weiter zu wachsen.

Weiter kommt uns bei der Untersuchung in angenehmer Weise zu Hilfe, daß sowohl das Reibungsmoment R als auch besonders die Abweichung des Kraftgesetzes vom isochronischen Zustande außerordentlich kleine Größen sind.

A. Freie isochronische Einzelschwingung mit konstanter Reibung.

Auf Grund der Einschränkung 2 läßt sich der Bewegungszustand jetzt ohne irgendwelche Rechnung in bekannter Weise sogleich wie folgt beschreiben: In Abb. 1 bedeute die Abszisse den Winkelweg der Unruh und die Ordinate ihre instantane Drehgeschwindigkeit. Das Kraftgesetz läuft jetzt nicht entsprechend der Schaulinie KK geradlinig mit dem Nullpunkt in der Mitte MM, sondern es ist durch die Existenz von R um die Strecke $\lambda = \frac{R}{D}$ nach rechts verschoben, worin D die Direktionskraft der isochronischen Spirale beim Ausschlage gleich einer Bogeneinheit vorstellt. Aus energetischen Gründen ist nun die Ausgangsauslenkung $\bar{\varphi}'$ um 2λ kürzer als $\bar{\varphi}$. Da eine Chronometerunruh unter Umständen von $\bar{\varphi} = 250^0$ Anfangslenkung an 1000 und mehr freie Schwingen (zwischen zwei Umkehrpunkten gerechnet) bis zum Stillstande macht, so ist, weil die n^{te} derartige Schwingung die Gesamtweite $2\,\bar{\varphi} - [2 + 4(n-1)]\cdot\lambda$ besitzt, λ von der Größenordnung $\frac{\bar{\varphi}}{2000}$, also ein kleiner Wert, wie oben angegeben.

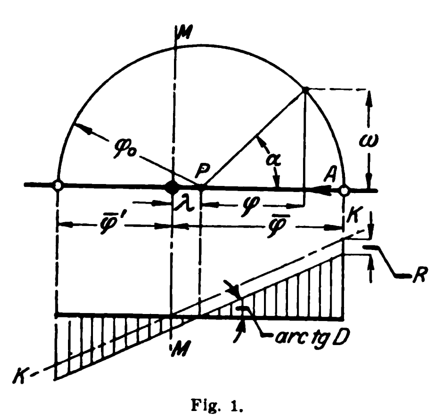


Fig. 1.

Gemäß dem Bewegungsgesetz

$$\varphi = \varphi_0 \cdot \cos\frac{t}{T}\pi = \varphi_0 \cdot \cos\sqrt{\frac{D}{J}}\cdot t,$$

worin J das dynamische Trägheitsmoment der Unruh, ist jetzt der vom Punkte P aus gemessene Zentriwinkel $\alpha = \pi \cdot \frac{t}{T}$ als Maßstab der seit dem Aufbruch aus A verflossenen Zeit zu betrachten; die Winkelgeschwindigkeit $|\omega| = \varphi_0 \cdot \sqrt{\frac{D}{J}} \cdot \sin\sqrt{\frac{D}{J}}t$ dagegen wird durch die Ordinate des auf dem Kreise laufenden Bildpunktes dargestellt, wobei der Maßstab natürlich ein anderer ist.

Diese trivale Behandlungsweise läßt sich auch auf die anisochronische Unruh erweitern, wie nunmehr gezeigt werden soll.

B. Freie anisochronische Schwingung mit Reibung.

Das Kraftgesetz ist jetzt nicht mehr von linearer Form, sondern es folgt etwa der Kurve OK (Abb. 2), d. h. der Anstieg des Momentes pro Grad ist bei großen Ausschlägen anders als bei kleinen. Selbstverständlich muß dies Gesetz der Symmetrie wegen eine ungerade Funktion des Winkels sein von der Form:

$$K = D \cdot \varphi + \varepsilon \cdot \varphi^3 + \zeta \cdot \varphi^5 + \ldots$$

Wir kommen mit den beiden ersten Gliedern vollkommen aus, denn schon das zweite ist in praxi außerordentlich klein. Jetzt liefert der Energiesatz unter Berücksichtigung des Reibungsmomentes R die Beziehung (vgl. Fig. 3):

$$\frac{J}{2}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = \int_{\varphi}^{\bar\varphi} (D\cdot\varphi + \varepsilon\cdot\varphi^3)\,d\varphi - R(\bar\varphi - \varphi) = \frac{D}{2}(\bar\varphi^2 - \varphi^2) + \frac{\varepsilon}{4}(\bar\varphi^4 - \varphi^4) - R(\bar\varphi - \varphi). \quad 1)$$

Darin ist $\bar\varphi$ die initiale und φ die instantane Auslenkung, beide von der Mitte M aus gemessen.

Hieraus folgt:

$$t = \sqrt{\frac{J}{D}}\cdot\int_{\varphi}^{\bar\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{\bar\varphi^2 - \varphi^2}}\cdot\left[1 + \frac{\varepsilon}{2D}(\bar\varphi^2 + \varphi^2) - \frac{2\lambda}{\bar\varphi + \varphi}\right]^{-\frac{1}{2}}. \quad 2)$$

Weil sowohl λ wie besonders ε kleine Größen sind, so läßt sich der Binomialsatz auf den Klammerwert anwenden, natürlich unter der Einschränkung, daß φ von $-\bar\varphi$ hinreichend verschieden ist, d. h. für nicht zu große Winkel β; denn sonst wäre die Konvergenz durch Wachsen des letzten Klammergliedes gefährdet. Man bekommt nun unter Vernachlässigung der Glieder, die klein höherer Ordnung sind:

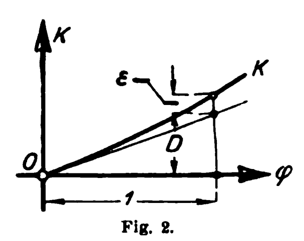


Fig. 2.

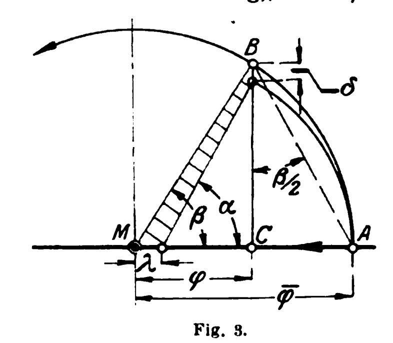


Fig. 3.

$$t = \sqrt{\frac{J}{D}}\cdot\left[\int_{\varphi}^{\bar\varphi}\frac{d\varphi}{\sqrt{\bar\varphi^2 - \varphi^2}} - \frac{\varepsilon}{4D}\int_{\varphi}^{\bar\varphi}\frac{\bar\varphi^2 + \varphi^2}{\sqrt{\bar\varphi^2 - \varphi^2}}\cdot d\varphi + \lambda\int_{\varphi}^{\bar\varphi}\frac{d\varphi}{(\bar\varphi + \varphi)\cdot\sqrt{\bar\varphi^2 - \varphi^2}}\right]. \quad 3)$$

Der letzte Integrand hat zwei Pole, deren einer, bei $-\bar\varphi$ gelegen, vermöge obiger Einschränkung eo ipso ausgeschlossen ist, während die andere Singularität bei $\bar\varphi = +\bar\varphi$ unschädlich ist, denn das Unendlich-Werden erfolgt hier in geringerem als erstem Grade. Die Integration liefert unter Berücksichtigung der Grenzen:

$$t = \sqrt{\frac{J}{D}}\cdot\left[\left(1 - \frac{3}{8}\cdot\frac{\varepsilon}{D}\bar\varphi^2\right)\cdot\arccos\frac{\varphi}{\bar\varphi} - \frac{\varepsilon}{8D}\varphi\sqrt{\bar\varphi^2 - \varphi^2} + \frac{\lambda}{\bar\varphi}\frac{\bar\varphi - \varphi}{\sqrt{\bar\varphi^2 - \varphi^2}}\right]. \quad 4)$$

Um uns von der Beschränkung $\beta < \pi$ freimachen und über den Konvergenzbereich der binomischen Reihe hinausgelangen zu können, wollen wir die Bedeutung des letzten Gliedes der Gleichung 4) **synthetisch interpretieren.** Zu dem Behufe projizieren wir die Seiten des schraffierten Vierecks der Fig. 3 auf die Gerade BM und senkrecht zu ihr unter Voraussetzung von kleinem $\alpha - \beta$:

$$\lambda\cdot\cos\beta + \bar\varphi - \lambda + \delta\cdot\sin\beta = \bar\varphi\,,$$
$$\lambda\cdot\sin\beta - (\bar\varphi - \lambda)(\alpha - \beta) - \delta\cdot\cos\beta = 0\,.$$

Hieraus folgt:

$$\alpha - \beta = \frac{\lambda}{\overline{\varphi} - \lambda} \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} \sim \frac{\lambda}{\overline{\varphi}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2},$$

oder:

$$\alpha - \beta \sim \frac{\lambda}{\overline{\varphi}} \frac{\overline{\varphi} - \varphi}{\sqrt{\overline{\varphi}^2 - \varphi^2}}.$$

Durch Einführen dieses Wertes nimmt Gleichung 4) die einfache und elegante Form an:

$$t = \sqrt{\frac{J}{D}} \cdot \left(\alpha - \frac{3}{8} \frac{\varepsilon}{D} \cdot \overline{\varphi}^2 \cdot \beta - \frac{\varepsilon}{8\,D} \cdot \varphi \sqrt{\overline{\varphi}^2 - \varphi^2}\right). \qquad 5)$$

Die Bedeutung, die hiermit dem Winkel α trotz des fehlenden Isochronismus zugewiesen wird, entspricht dem durch Abb. 1 illustrierten Falle der rein harmonischen Bewegung und erstreckt sich über den ganzen Bereich der halben Schwingung, womit unser Ziel durch Extrapolation erreicht ist. — Die Zulässigkeit der eben gemachten Vernachlässigungen wird dadurch gestützt, daß die Gleichung 5) durch Nullsetzen von ε in die unter A besprochene Form übergeht.

Gleichung 5) gibt also die Zeit an, die der Winkelweg AC der Unruh beansprucht, und zwar unter Berücksichtigung der Reibung und der Abweichung vom Isochronismus. Für die volle Halbschwingung ergibt sich demnach:

$$T = \sqrt{\frac{J}{D}} \cdot \left[\left(1 - \frac{3}{8} \frac{\varepsilon}{D} \overline{\varphi}^2\right) \cdot \pi - \frac{\varepsilon}{4\,D} \cdot \overline{\varphi}^2 \sqrt{\frac{\lambda}{\overline{\varphi}}}\right] \text{sek}, \qquad 6)$$

worin der dritte Klammerwert klein gegenüber dem zweiten ist.

Die Amplitudenabnahme $|\overline{\varphi}| - |\overline{\varphi}'|$ beträgt freilich jetzt wegen des Vorhandenseins von ε streng genommen nicht mehr $2 \cdot \lambda$, denn $\frac{d\varphi}{dt}$ verschwindet laut Gleichung 1) für den Fall, daß:

$$2\,D \cdot (\overline{\varphi} + \overline{\varphi}') + \varepsilon \cdot (\overline{\varphi}^2 + \overline{\varphi}'^2) \cdot (\overline{\varphi} + \overline{\varphi}') = 4\,R, \qquad 7)$$

wobei $\overline{\varphi}$ die Eingangs- und $\overline{\varphi}'$ die Ausgangsauslenkung ist. Setzt man $\overline{\varphi} + \overline{\varphi}' = \nu$, worin $\overline{\varphi}'$ ein negativer Wert ist, so kommt approximiert:

$$\nu = 2\,\lambda \left(1 + \frac{\varepsilon}{D} \overline{\varphi} \cdot \overline{\varphi}'\right), \qquad 8)$$

wofür man aber wegen der Winzigkeit von ε unbedenklich $2\,\lambda$ setzen kann.

Aus der Gleichung 6) für T erhellt der große Einfluß, den ε bei einer Variation der Schwungweite auf den täglichen Gang ausübt; mit andern Worten: Die behauptete und vorausgesetzte Kleinheit von ε ist hiermit verifiziert.

Anmerkung: Auf welche Weise der gewünschte Anisochronismus der Spirale durch Formgebung ihrer Endkurven tatsächlich erreicht werden kann, das ist eine andere Frage, deren Erörterung nicht hierher gehört.

C. Die anisochronische Schwingung mit Reibung und Hebung.

Da die Unruh beim Chronometergang nur bei jeder zweiten Schwingung einen Impuls empfängt, so müssen wir von jetzt ab eine volle, aus Hin- und Hergang bestehende Doppelschwingung in Betracht ziehen. Damit nimmt das der Fig. 3 entsprechende Diagramm die in Fig. 4 skizzierte spiralige Gestalt an, bei der die störenden Einflüsse in stark übertriebenem Maße dargestellt sind.

Das Intervall $2d$ repräsentiert die Breite des Schwingungsbogens, auf dem die Hebung vor sich geht; laut Prämisse 1 wollen wir es uns als klein gegenüber der Schwungweite vorstellen. Die Rückkehr auf dem Bogen DEA erfolgt genau so, wie es unter Nr. B beschrieben ist, denn die Reibung ändert ja als unstetige Kraft ihr Vorzeichen mit der Winkelgeschwindigkeit.

In der Figur sind die Werte der Auslenkungen eingetragen. Damit der Bewegungszustand ein stationärer wird und sich die Schaulinie nach Ablauf derDoppelschwingung in A schließt, muß dem bewegten System auf der Hebungsstrecke zwischen B und C ein entsprechender Impuls erteilt werden, und es ist nunmehr unsere Hauptaufgabe, die hierzu erforderliche Zeit zu bestimmen. Sicher liegt das zeitliche Mittel der Winkelgeschwindigkeit der Unruh während der Hebung zwischen den Grenzen ω_B und ω_C, und dementsprechend ist der der Hebungsdauer zugeordnete Zentriwinkel (vgl. Fig. 3) kleiner als ϑ und größer als τ. Wegen der vorausgesetzten Kleinheit des Hebungsintervalles können wir für dies Mittel unbedenklich das arithmetische setzen und daher für die Hebungsdauer selbst den Wert $\sqrt{\frac{J}{D}}\cdot\frac{\vartheta+\tau}{2}$ einführen, denn die beiden letzten Therme der Gleichung 5) kommen bei der sehr geringen Differenz der Winkel ASB und ASC nicht in Betracht, weil sie den Faktor ε tragen, und das letzte außerdem den hier ganz kleinen Winkelweg φ enthält. — Setzt man weiter mit guter Approximation $\frac{\vartheta}{2}=BSB'$ und $\frac{\tau}{2}=CSC'$, so heißt das, die Schwingung verläuft zeitlich fast genau so, als ob der Bildpunkt im Diagramm auf dem Wege $AB'C'D$ ginge. Somit sind wir bei der bekannten sehr günstigen Vorstellung eines in der Mitte erfolgenden Drehstoßes angelangt, und die Hebung äußert sich einfach darin, daß der Zeitwinkel γ doppelt gerechnet werden muß. Je mehr übrigens die Hebungsstrecke gegen Null konvergiert, um so treffender ist diese Darstellungsform. Aus dem sehr schmalen Dreieck $SB'C'$ erkennt man leicht, wenn man von B' aus ein Lot au SC' fällt, die Beziehung:

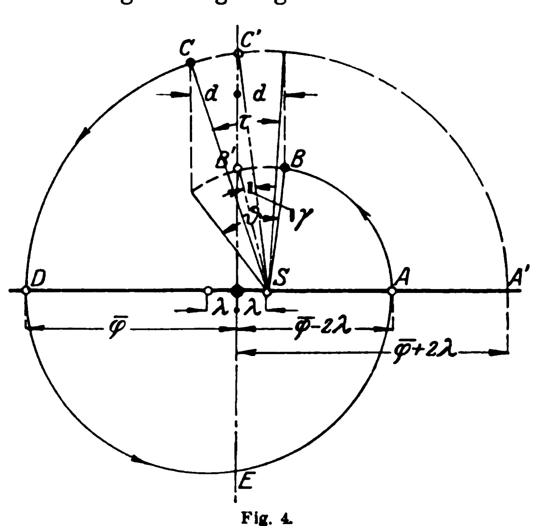


Fig. 4.

$$\gamma=4\frac{\lambda^2}{\bar{\varphi}^2}\left(1+\frac{2\lambda}{\bar{\varphi}}\right)\sim 4\frac{\lambda^2}{\bar{\varphi}^2}. \qquad 9)$$

Damit ist die Gesamtschwingungsdauer unter Berücksichtigung von Reibung, zentralem Anstoß und Anisochronismus laut Gleichung 6) gegeben:

$$T=\sqrt{\frac{J}{D}}\left[\left(1-\frac{3}{8}\frac{\varepsilon}{D}\bar{\varphi}^2\right)2\pi-\frac{\varepsilon}{2D}\bar{\varphi}^2\sqrt{\frac{\lambda}{\bar{\varphi}}}+4\frac{\lambda^2}{\bar{\varphi}^2}\right]\text{sek}, \qquad 10)$$

worin für die maximale Auslenkung ein passender Mittelwert eingesetzt ist. Denn $\sqrt{\frac{D}{J}}$ ist ja das Winkelmaß der Zeit in BE/sek.

Die Diskussion dieser Gleichung wird uns nun die Antwort auf die Problemfrage zu erteilen haben. Die Form des Störungsgliedes

$$G = 4\frac{\lambda^2}{\bar{\varphi}^2} - \frac{3}{4}\pi\cdot\frac{\varepsilon}{D}\bar{\varphi}^2 - \frac{\varepsilon}{2D}\bar{\varphi}^2\sqrt{\frac{\lambda}{\bar{\varphi}}} \qquad 11)$$

ist aber insofern noch nicht befriedigend, als $\bar{\varphi}$ keine unabhängige Variable ist, sondern λ implizite enthält. Durch Elimination der Größen λ und $\bar{\varphi}$ mit Hilfe der Gleichungen $\lambda = \frac{R}{D}$ und $E = 4\bar{\varphi}\cdot R$, deren letzte die Energiebilanz pro Doppelschwingung und wo E die der Unruh jedesmal mitgeteilte Energie ist, kommt aber:

$$G = 64\cdot\frac{R^4}{E^2 D^2} - \frac{3\pi}{64}\cdot\frac{\varepsilon}{D}\frac{E^2}{R^2} - \frac{\varepsilon}{16}\cdot\frac{1}{R}\cdot\left(\frac{E}{D}\right)^{3/2}, \qquad 12)$$

woraus die Abhängigkeit der Störung von den beiden unabhängigen Variablen R und E erkennbar ist. Der dritte Term von G ist unter normalen Verhältnissen knapp 1% eines jeden der beiden ersten und kann daher in erster Näherung unberücksichtigt bleiben.

Zunächst zeigt sich, daß es keinen Anisochronismusfaktor ε gibt, der imstande wäre, die Störung G indentisch, d. h. für alle Werte von E und R, verschwinden zu machen, womit die Kardinalfrage unseres Problems eigentlich schon erledigt ist, und zwar in negativem Sinne.

Wohl aber kann man Stellen der Funktion $G(R, E)$ ausfindig machen, wo G von R oder von E unabhängig ist, und in deren Nachbarschaft diese Unabhängigkeit wenigstens näherungweise besteht. So ist:

$$\frac{\partial G}{\partial R} = 0 \text{ für } \varepsilon = -872\cdot\frac{R^6}{D\cdot E^4}$$

und

$$\frac{\partial G}{\partial E} = 0 \text{ für } \varepsilon = -436\cdot\frac{R^6}{D\cdot E^4}. \qquad 13)$$

Beide Forderungen lassen sich natürlich nicht durch den einen Parameter ε gleichzeitig erfüllen, und daher ist es nicht einmal innerhalb eines beschränkten Bereiches möglich, den effektiven Isochronismus sicherzustellen.

Von diesem Gesichtspunkt aus hat es also nach wie vor als Pflicht des Konstrukteurs zu gelten, den Antrieb sowohl wie die Reibung so konstant wie möglich zu halten, und eine Schnecke erscheint kaum als entbehrlich, wenn man zu jeder Tageszeit gleich genaue Zeitangaben zu bekommen wünscht. Freilich ist die Veränderlichkeit der Reibung das schlimmere Übel, denn sie hat „säkularen" Charakter, während die des Antriebes wenigstens im großen und ganzen eine periodische ist, so daß sich die durch sie verursachten Fehler vermutlich pro Tag im Mittel paralysieren. Vgl. den Schluß dieses Abschnitts.

Immerhin widersprechen sich die beiden Forderungen 13) für die Größe von ε abgesehen von der Verschiedenheit der beiden Zahlenbeiwerte nicht direkt, und man könnte unter der Vorstellung gleichen Gewichtes beider Störungsursachen etwa auf den Gedanken kommen, den Faktor von ε so groß zu machen, daß die gleiche relative Änderung von R bzw. E einen numerisch gleichen Einfluß auf G ausübt. Da nun:

$$dG = \left(256\cdot\frac{R^4}{E^2 D^2} + \frac{3\pi}{32}\frac{\varepsilon}{D}\cdot\frac{E^2}{R^2}\right)\frac{dR}{R} - \left(128\frac{R^4}{E^2 D^2} + \frac{3\pi}{32}\cdot\frac{\varepsilon}{D}\cdot\frac{E^2}{R^2}\right)\cdot\frac{dE}{E}, \qquad 14)$$

so wird dann mit:

$$R \cdot \frac{\partial G}{R \partial} + E \cdot \frac{\partial G}{\partial E} = 0 : \varepsilon = -654 \cdot \frac{R^6}{D \cdot E^4}. \tag{15}$$

Bei dieser Wahl von ε bleibt der Absolutwert des Einflusses einer beliebigen der beiden relativen Störungen unter der tiefsten möglichen Grenze.

Schließlich empfiehlt es sich noch, die Verhältnisse durch ein Zahlenbeispiel zu illustrieren, wobei auch die Berechtigung der riskierten Vernachlässigungen klar werden wird.

Das Trägheitsmoment der Unruh werde auf 0,02 gcmsek² geschätzt; dann wird die Direktionskraft D der Spirale bei einer Schwingungsdauer von einer $^1/_4$ Sekunde:

$$D = 16 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}02 = 3{,}18 \text{ gcm} / BE.$$

Bei einer normalen einseitigen Durchschnittsauslenkung von $\overline{\varphi} = 260^0 = 4{,}54\, BE$ sei λ von der relativ bedeutenden Größe $\frac{4{,}54}{908} = 0{,}005\, BE$, womit das Reibungsmoment R gegeben ist:

$$R = \lambda \cdot D = 0{,}0159 \text{ gcm}.$$

Hieraus folgt die pro Doppelschwingung benötigte Antriebsenergie:

$$E = 4\, \overline{\varphi} \cdot R = 0{,}29 \text{ gcm} / BE.$$

Weiter wird der zweckmäßigste Anisochronismus-Faktor:

$$\varepsilon = -654 \cdot \frac{R^6}{D \cdot E^4} = -0{,}47 \cdot 10^{-6} \text{ gcm} / (BE)^3.$$

Gemäß der für das vollständige Differential dG aufgestellten Relation 14) wird mit diesem Werte von ε:

$$dG = 64 \frac{R^4}{D^2 E^2} \cdot \left(\frac{dR}{R} + \frac{dE}{E}\right) = 4{,}85 \left(\frac{dR}{R} + \frac{dE}{E}\right) \cdot 10^{-6}. \tag{16}$$

Demnach würde eine Reibungszunahme um 2 % laut Gleichung 10) ein Zurückbleiben von rund

$$\Delta = \frac{4{,}85 \cdot 0{,}02 \cdot 10^{-6}}{2\pi} \cdot 86\,400 = 0{,}0013 \text{ sek/Tag}$$

und eine Antriebszunahme von gleichem Betrage eine ebensolche Störung zur Folge haben.

Bei einer vollkommen isochronischen Unruh, d. h. für $\varepsilon = 0$, würde gemäß Gleichung 14) die erste Störung den vierfachen und die letzte den doppelten Wert erreichen.

Für gröbere Variationen von R und E bestimmt sich die tägliche Gangänderung nach 10) aus:

$$\Delta = 86\,400 \cdot \left[\frac{64}{2\pi D^2}\left(\frac{R_2^4}{E_2^2} - \frac{R_1^4}{E_1^2}\right) - \frac{3\pi\varepsilon}{2\pi \cdot 64 \cdot D}\left(\frac{E_2^2}{R_2^2} - \frac{E_1^2}{R_1^2}\right)\right] \text{sek/Tag}, \tag{17}$$

worin sich die Indizes 2 auf den geänderten Zustand beziehen.

Z. B. ist für $R_2 = 2\, R_1$ und $E_2 = E_1$, d. h. für verdoppelte Reibung:

$$\Delta = 0{,}92 \text{ sek/Tag},$$

und für $E_2 = \frac{1}{2} E_1$ sowie $R_1 = R_2$, also für den halben Antrieb: $\Delta = 0{,}13$ sek/Tag.

Bemerkenswert ist noch, daß die Δ nur für einen kleinen Bereich der Antriebs- resp. der Reibungsintensität ein negatives Vorzeichen bekommen; z. B. wird Δ_E nur dann kleiner als Null, wenn $E_1 > E_2 > 0{,}825\, E_1$. Eine beliebige Zustandsänderung bewirkt somit in der größeren Zahl der möglichen Fälle ein Verlieren der Uhr, und zwar ist dieses Zurückbleiben im allgemeinen auch quantitativ erheblicher als das ausnahmsweise einmal vorkommende Voreilen.

Damit ist die Vorstellung illusorisch geworden, daß sich die Fehler bei einer mit täglicher Periode behafteten Antriebsstärke im allgemeinen ohne weiteres ausgleichen, und der Gang darf nicht mehr auf den zeitlichen Mittelwert des Impulses eingestellt werden.

Das praktische Gesamtergebnis kann also folgendermaßen formuliert werden: Unter Voraussetzung des allerdings einen besonders günstigen Fall vorstellenden zentralen Drehstoßantriebes ist eine geringe Änderung von E oder R bei zweckmäßig gewähltem Anisochronismus ohne wesentlichen Einfluß, während größere Variationen dieser Werte doch zu stark fühlbaren Gangänderungen führen können. — Von solchem Gesichtspunkt aus betrachtet ist die Fortlassung der Schnecke beim Chronometer trotz ihrer sonstigen Schwächen als bedenklich zu bezeichnen.

D. Unsymmetrische Hebung.

Man könnte vielleicht noch einwenden, daß es einem geschickten Chronometerbauer gelingen müßte, durch Verlegung der Hebung, d. h. des fiktiven Drehstoßes (vgl. Fig. 4) aus der „Totlage" um den Winkel s nach rechts dem Störungsgliede G die leicht abzuleitende Form zu geben:

$$G = 64 \cdot \frac{\frac{R^3}{D}\left(\frac{R}{D} - s\right)}{E^2} - \frac{3\pi}{64} \cdot \frac{\varepsilon}{D} \cdot \frac{E^2}{R^2} - \frac{\varepsilon}{16} \cdot \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{E}{D}\right)^{3/2}.$$

Dann ließe es sich offenbar durch richtige Wahl von s und durch Nullsetzen von ε (d. h. durch Isochronismus) selbst zum Verschwinden bringen.

Hiermit wäre die Unabhängigkeit vom Antriebe E tatsächlich erreicht, aber eben nur für die bestimmte Reibungsintensität, für welche s gewählt ist; nach jeder Variation von R würde $\frac{\partial G}{\partial E}$ nach wie vor nicht mehr verschwinden und bei schwachem E würde es sogar recht groß werden. Immerhin sieht man, wie viele Wege der Intuition des Konstrukteurs offen stehen.

In unserem Zahlenbeispiel betrüge für $s = \lambda = 0{,}005$ die tägliche Abweichung bei einer Reibungsverdoppelung nunmehr 0,53 sek Verlust. In diesem geänderten Zustande hätte eine Impulszunahme um $2\,^0/_0$ ein tägliches Gewinnen von 0,021 sek zur Folge. (Man vergleiche das oben bei der Diskussion von $d\,G$ Gesagte).

Die Anwendung der unsymmetrischen Hebung kann übrigens geradezu als eins der wichtigsten Regulierungsmittel angesehen werden, wie aus den folgenden Überlegungen hervorgeht.

Da wir jetzt in G zwei frei wählbare Parameter s und ε haben, so können wir erreichen, daß im Normalzustande $G(R_0, E_0)$ sowohl $\frac{\partial G}{\partial R}$ wie auch $\frac{\partial G}{\partial E}$ zu null werden; unterdrückt man den letzten, numerisch belanglosen Term von G, so tritt dieser Fall dann ein, wenn

$$s = 2 \cdot \frac{R_0}{D} = 2\lambda_0 \quad \text{und} \quad \varepsilon = +436 \cdot \frac{R_0^6}{D\,E_0^4}.$$

Der Anisochronismus ist also dergestalt einzustellen, daß ε positiv und damit die weite Schwingung kürzer als die enge wird, d. h. umgekehrt wie bisher.

Setzt man das jeweilige $R = m \cdot R_0$ und dementsprechend $E = n \cdot E_0$, so wird nunmehr, wie eine leichte Rechnung zeigt:

$$G = 64 \cdot \frac{R_0^4}{D^2 \cdot E_0^2} \cdot \left[\frac{m^4 - 2 \cdot m^3}{n^2} - \frac{n^2}{m^2}\right],$$

und damit der durch Reibungs- und Antriebsvariation provozierte tägliche Verlust:

$$\Delta = \frac{86400 \cdot 64}{2\pi} \cdot \frac{R_0^4}{D^2 E_0^2} \cdot \left[\frac{m^4 - 2m^3}{n^2} - \frac{n^2}{m^2} + 2\right],$$

daher mit unsern Zahlenwerten und einfacher geschrieben:

$$\Delta = \frac{1}{15} \cdot \frac{m^4(m-1)^2 - (m^2 - n^2)^2}{m^2 \cdot n^2} \text{ sek/Tag.}$$

Die Abweichung Δ verschwindet sowohl im Normalzustande $m = n = 1$, wie auch in der unmittelbaren Umgebung desselben. Außerdem besitzt die Δ-Fläche dort einen hyperbolischen Punkt (vgl. Fig. 5), d. h. es existieren in der m-n-Ebene zwei lineare Mannigfaltigkeiten von Zuständen, für deren Wertepaare die Abweichung ebenfalls zu null wird. Die Gleichungen dieser beiden Schnittkurven K_1 u. K_2 der Δ-Fläche mit der m-n-Ebene sind:

$$n = m^{3/2} \quad \text{und} \quad n = m \cdot \sqrt{2 - m}.$$

In allen Punkten, die ihnen benachbart sind, kompensiereren sich die Reibungs- und Antriebsstörung gegenseitig.

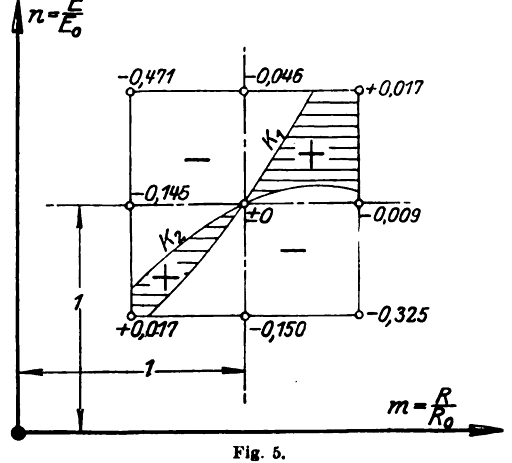


Fig. 5.

Freilich gibt es auch Stellen, wo die Abweichung erheblich wird; z. B. tritt bei großem E und zugleich kleinem R und umgekehrt starkes Voreilen ein. Die Δ-Werte in sek pro Tag sind in Figur 5 als Zahlen an die einzelnen Punkte gesetzt. Jetzt überwiegt bei Störungen die Neigung zum Gewinnen, denn die mit Minuszeichen ausgezeichneten Gebietsteile der Zustandsfläche sind in der Überzahl.

Man sieht, daß der Betriebszustand mit den zugrunde gelegten Werten von s und ε recht günstig ist; ob er sich durch das Gefühl des Regleurs hinreichend genau realisieren läßt, ist freilich eine andere Frage.

Beachtet man schließlich, daß bei Elinvarspirale mit Messingumruh zwar $\frac{J}{D}$ praktisch konstant ist, andererseits aber D und damit G als Funktion von D selbst eine gewisse Temperaturabhängigkeit besitzt, so erkennt man die Kompliziertheit des Kompensationsproblems.

Meine Integraphen für Differentialgleichungen.

Von

Ernst Pascal, o. Professor an der Universität Neapel.

Neapel 1914.

Übersetzung aus dem Italienischen von Professor Dr. A. Galle in Potsdam.

(Fortsetzung und Schluß von S. 311.)

§ 23. Anfangsoperationen, die sich mit dem Polarintegraphen mit gerader Stange ausführen lassen.

Der oben beschriebene Apparat ist vor einigen Jahren auf Rechnung meines Instituts für höhere Analysis an der Universität Neapel konstruiert worden[1]).

Bei der Anwendung des genannten Apparates ist es nützlich und interessant, daß man imstande ist, *mit dem Apparat selbst*, ohne ein anderes Instrument zu benützen, alle andern elementaren Hilfskurven, wie Geraden, Kreise usw. und alle andern Grundelemente, wie Messung von Segmenten, Winkeln usw., die beim Zeichnen vorkommen können, zu konstruieren, so daß man möglichst mit dem Apparat selbst auskommen kann.

Wir wollen nun zeigen, welche vorbereitenden Operationen mit dem Instrument ausgeführt werden können, bevor es als Integrationsinstrument angewendet wird.

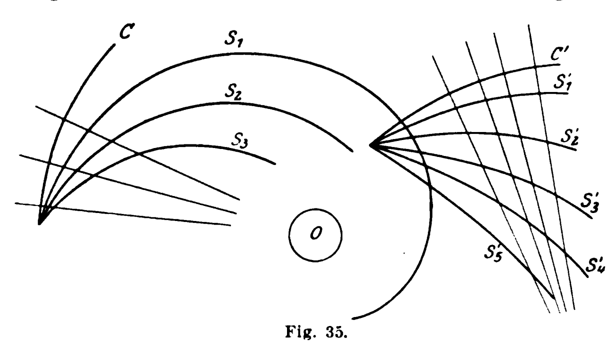


Fig. 35.

Zunächst können wir vor allem in O konvergierende Geraden zeichnen (siehe Fig. 35). Es genügt, die Schraube der Rolle M anzuziehen (siehe Fig. 32), dann den Stift E leicht anzuheben, so daß die Drehrolle nicht mehr auf der Zeichenebene aufliegt, und den Wagen H auf seiner Schiene gleiten zu lassen; dann wird die Schreibfeder L eine durch O gehende Gerade zeichnen.

Der Wagen H kann mit einer Schraube festgestellt werden; hat man diese Schraube festgezogen, den Stift E leicht angehoben und dreht man das ganze Instrument um O, so wird die Feder L einen Kreis mit dem Mittelpunkt O beschreiben. Mit der auf der Stange OA vorhandenen Teilung (Fig. 32) kann man einen Abschnitt der durch O gehenden Geraden und an der Quadrantenteilung einen Zentriwinkel messen, indem man nach Lösung der Schraube E das Ende A der Stange OA nach Erfordernis auf dem Quadranten verschiebt.

An dem Fußpunkt O des Instruments ist ein kleiner gerader, geteilter Bügel in der Richtung OB angebracht; auf ihm kann man in veränderlichem Abstand von O einen Zapfen feststellen, über den man die Rille der Stange HG schieben kann, nachdem sie von dem Wagen G abgehoben ist. Diese kleine Beigabe ist deshalb notwendig, weil mit Rücksicht auf die mechanische Kurvenkonstruktion, sich G nur bis auf eine gewisse Grenze O nähern kann (bei meinem Modell beträgt sie 7 cm), was für gewisse Aufgaben einen Übelstand bedeutet.

---

1) Fig. 34 ist mangels einer geeigneten Vorlage für die Reproduktion weggelassen.

In dieser Weise kann es aber auch eingerichtet werden, daß die Stange HG durch O hindurchgeht, und wenn man dann den Winkel α auf 90^0 bringt und den Apparat dreht, so hat man ein anderes Mittel, die Schreibfeder L einen Kreis um den Mittelpunkt O beschreiben zu lassen.

Bringt man statt dessen den Winkel α auf 75^0, $60^0, \ldots$, so erhält man auf diese Weise die logarithmischen Spiralen S_1, S_2, $S_3, \ldots$ der Fig. 35.

Man kann aber auch konvergierende Geraden, Kreise, Spiralen mit einem bebeliebigen Punkt P als Mittelpunkt beschreiben.

Man setzt den Stift des Wagens G auf P (Fig. 32) und stellt den Wagen G auf OB fest, dann dreht man das Instrument um einen Winkel, der negativ gleich LOH ist, der nach Konstruktion gleich 15^0 ist. Hierauf stellt man das Instrument durch Anziehen der Schraube an der Rolle M fest, löst darauf die Schraube E und läßt A auf dem Quadranten gleiten. Je nachdem der Winkel α gleich 0^0 oder gleich 15^0, $30^0, \ldots$, 90^0 ist, wird die Feder L nach P konvergierende Geraden oder logarithmische Spiralen S_1, $S_2, \ldots$ mit dem Pol P, oder endlich Kreise mit dem Mittelpunkt P zeichnen (Fig. 35).

Das eben angegebene Verfahren kann ebensogut zu einer andern nützlichen Anwendung dienen.

Gesetzt, es gilt irgendeine Integralkurve zu beschreiben, nämlich eine, die einem Winkel α und einem beliebigen Winkel φ entspicht.

Ist man an einen Punkt P der Kurve gelangt und hält man die Bewegung des Instruments an, so zieht man die Schraube der Rolle M fest, löst die Schraube E und läßt A auf dem Quadranten gleiten, nachdem man den Winkel α auf 0^0 zurückgebracht hat, dann beschreibt die Feder L *eine Gerade, die offenbar um einen Winkel α gegen die Tangente der Integralkurve in P geneigt sein wird.*

Wenn also der Winkel α schon 0^0 war, so ist die Gerade, die man so zieht, gerade die *Kurventangente*; war $\alpha = 90^0$, so gelangt man auf diese Weise zur Zeichnung der Normalen.

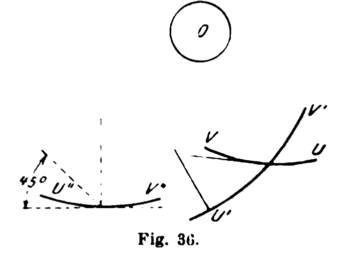


Fig. 36.

In der Fig. 36 (die die Originalzeichnung in etwa $1/8$ des natürlichen Maßstabs wiedergibt) sind diese Operationen ausgeführt worden, und es ist auf diese Weise die Tangente an die Kurve UV gezogen, die das Integral einer Gleichung 121) war, bei der $\alpha = 0^0$ ist; es ist ferner die Normale an die Kurve $U'V'$ gezogen, der ein Winkel $\alpha = 90^0$ entsprach; endlich ist so die um 45^0 gegen die Tangente der Kurve $U''V''$ geneigte Gerade gezogen, die als Integral einer Gleichung 121) gefunden wird, bei der $\alpha = 45^0$ ist.

Eine lineare Differentialgleichung I. Ordnung in rechtwinkligen Koordinaten hat die schon in § 5 von uns entwickelte Eigenschaft, daß die von zwei festen, zur Ordinatenachse parallelen Geraden begrenzten Sehnen der Kurvenbogen aller partikulären Integrale ein und derselben Gleichung durch einen Punkt gehen, was zur Folge hat, daß die auf den beiden Geraden von dem Kurvenbüschel der partikulären Integrale ausgeschnittenen Strecken proportional sind.

Für eine lineare Differentialgleichung in Polarkoordinaten, wie es Gleichung 123) ist, läuft diese Eigenschaft offenbar darauf hinaus, daß *die Sehnen* der von zwei festen Strahlen (siehe Fig. 37) ausgeschnittenen *Bogen der Kurven der partikulären Integrale eine Parabel umhüllen müssen, welche dieselben beiden Strahlen berührt,* und

zwar nach einer bekannten und elementaren Eigenschaft der von einer veränderlichen Tangente auf zwei festen Tangenten einer Parabel ausgeschnittenen Stücke.

In Fig. 37 sind sechs partikuläre Integrale der linearen Gleichung 123) gezeichnet (diese Figur ist eine Verkleinerung der Originalzeichnung in etwa $\frac{1}{8}$ des Maßstabs). Sie ist bei Einstellung von $\alpha = -\omega = -30^0$ am Apparat integriert, indem man als Funktion $Q(\Theta)$ die durch die Kurve CD dargestellte nahm.

§ 24. Fundamentalkurven und einfachere Kurven, die mit dem Apparat mit gerader Stange gezeichnet werden.

Die Differentialgleichung 123) hat als allgemeines Integal

$$\varrho = e^{\operatorname{ctg}\omega \cdot \Theta} \cdot \left[-\frac{1}{\sin\omega} \int e^{-\operatorname{ctg}\omega \cdot \Theta} Q(\Theta)\, d\Theta + C \right], \qquad 127)$$

was für $Q(\Theta) = \text{konst.} = a$

$$\varrho = C e^{\operatorname{ctg}\omega \cdot \Theta} + \frac{a}{\cos\omega} \qquad 128)$$

gibt.

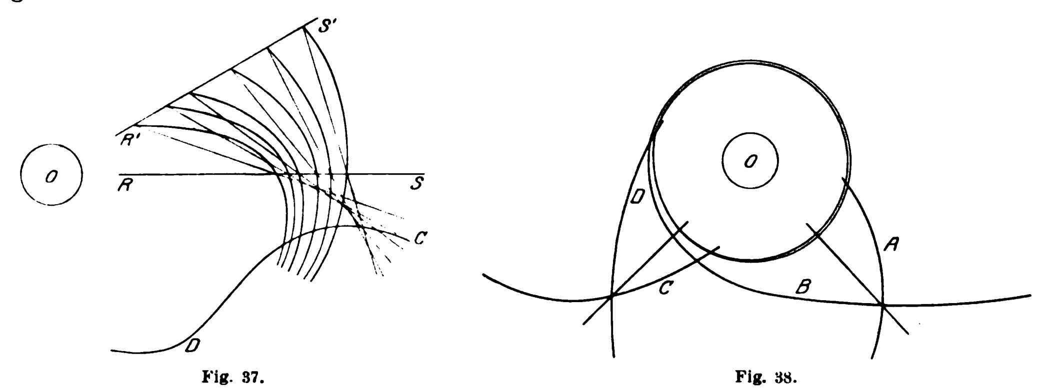


Fig. 37. Fig. 38.

Die von dieser Gleichung dargestellte Kurve ist eine *Konchoide der logarithmischen* Spirale, die sich für $a = 0$ auf die Spirale selbst reduzieren würde, wenn nämlich der Differentialwagen G sich in O befände. Sie ist durch die Kurve A in Fig. 38 dargestellt und mit dem Apparat gezeichnet, indem $\omega = 60^0$, $\alpha = -60^0$, $Q(\Theta) = a = 20$ cm gesetzt ist. (Wir bemerken ein für alle mal, daß alle Figuren in etwa $\frac{1}{6}$ der Größe der Originalzeichnung wiedergegeben sind.)[1])

Derselbe Apparat kann eine andre Kurve zeichnen, die für $a = 1$, daß heißt, wenn a als Maßeinheit genommen wird, die reziproke der vorigen ist.

Setzen wir nämlich $\alpha = 0^0$, so erhalten wir aus dem allgemeinen Integral von 119), welches

$$\frac{1}{\varrho} = e^{\operatorname{ctg}\omega \cdot \Theta} \left[-\frac{1}{\sin\omega} \int \frac{e^{-\operatorname{ctg}\omega \cdot \Theta}}{Q(\Theta)}\, d\Theta + C \right] \qquad 129)$$

ist, für $Q(\Theta) = a = \text{konst.}$:

$$\frac{1}{\varrho} = C e^{\operatorname{ctg}\omega \cdot \Theta} + \frac{1}{a \cos\omega} \qquad 130)$$

und dies ist für $a = 1$ die *reziproke* Kurve von 128).

---

[1]) Diese Bemerkung gilt für das Original; der Maßstab der beistehenden Figur 38 ist etwa 1 : 7,5.

Diese Kurve, die für $\omega = 60^0$ und $a = 20$ cm durch die Kurve B in Fig. 38 dargestellt ist, windet sich asymptotisch um einen Kreis mit dem Mittelpunkt O und mit dem Radius $a \cos \omega$, der in unserm Falle, gleich $\frac{1}{2}$, also 10 cm ist.

Wir gehen nun zu den Kurven C und D derselben Figur über.

Für $\omega = 90^0$, $\alpha = 90^0$ und $Q(\Theta) = \text{konst.} = a$ beschreibt der Apparat, wie aus 126) hervorgeht, die Kurve:

$$\varrho = -a\Theta + C \qquad 131)$$

die eine *Archimedische Spirale* ist und durch die Kurve C dargestellt wird; wenn wir endlich $\omega = 90^0$, $\alpha = O^0$ und $Q(\Theta) = a = \text{konst.}$ setzen, bekommen wir die Kurve [Integral von 125)]:

$$\frac{1}{\varrho} = -\frac{\Theta}{a} + C, \qquad 132)$$

welche die *Umformung einer hyperbolischen Spirale* ist und für $a = 1$ die *reziproke* der vorigen. Sie ist durch die Kurve D dargestellt.

§ 25. Graphische Konstruktion von π und Winkelteilung.

Der Polarintegraph eignet sich besser als der Integraph von Abdank-Abakanowicz *zur graphischen Konstruktion von π*. Bei letzterem Instrumente muß man nämlich, um π zu konstruieren, den Differentialstift längs eines Kreisumfanges herumführen; beim Polarintegraphen dagegen genügt es, den Differentialwagen an einer Stelle seiner Schiene mit der zugehörigen Schraube festzustellen und dann, nachdem man die Winkel α und ω auf 90^0 gestellt hat, einfach das ganze Instrument auf seinem Zapfen herumzudrehen und zwar um einen Winkel, der mit einem rechten kommensurabel ist, z. B. um den Winkel von 45^0, oder um 60^0, usw.

Der Integralstift wird die Spirale 131) beschreiben und der Zuwachs, den der Radiusvektor ϱ erfährt, wird mit π kommensurabel sein.

Der Radius a des vom Differentialstift beschriebenen Kreises kann als Maßeinheit gewählt werden.

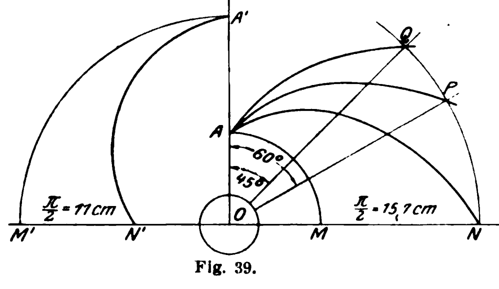


Fig. 39.

Auf der rechten Seite der Fig. 39 sind (wie gewöhnlich passend auf $\frac{1}{6}$ des Originals[1]) reduziert) die Kurven gezogen, die man mit den drei verschiedenen Maßeinheiten von 10, 15, 20 cm erhält, wenn man von demselben Punkte ausgeht und beziehungsweise um Winkel von 90^0, 60^0, 45^0 dreht.

Am Ende der Operation muß sich der Integralstift jedesmal in demselben Abstand von O befinden und die zurückgelegte Änderung dieses Abstandes ist genau $\frac{\pi}{2} = 15{,}7$ cm.

Auf der linken Seite derselben Fig. 39 ist die nämliche Konstruktion bei Anwendung der Maßeinheit von 7 cm ausgeführt worden, die die kleinste ist, die man mit dem von mir benutzten Apparat erreichen kann (ohne Anwendung des Bügels, von dem in § 23 gesprochen ist) bei einer Winkeldrehung um 90^0 im positiven Sinne. Zeichnet man dann mit demselben Apparat den Kreis um den Mittelpunkt O.

[1]) Hier etwa 1 : 8. G.

der durch den Anfangspunkt der Spirale geht, so gelangt man zur Konstruktion des Abschnittes $\frac{\pi}{2} = 11$ cm auf der durch O gehenden Hauptachse.

In Fig. 40 ist das Instrument in doppelter Weise verwendet worden, um die Aufgabe graphisch zu lösen, einen *Winkel in proportionale Teile von gegebener Anzahl* $m, n, p, \ldots$ *zu teilen.*

Auf der linken Seite der Figur ist für den gegebenen Winkel AOA' zunächst der Kreis AA' durch A, dann mit einer beliebigen Maßeinheit a von A anfangend dieselbe Spirale 131), die für die vorige Aufgabe diente, konstruiert, bis sie in B den andern Schenkel des Winkels trifft. Wird dann $A'B$ in proportionale Teile von gegebener Anzahl geteilt und werden durch die Teilpunkte Kreise um den Mittelpunkt O beschrieben, so bestimmen ihre Schnittpunkte mit der Spirale die gesuchten Teilungslinien.

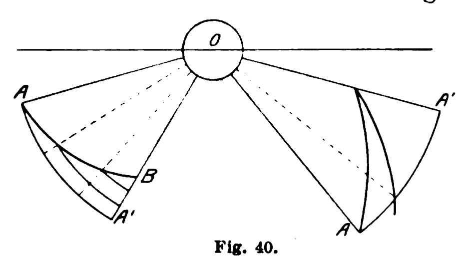


Fig. 40.

Auf der rechten Seite der Fig. 40 ist das Instrument in verschiedener Weise angewandt worden.

Man teilt Maßeinheiten $a, b, c, \ldots$ so ab, daß zwischen ihnen die Verhältnisse

$$\frac{1}{m+n+p\ldots} : \frac{1}{n+p+\ldots} : \frac{1}{p+\ldots} : \ldots$$

bestehen, dann beschreibt man zunächst durch A den Kreisbogen AA', darauf die Spirale mit der Einheit a, bis sie in B den andern Schenkel des gegebenen Winkels trifft.

Von B zieht man dann die andern Spiralen mit der Einheit $b, c, \ldots$, diese schneiden den Bogen AA' in Punkten, die mit O verbunden die Geraden liefern, die die Aufgabe lösen.

In der Zeichnung ist $m = 1$, $n = 2$ angenommen und die erste Spirale ist mit einer Einheit gleich 10 cm beschrieben, dann die folgende mit einer Einheit gleich 15 cm $\left(10 : 15 = \frac{1}{1+2} : \frac{1}{2}\right)$.

§ 26. Die Kurven für die elliptischen Integrale 1. Gattung.

Der Polarintegraph eignet sich natürlich ebensogut für die Quadraturen der Funktionen mit einer Veränderlichen, welche die Bedeutung eines *Winkels* hat, mithin im besondern für die elliptischen Integrale 1. und 2. Gattung.

In Fig. 41 sind auf eine schon von uns auseinandergesetzte Art die Kurven der elliptischen Integrale 1. Gattung gezeichnet.

Nimmt man als Maßeinheit $OA = 10$ cm, so seien mit einem Ellipsenzirkel die Ellipsen $AA_1, AA_2, \ldots, AA_7$ mit der Gleichung

$$\varrho = \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \Theta}}, \qquad 133)$$

entsprechend den Werten 1, $\frac{9}{10}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}$, 0 von k; diese Werte sind durch die auf der zu OA normalen Achse abgetragenen Strecken angegeben.

Diese Ellipsen haben sämtlich zur halben kleinen Achse OA und zur großen Halbachse $\frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$; die leichte Konstruktion des Endpunktes dieser großen Halb-

achse ist in der Figur angedeutet. Man schlägt z. B. um einen Mittelpunkt in $k = \frac{3}{5}$, mit dem Radius 1 einen Kreis, der die Achse OA in einem Punkte schneidet, dessen Abstand von O $\sqrt{1-k^2}$ ist, verbindet diesen Punkt mit dem Punkte $k = 1$, zieht darauf von A die Parallele zu dieser Verbindungslinie, so bestimmt der Schnitt mit der zu OA normalen Achse den Endpunkt der großen Halbachse der $k = \frac{3}{5}$ entsprechenden Ellipse.

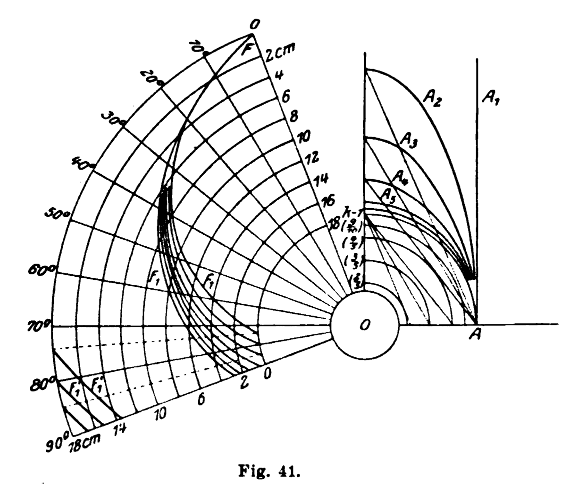


Fig. 41.

Die erste und letzte dieser Ellipsen sind beziehungsweise eine Gerade und ein Kreis.

Setzt man den Fußpunkt des Polarintegraphen auf den Mittelpunkt O und macht man $\omega = 90^0$, $\alpha = 90^0$, so integriert man diese Ellipsen nacheinander, indem man jedesmal vom Punkte F (dem Punkte größten Abstandes des Integralwagens von O) ausgeht; man erhält dann einen Büschel von Kurven $F_1, F_2, \ldots, F_7$, deren jede den Werten des elliptischen Integrals 1. Gattung

$$F(k, \Theta) = \int_0^\Theta \frac{d\Theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\Theta}} \qquad 134)$$

entspricht. Eigentlich können wir sagen (um auf den Fall der Gleichung 126) zurückzukommen), daß die Werte dieses Integrals durch die auf den Radienvektoren gerechneten Entfernungen des Kurvenpunktes von dem durch F gehenden Kreise dargestellt werden; aus diesem Grunde sind in der Figur alle Kreise mit Radien, die sich um 2 cm unterscheiden, und zwar mit allen untereinander Winkel von 10^0 einschließenden Radienvektoren eingezeichnet, die zusammen ein Netz bilden, aus dem man näherungsweise den *Wert des Integrals für ein gegebenes k und ein gegebenes* Θ erkennen kann.

Unser Apparat kann ferner dazu dienen, auf mechanischem Wege einen Abakus zu konstruieren, um die Werte der elliptischen Integrale abzulesen, was bei mehr als einem praktischen Problem gute Dienste leisten kann[1]).

Wegen der durch die Konstruktion des Instruments auferlegten Beschränkungen haben einige der Kurven $F_1, F_2, \ldots$ nicht den um $\Theta = 90^0$ gegen den Radius OF geneigten Radius treffen können, weil der Integralwagen seinen kleinsten Abstand von O erreicht hat, sobald das Instrument sich um 90^0 gedreht hat.

In diesem Fall hat man aber, um die Kurve fortzusetzen, nichts weiter zu tun, als das Instrument mit der Schraube, die die Rollenwalze M hemmt (siehe Fig. 32), festzustellen, den Integralwagen in seinen größten Abstand von O zu bringen und ihn seinen Weg mit dem Instrument wiederholen zu lassen. Auf diese Weise erhält man z. B. hinterher den ersten Ast der Kurve F_2, den Ast F_2', der bei dem Winkel $\Theta = 90^0$ endet.

Der Wert des einem Punkte dieses zweiten Astes entsprechenden elliptischen Integrals berechnet sich leicht. Man fügt zu der Zahl, die den Abstand des Kurven-

[1]) Siehe z. B. Benedicks, *Constructions graphiques des fonctions elliptiques de Jacobi*, I, II, (Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik, Bd. 7, 1912).

punktes von dem durch F gehenden Kreise mißt, die konstante Zahl hinzu, welche den Unterschied zwischen den Radien der beiden Kreise durch die Stellungen des Integralwagens in dem größten und dem kleinsten Abstande von O angibt. Man muß natürlich darauf achten, daß man diese Länge in dm berechnen muß, wenn das Dezimeter die für die Konstruktion der Ellipse gewählte Maßeinheit ist.

Wenn wir statt dessen den Winkel ω zu 90^0 und den Winkel α zu 0^0 nehmen, und dieselben vorstehend beschriebenen Ellipsen integrieren, so erhalten wir die Kurven mit der Gleichung

$$\frac{1}{\varrho} = -\int_0^\Theta \sqrt{1-k^2 \sin^2\Theta} \cdot d\Theta + \text{konst.}, \qquad 135)$$

wo die Konstante von dem Anfangspunkt abhängt, auf den wir den Integralwagen stellen.

Das Integral auf der rechten Seite ist das elliptische Integral 2. Gattung

$$E(k, \Theta) = \int_0^\Theta \sqrt{1-k^2 \sin^2\Theta} \cdot d\Theta, \qquad 136)$$

jedoch kann dies besser auf einem direkteren Wege berechnet werden, wie wir im folgenden Paragraphen zeigen werden.

§ 27. Die Kurven für die elliptischen Integrale 2. Gattung.

Die im vorigen Paragraphen gegebenen Erörterungen entheben uns davon, auf viele andre Besonderheiten bei der Konstruktion der Fig. 42 einzugehen.

In dieser haben wir statt der Fundamentalellipsen der Fig. 41 die Kurven mit der Gleichung

$$\varrho = \sqrt{1-k^2 \sin^2\Theta} \qquad 137)$$

gezeichnet unter Annahme einer Maßeinheit von 16 cm und der Werte für k gleich 1, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0.

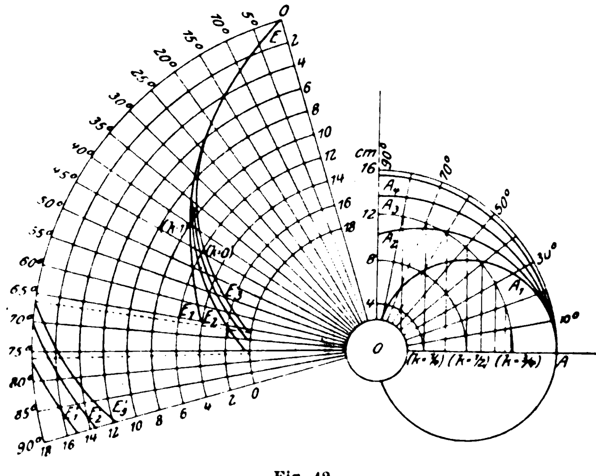


Fig. 42.

Man zieht die Radienvektoren, die untereinander gleiche Winkel einschließen, z. B. von 10^0 zu 10^0, und die Kreise mit den Radien k um den Mittelpunkt O. Von dem Schnittpunkte des Kreises mit dem Radius k mit dem dem Teilwinkel entsprechenden Radiusvektor zieht man die Normale (die gleich $k \sin\Theta$ sein wird) und schneidet von A aus auf dem Kreise mit dem Durchmesser OA einen Bogen ab, dessen Sehne jener Senkrechten gleich ist; dann wird der Abstand des Endpunktes dieses Bogens von O $\sqrt{1-k^2 \sin^2\Theta}$ sein, mithin wird der Kreis um den Mittelpunkt O, der durch diesen Endpunkt geht, den Radiusvektor in einem Punkte der gesuchten Kurve schneiden.

Wir bekommen so die Kurven A_1 (diese ist der Kreis mit dem Durchmesser OA) A_2, A_3, A_4, A_5 gezeichnet, deren letzte ihrerseits der Kreis um den Mittelpunkt O mit dem Radius $1 = OA$ ist.

Stellt man sodann den Fußpunkt des Instruments auf O und die Winkel ω und a auf 90^0, so integrieren wir die Kurven A, indem wir jedesmal die Bewegung von demselben Punkte ausgehen lassen, und erhalten das Büschel der Kurven E_1, $E_2, \ldots E_5$, von denen wir die zweiten Äste nach derselben Methode zeichnen, die im vorigen Paragraph erläutert ist.

Diese Kurven stellen in gewöhnlicher Weise die elliptischen Integrale 2. Gattung dar.

§ 28. Berechnung einiger Integrale, die in der Ballistik verwendet werden.

Der Polarintegraph dient ebensogut zur Berechnung der Integrale von der Form

$$B_n = \int_0^\Theta \frac{d\Theta}{\cos^n \Theta}, \tag{138}$$

die sich bei einer Frage der Ballistik darbieten, insbesondere bei der Berechnung der Bewegung eines Geschosses in einem Mittel, dessen Widerstand proportional der n-ten Potenz der Geschwindigkeit wächst.

In den Lehrbüchern der Ballistik finden sich Tafeln, in denen die Werte dieser Integrale für verschiedene Werte von n, insbesondere für $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$, berechnet sind[1]).

Fig. 43 stellt den *Abakus* dar, der mit unserm Instrument erhalten ist; er betrifft die Werte des genannten Integrals für die aufgezählten Werte von n.

Die Kurven AA_n mit der Gleichung

$$y = \frac{1}{\cos^n \Theta} \tag{139}$$

lassen sich leicht punktweise konstruieren; die für $n = 1$ ist die Gerade AA_1, die zu OA in dem von O 10 cm (nämlich um die Maßeinheit) entfernten Punkte A normal steht.

Um die andern zu konstruieren, ziehen wir durch O so und soviele Radien Vektoren und finden auf jedem von ihnen die Punkte der verschiedenen Kurven 139).

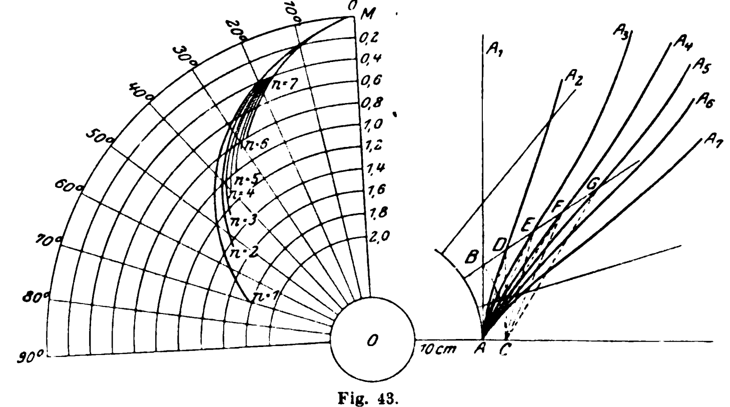


Fig. 43.

Einer der Radien Vektoren, z. B. OBD schneidet AA_1 in einem Punkte B; man überträgt durch einen Kreisbogen den Punkt B nach C auf OA und zieht von C die Parallele zu AB; diese schneidet den Radiusvektor in D, welches ein Punkt der Kurve AA_2 ist; man verbindet nun D mit A und zieht von C die Parallele zu AD; man erhält so den Punkt E der Kurve AA_3, und fährt man so fort, so kann man leicht auf jedem Radiusvektor die Reihe der Punkte der verschiedenen Kurven AA_1, $AA_2, \ldots, AA_7$ konstruieren.

Bringt man die Grundplatte des Instruments auf O und integriert man die vorstehenden Kurven, nachdem man, wie gewöhnlich, die Winkel ω und a auf 90^0 ge-

[1]) Siehe z. B. Cranz, *Lehrbuch der Ballistik*, Band IV: *Atlas für Tabellen, Diagramme und photograph. Momentaufnahmen* (Leipzig 1910), Tabelle Nr. 10.

stellt hat, so erhält man das Büschel der Kurven, die vom Punkte M ausgehen, und die man abbricht, nachdem man um Winkel Θ gedreht hat, die kleiner als 90^0 und immer kleiner werden. Das hängt mit dem Umstand zusammen, daß die Kurven, wie man aus der rechten Seite der Fig. 43 sieht, beim Wachsen von n sich nach der Achse OAC hin krümmen; daher wird der Differentialstift, wenn er einer dieser Kurven folgt, seine äußerste Lage erreichen, die noch mit der Konstruktion des Instruments verträglich ist, nachdem man um einen immer kleineren Winkel gedreht hat.

§ 29. Auflösung der algebraischen Gleichungen.

Unser Apparat zur Ausführung der polaren Integration eignet sich (wenn wir die Winkel ω und a zu 90^0 nehmen) ebensogut zur Auflösung der algebraischen Gleichungen; die Wurzel wird durch einen Winkel dargestellt, den man natürlich in analytischem Maße gemessen denken muß, d. h. durch den Winkel von $57^0\,17'\,45''$.

Man muß aber eine Methode suchen, welche die Anwendung des Instruments für diese Aufgabe zuläßt; denn man kann nicht (wie bei dem Integraphen von Abdank-Abakanowicz) eine Zeichnung der Kurve $\varrho = f(\Theta)$ zugrundelegen, weil man die Werte von Θ nicht mit Sicherheit aufsuchen kann, für die $\varrho = 0$ ist. Man kann sich nicht mit dem Instrument den Punkten nähern, für die $\varrho = 0$ ist, weil der Integralwagen dem Fußpunkt O des Instruments nicht unter eine gewisse Entfernung, die bei unserm Instrument 9,6 cm beträgt, genähert werden kann.

Wir versuchen nun zwei Kurven zu zeichnen, eine mit der Gleichung:

$$\varrho_1 = f(\Theta) + \varphi(\Theta) \qquad 140)$$

und die andre mit der Gleichung

$$\varrho = \varphi(\Theta), \qquad 141)$$

deren Schnittpunkte die Werte von Θ bestimmen, für die

$$f(\Theta) = 0 \qquad 142)$$

ist.

Wenn die algebraische Gleichung 142) gegeben ist, von der wir die reellen, positiven Wurzeln bestimmen wollen, so ist es vorteilhaft, sie so umzuformen, daß alle die genannten Wurzeln kleiner als 1 werden, weil es nämlich genügt, um alle zu finden, das Instrument um einen Winkel von nahe 57^0 zu drehen. Hierzu genügt es offenbar $\vartheta = \frac{\Theta}{A}$ einzuführen, wenn A eine obere Grenze der reellen, positiven Wurzeln der Gleichung ist, eine Grenze, die man mit elementaren und einfachen Methoden der Algebra findet.

Wir können nun ein doppeltes Verfahren einschlagen, um unsere Aufgabe zu lösen.

Wir erinnern daran, daß die auszuführende polare Integration, wie aus 126) hervorgeht, bei der Drehung im positiven Sinne (also in einem der Bewegung des Uhrzeigers entgegengesetzten Sinne) das negative Zeichen erhält; dreht man also das Instrument im entgegengesetzten Sinne, so ergibt sich die Integration positiv.

Wenn

$$f(\Theta) = a_0\,\Theta^n + a_1\,\Theta^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\,\Theta + a_n \qquad 143)$$

ist, so bilden wir der Reihe nach die Ableitungen:

$$\left.\begin{aligned} f'(\Theta) &= n\,a_0\,\Theta^{n-1} + \ldots + a_{n-1} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f^{(n-1)}(\Theta) &= n!\,a_0\,\Theta + (n-1)!\,a_1 \\ f^{(n)}(\Theta) &= n!\,a_0\,. \end{aligned}\right\} \qquad 144)$$

Zunächst integriert man den Kreis:

$$\varrho = n!\, a_0\,, \tag{145}$$

d. h. man stellt den Differentialstift in die Entfernung $n!\, a_0$ vom Mittelpunkt O und dreht das Instrument in dem einen oder andern Sinne, indem man die Anfangsstellung des Integralwagens in der Weise wählt, wie wir weiter unten angeben werden.

Bei Festsetzung der Maßeinheit zur Berechnung des Abstandes $n!\, a_0$ besteht eine Willkür; man wählt die Einheit so klein, daß alle Zahlen

$$n!\, a_0\,,\ (n-1)!\, a_1\,,\ (n-2)!\, a_2\,, \ldots,\ 1!\, a_{n-1}\,,\ a_n$$

sich kleiner ergeben, als das Längenmaß des Weges, den der Integralwagen auf seiner Schiene zurücklegen kann.

Wenn bei dieser Festsetzung die Länge $n!\, a_0$ sich kleiner als 7 cm ergibt, welches der kleinstmögliche Abstand des Differentialwagens von O ist, so befestigt man, um die erste Integration ausführen zu können, den Differentialzapfen in dem Abstand $n!\, a_0$ von O mittels des Bügels, den wir im § 23 erwähnt haben.

Ist dies geschehen, so betrachten wir *zuerst den Fall, in dem man das Instrument im negativen Sinne drehen will*, und es sei A die Stellung des Integralwagens in seiner *kleinsten* Entfernung von O.

Man stellt zu Anfang den Integralwagen an einen Punkt a (auf dem Radiusvektor II), der von A um $(n-1)!\, a_1$ entfernt ist, wenn a_1 positiv ist, und nach A, wenn a_1 negativ ist, und dreht darauf.

Man erhält eine Zeichnung der Kurven:

$$\varrho = n!\, a_0\, \Theta + (n-1)!\, a_1 + a \qquad \text{(im ersten Fall)} \tag{146}$$

oder

$$\varrho = n!\, a_0\, \Theta + a\,; \qquad \text{(im zweiten Fall)} \tag{147}$$

zugleich mit diesen denkt man sich im ersten Fall den Kreis mit dem Radius a um den Mittelpunkt O oder im zweiten Fall mit dem Radius $a + (n-1)!\,|a_1|$ beschrieben. Diesen Kreis nennt man die *Satellitenkurve* der Kurve 146) oder 147), und denselben Namen wollen wir den Kurven geben, die man nach und nach durch Integration aus ihr erhält, wie wir weiter unten zeigen werden.

Man dreht nun das Instrument, bis der Differentialstift auf dem Anfangspunkte der erhaltenen Kurve steht, man integriert diese, indem man zu Anfang den Integralstift nach a (auf dem Radius III) im Abstande $(n-2)!\, a_2$ von A bringt, wenn a_2 positiv ist, und nach A, wenn a_2 negativ ist; darauf integriert man die entsprechende Satellitenkurve, indem man den Integralstift bzw. nach A oder nach a (auf dem Radius III) den beiden Fällen entsprechend bringt.

Die Gleichungen der erhaltenen Kurven sind (wenn a_1 und a_2 positiv sind):

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= \frac{n!}{2} a_0 \Theta^2 + (n-1)!\, a_1 \Theta + (n-2)!\, a_2 + a\Theta + a \quad &&\textit{(Hauptkurve)} \\ \varrho &= a\,\Theta + a &&\textit{(Satellitenkurve)} \end{aligned}\right\} \tag{148}$$

oder auch (wenn a_1 positiv, a_2 negativ ist)

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= \frac{n!}{2} a_0 \Theta^2 + (n-1)!\, a_1 \Theta + a\,\Theta + a \quad &&\textit{(Hauptkurve)} \\ \varrho &= a\,\Theta + a + (n-2)!\, a_2\,. &&\textit{(Satellitenkurve)} \end{aligned}\right\} \tag{149}$$

Ähnlich wird man in den übrigen Fällen vorgehen.

Es ist klar, daß der Schnittpunkt der beiden Kurven 148) oder der beiden 149) immer genau demjenigen Winkel Θ entspricht, für den die $(n-2)^{ma}$—te Ableitung der Gleichung $f=0$ null ist.

Wenn wir also immer nach dem angedeuteten Verfahren fortfahren, gelangen wir zur Auffindung der *rellen, positiven Wurzeln der gegebenen Gleichung.*

Das zweite Verfahren, auf das wir oben hingewiesen haben, gründet sich auf die *Drehung des Instruments im positiven Sinne*, statt im negativen Sinne. Der Vorgang ist derselbe, nur daß man statt die Abschnitte vom Punkte O mit dem *kleinsten* Abstande von O zu rechnen, sie vom Punkte B mit der *Maximalentfernung* b von O rechnet; übrigens ist die für die Anfangspunkte der Hauptkurven und der Satellitenkurven gültige Regel bezüglich des Zeichens der Koeffizienten von f nicht feststehend, sondern wechselnd.

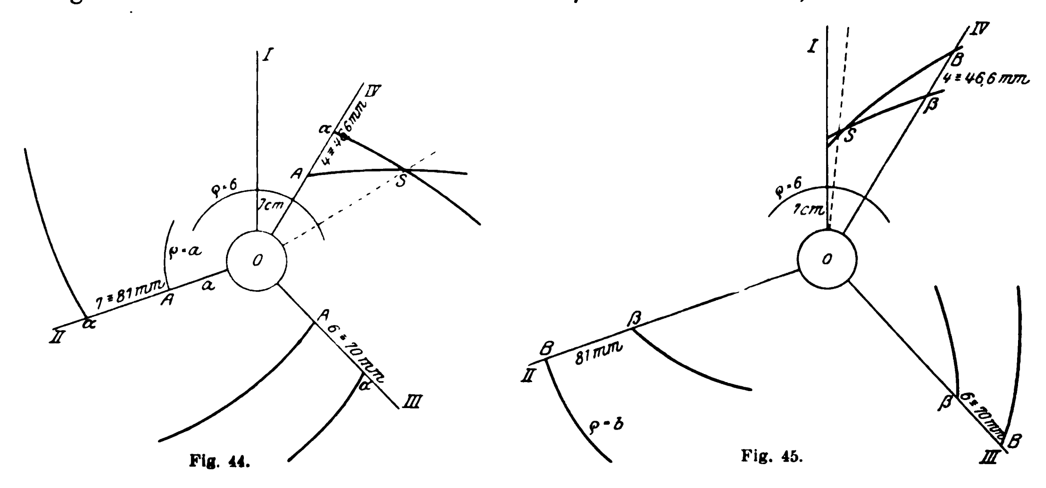


Fig. 44. Fig. 45.

Mit andern Worten: bei der ersten Integration (welche also die den Gleichungen 146) oder 147) analogen Kurven gibt) beginnt man freilich die Integralkurve von einem von B (gegen O hin) um die Größe $(n-1)!\,a_1$ entfernten Punkte β, (wenn a_1 positiv ist) oder von B (wenn a_1 negativ ist), dagegen beginnt man die Satellitenkurven bzw. von B oder β; aber bei der zweiten Integration muß der Anfangspunkt der Hauptkurve umgekehrt B sein, wenn a positiv ist, oder ein andrer Punkt β in der Entfernung $(n-2)!\,|a_2|$ von B, wenn a_2 negativ ist, während die Satellitenkurve bzw. von β oder von B beginnen muß; die frühere Regel wird also für die zweite Integration umgekehrt.

Bei der dritten Integration kehrt man zu der früheren Regel zurück, und fährt so fort; bei allen Integrationen von gerader Ordnung wird die Regel umgekehrt, bei denen ungerader Ordnung bleibt sie dieselbe. Der Grund hierfür läßt sich leicht aus dem Umstande erkennen, daß bei Drehung des Instruments im *positiven* Sinne die Integration das Zeichen wechselt.

In den Fig. 44 und 45 ist *auf doppelte Weise* die Integration der kubischen Gleichung

$$\Theta^3 + \tfrac{7}{2}\,\Theta^2 + 6\,\Theta - 4 = 0 \qquad 150)$$

ausgeführt worden; sie hat eine reelle Wurzel gleich $\frac{1}{2}$, die in der Tat sehr genau durch den Winkel $28^0\,38'\,52''$ auf beide Weisen vom Radius IV aus dargestellt wird. In der Zeichnung ist als Maßeinheit $1\frac{1}{6}$ cm angenommen[1]); so kommt es, daß die kleinste Entfernung des Differentialwagens von O, die 7 cm ist, durch die Zahl 6 dargestellt wird.

[1]) Dies bezieht sich auf die Originalzeichnung.

Inhaltsverzeichnis.

Referate.

Über Wesen und Veränderlichkeit der Konturen optischer Bilder.

Von A. Kühl. *Vierteljahrsschr. d. Astron. Gesellsch.* ***56.*** *S. 165. 1921.*

Das Thema wurde vom Verf. in einem Vortrag auf der Versammlung der Astronomischen Gesellschaft zu Potsdam am 25. Aug. 1921 behandelt. Wesentlich weitere Ausführungen gibt Verf. in seinem Aufsatz „Zur Bedeutung des Mach-Seeligerschen Kriteriums für Licht- und Schattengrenzen" im *Sirius, 1919, S. 190,* sowie in einem Artikel der *Zeitschr. f. ophthalmolog. Optik. 1920. Heft 5.*

Wie E. Mach im Jahre 1865 gefunden hat, wird die Begrenzung einer optischen Abbildung von unserem Auge dort wahrgenommen, wo die Helligkeit von dem Mittel der Helligkeiten der

Nachbarschaft abweicht. Bei gleichmäßiger, über eine Fläche sich ausbreitender Helligkeitsänderung sieht man keine Begrenzung, es tritt aber ein heller Streifen dann auf, wenn die Helligkeitszunahme plötzlich eine starke Verringerung oder der Helligkeitsabfall plötzlich eine starke Vermehrung erfährt; und ein dunkler Streifen ist dort sichtbar, wo die Helligkeitszunahme eine starke weitere Zunahme oder die Helligkeitsabnahme eine Verminderung erfährt.

Auch v. Seeliger hat später bei seinen Versuchen zur Erklärung der Vergrößerung des Erdschattens bei Mondfinsternissen mit Hilfe des Experiments den Einfluß der größeren oder geringeren Helligkeitsänderung auf den Ort des scheinbaren Bildrandes nachgewiesen.

Da infolge der Beugungserscheinung bei jeder optischen Abbildung an der Stelle des geometrisch-optischen Randbildes eine ungleichmäßig beleuchtete Fläche zustande kommt, so ist die Machsche Entdeckung für alle mikrometrischen Ausmessungen von großer Bedeutung. Es läßt sich zeigen, daß bei jeder Lichtverteilung nach außen hin drei aufeinanderfolgende Begrenzungslinien möglich sind. Insbesondere liefert das Bild einer gleichförmig hellen Fläche innerhalb der geometrisch-optischen Grenze einen hellen und außerhalb desselben einen dunkeln Kontraststreifen. Man wird daher bei Einstellung des hellen Kontraststreifens einen zu kleinen, bei Einstellnng des dunklen einen zu großen Wert bei der Ausmessung des Bildes bekommen.

Verwickelt wird die Erscheinung dadurch, daß bei Mikrometermessungen stets zwei Bilder, z. B. das des auszumessenden Objektes und des Mikrometerfadens, einander genähert werden, indem hierbei eine Verlagerung der Kontraststreifen stattfindet, d. h. die Begrenzung der beiden Bilder ist für unser Auge dann eine andere, wie wenn jedes Bild allein vorhanden wäre. Doppelbildmikrometer zeigen sich bezüglich des Erhalts eines richtigen Wertes den Fadenmikrometern bedeutend überlegen.

An einer Anzahl von Erscheinungen beweist der Verf. die Richtigkeit seiner Theorie.

So liefert dieselbe beispielsweise den Schlüssel zu der bislang nicht erklärten Erscheinung der in der physiologischen Optik so genannten positiven und negativen Irradiation, wonach ein heller Lichtstreifen auf dunklem Grund und ein sehr schmaler schwarzer Streifen auf hellem Grund bei abnehmender Streifenbreite eine zunehmende Vergrößerung ihrer optischen Bildbreite erfahren. Ein weißer Streifen auf dunklem Grund, dessen geometrisch-optisches Bild eine Breite von 45″ haben würde, erscheint breiter, und zwar erscheinen die Ränder um 25″ hinausgeschoben. Ist die geometrisch-optische Breite des weißen Streifens gleich 18″, so erscheinen die Ränder um 32,5″ von den Rändern des geometrisch-optischen Bildes entfernt. Die Kontrasttheorie liefert in sehr guter Übereinstimmung damit 23,3″ und 32,7″.

Haben wir dagegen einen schwarzen Streifen auf hellem Grund, so beträgt bei einer Breite des Streifens von 45″ die Hinausschiebung der Ränder über das geometrisch-optische Bild 17″ und bei 18″ Streifenbreite 22,5″, womit die von der Kontrasttheorie gelieferten Werte 16,0″ und 22,5″ wieder sehr gut übereinstimmen.

Die Irradiation ist somit als auf einer Beugungserscheinung beruhend nachgewiesen.

Bezüglich der Doppelsternmessungen folgt aus der Kontrasttheorie, daß die Distanzen sehr naher heller Bilder um bestimmte, von der Objektivöffnung und der Distanz abhängige Beträge zu groß gemessen werden. Bei Berücksichtigung dieses Umstandes verschwindet nach dem Verf. die bei sehr nahen Doppelsternen bestehende Unstimmigkeit zwischen den Messungsresultaten der Doppelsternbeobachter Dembowski und W. Struve, deren ersterer mit seinem 7,4-zölligen Merz-Refraktor die Distanz von 0,76″ um 0,127″ zu groß maß, während die von Struve mit dem größeren Instrument gemessenen Distanzen keiner Korrektion bedurften.

Die Kontrasttheorie löst auch das Rätsel, daß bei der visuellen Beobachtung ungleich heller Doppelsterne eine Abstoßung der schwächeren Komponente durch die hellere stattfindet, dagegen bei photographischen Aufnahmen, wie Kostinsky in Pulkowo 1907 gefunden hat, eine Abstoßung der helleren Komponente durch die schwächere. Die Erklärung beruht darauf, daß infolge der Überlichtung des hellen Sternes der Helligkeitsabfall seines Scheibchens ein anderer ist wie bei der visuellen Beobachtung. Der Fehler kann dadurch vermieden werden, daß man ein Paar gekreuzter dünner Stäbe vor das Objektiv bringt und auf der Platte die Entfernung, welche die Beugungsstriche der beiden Sterne voneinander haben, mißt. In der Tat werden die Entfernungen

der scheinbaren Bildmitten von Doppelsternen, die Verf. zu diesem Zweck aufgenommen hatte, durch Anbringung der berechneten Korrektion wegen der Kontrasterscheinung in beste Übereinstimmung mit den Entfernungen der Beugungsstriche gebracht.

Bei den photographischen Aufnahmen von Sternen in der Nähe der Sonne bei einer totalen Sonnenfinsternis, wie sie zur Prüfung der Relativitätstheorie gemacht wurden und fernerhin gemacht werden sollen, empfiehlt es sich sehr, Vorkehrungen zu treffen, daß nicht durch eine Kontrasterscheinung die von der Relativitätstheorie geforderte Verschiebung der Sternörter vorgetäuscht wird, da in der Tat durch die Korona mit ihrem Helligkeitsabfall die Bedingungen für den Eintritt einer Kontrasterscheinung gegeben sind.

Verf. führt noch einige Fälle an, wo das Auftreten der Kontrasterscheinung die Messung verfälschen kann und wo es sie tatsächlich verfälscht hat, und fordert sehr mit Recht eine Beachtung der Kontrasttheorie bei feinsten astronomischen Messungen. *Otto Knopf.*

Photometrie der Luft.

Von H. Luckiesh. *Astrophys. Journ.* ***49.*** *S. 108. 1919.*

Die Arbeit umfaßt eine große Anzahl von Einzelheiten, die hier nur kurz angedeutet werden können. Die Ergebnisse wurden zumeist auf Luftfahrten in verschiedenen Höhen erzielt. Die benutzten, besonders konstruierten Apparate werden nicht beschrieben.

Das natürliche Licht erreicht die Erde direkt von der Sonne und mittelbar durch Zerstreuung in der Atmosphäre. Das erstere nennt der Verf. Sonnenlicht, das letztere Himmelslicht. Im letzteren ist nicht nur das Licht des klaren Himmels, sondern auch dasjenige von Wolken, Nebel usw. inbegriffen. Bei vollkommen klarem Himmel würde die Beleuchtung einer horizontalen Fläche proportional dem Sinus der Sonnenhöhe sein und das Himmelslicht gleich Null. Die Messungen ergaben denn auch für an einem fast ganz klaren Junitage für das Sonnenlicht eine Sinuskurve, für das Himmelslicht eine Gerade. An Tagen mit wechselnder Bewölkung ist dieses ideale Verhältnis in der buntesten Weise gestört.

An vollkommen klaren Tagen war das Maximum der Beleuchtung im Juni 10000 Fußkerzen, im Januar 3500 Fußkerzen (1 Fußkerze = 10,7 Meterkerzen). Nach H. H. Kimball ist bei schwach überzogenem Himmel, so daß die Sonne eben nicht zu sehen ist, die Totalbeleuchtung die Hälfte derjenigen bei klarer Sonne.

Der Verf. unternahm eine Bestimmung des Reflexionskoeffizienten der Erde aus Höhen von 300 bis 1500 Meter, und zwar in bezug auf Felder, Ödland, Wälder und Seen. Der Reflexionskoeffizient ergab sich dabei für Felder zu 0,05—0,10, Ödland 0,10—0,20, Wälder 0,03—0,05, Seen 0,05—0,10, Meeresoberfläche 0,03—0,05. Der Verfasser bezeichnet die geringe Größe dieser Zahlen als überraschend und versucht sie in bezug auf die Landschaft zu erklären durch den Umstand, daß viele Teile derselben im Schatten liegen, Bäume, Gräser, Erhebungen usw. werfen einen Schatten.

Den Reflexionskoeffizient von Wolken fand der Verf. zwischen 0,36 und 0,78, er hängt von der Beschaffenheit der Wolken stark ab.

Die Nebel unterscheidet der Verf. in Erd- und Wolkennebel. Der Erdnebel besteht aus Rauch und Dunst, der Wolkennebel aus sehr dünnen Wasserdampfschichten. Die Messungen der scheinbaren Helligkeiten dieser Nebel waren sehr unsicher. *H. Krüss.*

Die Anwendung eines ebenen Gitters zur Bestimmung des Brechungsindexes eines Gases.

Von Robert William Dickey. *Astrophys. Journ.* ***45.*** *S. 189. 1917.*

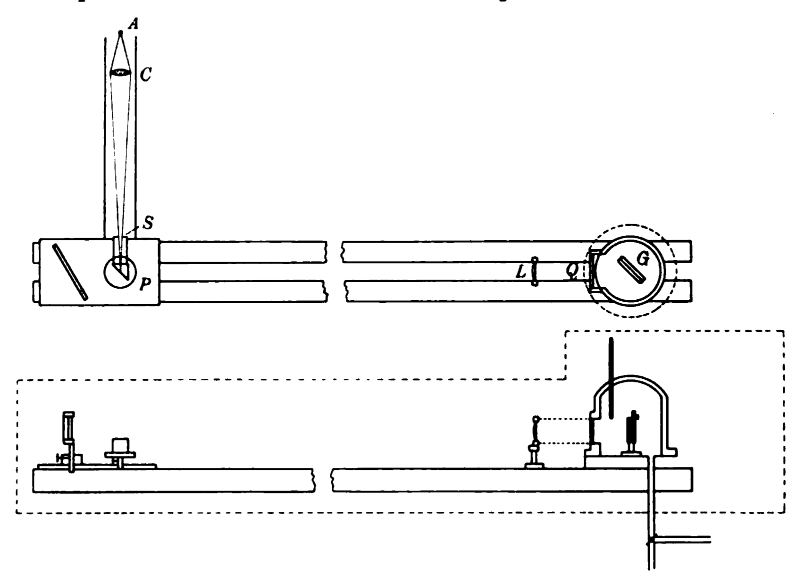
Der Verf. bespricht zunächst die früheren Versuche zur Bestimmung der Brechungsindizes an Gasen, deren kurze Wiedergabe hier nicht ohne Interesse ist.

Ketteler beobachtete mit einem Jamin-Interferometer die Verschiebung der Streifen bei verschiedenen Drucken der Gase. Er hatte dabei die Schwierigkeit der Beschaffung genügend starker Quellen monochromatischen Lichtes. Einen ähnlichen Apparat benutzte L. Lorenz.

Mascart benutzte die Talbotschen Banden, Kayser und Runge ein großes konkaves Gitter und ein Hohlprisma, in welches sie die Luft unter verschiedenem Druck brachten. Das

von **Rentschler** mit einem konkaven Gitter benutzte Interferometer von **Fabry** und **Perot** war versilbert, gestattete aber wegen des geringen Reflexionsvermögens des Silbers nur Bestimmungen in engen Grenzen. Im sichtbaren Spektrum bestimmten C. und M. **Cuthbertson** die Brechungsverhältnisse verschiedener Gase mit einem **Jamin**schen Refraktometer. Mittels eines Interferometers von **Fabry** und **Perot**, dessen Platten durch Kathodenzerstäubung vernickelt waren, in Verbindung mit einem Quarzspektrographen, stellte Miß **Howell** die Dispersionskurve der Luft fest und erstreckte diese auch ins Ultraviolett.

Der Verf. benutzte die **Littrow**sche Form eines Spektrometers (Fig.) und sorgte zur Vermeidung von Erschütterungen und Veränderungen dafür, daß die 3 m lange optische Bank und die darauf befestigten Tische für die optischen Teile außerordentlich stark und fest gebaut waren. Als Lichtquelle wurde ein Eisenlichtbogen *A* benutzt, dessen Licht durch eine Kondensorlinse *C* auf den Spalt *S* und weiter durch das Reflexionsprisma *P* auf die Kollimatorlinse *L* aus



Quarz geworfen wurde. Vor dem Plangitter *G* war eine planparallele Quarzplatte *Q* aufgestellt. Gleichzeitig wurde in der Entfernung von 5 m ein Bild des Lichtbogens aufgefangen, um daran erkennen zu können, daß für verschiedene photographische Aufnahmen des Spektrums auch immer der gleiche Teil des Lichtbogens wirksam war. Das **Rowland**sche Gitter *G* hatte eine Größe von 2,5 engl. Zoll und besaß 15000 Linien auf den Zoll. Unmittelbar hinter dem Gitter befand sich der Zugang zur Luftpumpe.

Die größte Schwierigkeit bot sich dar in der Veränderung der Temperatur des Gitters, die namentlich durch das Einlassen der Luft und das Wiederauspumpen hervorgerufen wurden. Nach manchen vergeblichen Versuchen erwies sich das Einbringen größerer Eisenmengen in den Apparat, die eine schnelle Änderung der Innentemperatur verhinderten, als ein Mittel, diesen schädlichen Einfluß fast ganz zu beseitigen.

Mit dieser instrumentellen Anordnung ermittelte der Verf. das Brechungsvermögen der trockenen Luft zwischen den Wellenlängen 2500 und 6500, und zwar wurde das Spektrum dritter Ordnung zwischen 6400 und 4300, sowie für das äußerste Ultraviolett benutzt, das Spektrum fünfter Ordnung für den Raum von 4100 bis 2700. *H. Krüss.*

The Manufacture of Optical Glass.

Von O. J. **Peddle**. *Trans. Opt. Soc. Vol. XXIII. (1921—1922). Nr. 2.*

Die Herstellung optischen Glases, die in England bereits vor dem Kriege eine große Bedeutung gewonnen hatte, ist während des Krieges unter dem Zwange der Verhältnisse ganz erheblich erweitert worden und es ist daher wohl verständlich, daß eine Reihe neuer Versuche in größtem Maßstab ausgeführt werden mußte, über die der Verfasser kurz berichtet.

Die einleitenden geschichtlichen Notizen, nach welchen in der Glasfabrikation vier Zeitabschnitte unterschieden werden können, bringen nichts wesentlich Neues. Es dürfte jedoch von Interesse sein, daß die letzte Entwicklungsperiode vom Jahre 1914 ab datiert wird, daß also die Entwicklung der Glasindustrie besonders in England und Amerika seit dieser Zeit neue Bahnen gegangen ist, die eine solche Einteilung rechtfertigen.

Die Herstellungsverfahren für optisches Glas sind bedingt durch die Eigenschaften, welche das fertige Produkt aufweisen soll. Hierzu gehört, daß jedes Glas ein bestimmtes Brechungsvermögen besitzen muß, welches bei Wiederholung der Schmelze nur innerhalb enger Grenzen variieren darf, ferner muß optisches Glas möglichst blasenrein, frei von Schlieren, farblos, haltbar, d. h. gegen die Einwirkung der Atmosphärilien widerstandsfähig, spannungsfrei sein und gute Politur annehmen. Außerdem muß während des Schmelzprozesses eine ausreichende Dünnflüssigkeit erzielt werden, die ein Rühren zuläßt. Schließlich darf während des Abkühlungsprozesses keine Entglasung auftreten. Die verschiedenen Bedingungen enthalten teilweise Widersprüche, so daß nur durch eine Art Ausgleich ein befriedigendes Resultat erreicht werden kann und es ist daher auch verständlich, daß die Ausbeute an nutzbarem Glas meist nur 10% beträgt. Nicht unerwähnt darf die Schwierigkeit in der Beschaffung geeigneter Schmelzgefäße bleiben. Das Fabrikationsverfahren geht in folgenden Stufen vor sich:

1. Experimentelle Voruntersuchungen,
2. Gemengebereitung,
3. Einschmelzen,
4. Rühren,
5. Grobe Kühlung,
6. Zerkleinerung und Rohsortierung,
7. Senken und Kühlen,
8. Anpolieren und Feinsortierung,
9. Feinkühlung,
10. Feststellung der optischen Eigenschaften.

Unter Zugrundelegung der vielseitigen Erfahrungen bezüglich der Abhängigkeit der optischen Eigenschaften von der Zusammensetzung wird es in allen Fällen möglich sein, ein Gemenge anzugeben, welches nahezu die geforderten optischen Eigenschaften besitzt. Die auf Grund dieser Unterlagen hergestellten Versuchsschmelzen zeigen erfahrungsgemäß zwar nicht die gleichen optischen Eigenschaften wie eine große Schmelze, jedoch wird bereits nach einer geringen Zahl von Versuchen die Gemengezusammensetzung bestimmt werden können, welche bei den größeren Schmelzen von etwa 10 bis 15 Zentnern gewählt werden muß. Sämtliche Materialien für optisches Glas müssen so rein als möglich und vor allen Dingen eisenfrei sein. Eine längere Aufbewahrung des Gemenges ist wegen der Wasseraufnahme nicht ratsam. Das Einschmelzen erfolgt in Häfen von 3 Fuß Höhe und 3 Fuß Durchmesser, in denen die Höhe der Glasschicht etwa 18 bis 20 Zoll ist. Um die Verunreinigung durch hineinfallende Ofenteile zu vermeiden, werden meist bedeckte Häfen verwendet. Die Häfen werden, nachdem sie lufttrocken sind, auf 1000° vorgewärmt, in den besonders konstruierten Schmelzofen hineingebracht und mit dem Gemenge gefüllt. Die Einschmelztemperaturen liegen zwischen 1000° und 1500°, die Einschmelzdauer ist ca. 20 Stunden. Nachdem das ganze Gemenge eingeschmolzen ist, werden die Blasen so weit als möglich entfernt, die oberflächlich schwimmenden Verunreinigungen abgeschöpft, wobei die Rührmaschine in Tätigkeit tritt. Danach wird der ganze Hafen gekühlt, wozu eine Zeit von mehreren Tagen erforderlich ist. Das durch die inneren Spannungen in Brocken zerspringende Glas wird auf Schlieren, Steine und Blasen untersucht. Bereits bei dieser rohen Prüfung werden im Durchschnitt etwa 50% als unbrauchbar ausgeschieden, nach der zweiten nach dem Senken stattfindenden Prüfung bleiben meist nur 20% an brauchbarem Glas übrig. Die endgültige Untersuchung und die Feststellung der optischen Eigenschaften erfolgt an fein gekühlten Platten mit Hilfe des Pulfrichschen Refraktometers, wobei für die Konstanz des Brechungsindex bei Wiederholung der Schmelzen etwa eine Einheit der dritten Dezimale angenommen wird.

Eine eingehende wissenschaftliche Durchforschung des ganzen Fabrikationsprozesses sowie

der Beziehungen zwischen Zusammensetzung des Glases und physikalischen Eigenschaften (wie Dichte, Brechungsindex, Haltbarkeit und Neigung zur Entglasung) ist für die Herstellung optischen Glases wichtiger als in irgendeinem anderen Fabrikationszweige. Die Festlegung der Glaseigenschaften, über welche bisher nur einzelne Beobachtungen vorlagen, wurde daher in der Weise vorgenommen, daß zunächst die einfachen Gläser und dann die komplizierter zusammengesetzten untersucht wurden. Die einfachsten Gläser bestehen aus einer Base und einer Säure, also meist aus reinen Alkalisilikaten, denen jedoch schon wegen ihrer geringen Haltbarkeit erhebliche Mengen von Kalzium, Barium, Strontium, Zink, Magnesium oder Blei in Form ihrer Oxyde hinzugefügt wurden.

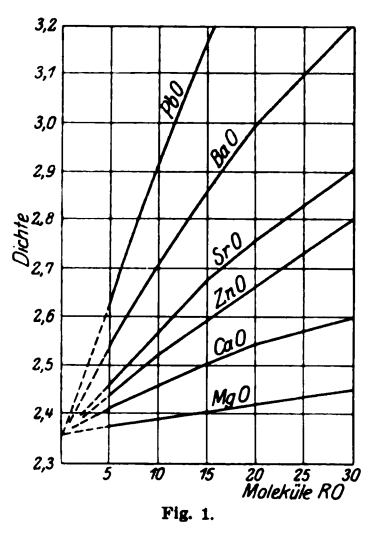


Fig. 1.

Die Bestimmung der Zusammensetzung kann entweder nach der Zahl der Moleküle oder nach Gewichtsprozenten erfolgen. Jedoch scheint die Darstellung der Untersuchungsergebnisse in Abhängigkeit von den Molprozenten den Vorzug zu verdienen. Die Untersuchungen gehen aus von Kernen 100 SiO_2, 20 Na_2O bzw. 100 Si_2, 20 K_2O, während weitere Versuche die doppelte Alkalimenge auf 100 Kieselsäure enthalten. Zu diesen Kernen sind wachsende Mengen verschiedener basischer Oxyde hinzugefügt worden. Dabei zeigte sich, daß bei dem Kern 100 SiO_2, 20 Na_2O durch 5 Mol. CaO die Dichte um 0,06, durch 5 Mol. PbO die Dichte um 0,28 erhöht wird. Allgemein gilt, daß mit wachsendem Atomgewicht der zugefügten Oxyde die Dichten ebenfalls wachsen. Bei Darstellung nach Prozentgehalten hingegen ist für MgO zunächst bis etwa 10% eine Abnahme der Dichte, dann ein erhebliches Ansteigen zu verzeichnen (Fig. 1 und 2). Auch für reine Kaligläser gelten ähnliche Beziehungen, wobei aber zu beachten ist, daß bei stufenweisem Ersatz des Natriums durch äquimolekulare Mengen Kalium die Dichte abnimmt. Z. B. bei

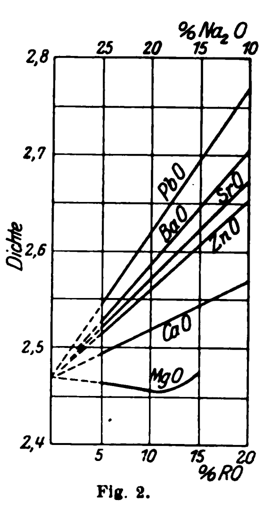


Fig. 2.

Glas	70 $SiO_2 \cdot 20 Na_2O \cdot 10 PbO$	Dichte 2,610
„	70 $SiO_2 \cdot 10 Na_2O \cdot 10 K_2O \cdot 10 PbO$	„ 2,570
„	70 $SiO_2 \cdot 20 K_2O \cdot 10 PbO$	„ 2,546

Die Beziehung zwischen Zusammensetzung und Brechungsindex ergibt bei Zugrundelegung der molekularen Gewichtsverhältnisse für den Kern 100 SiO_2, 20 Na_2O mit zunehmendem Molekulargewicht des hinzugefügten Oxydes größere Werte von n_D mit Ausnahme von ZnO;

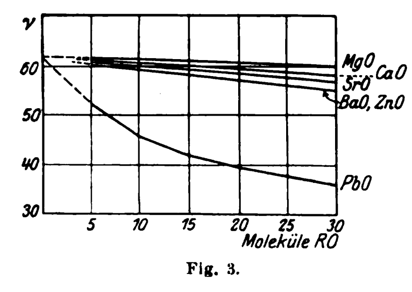


Fig. 3.

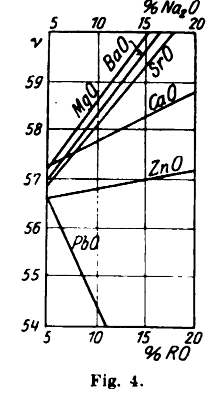


Fig. 4.

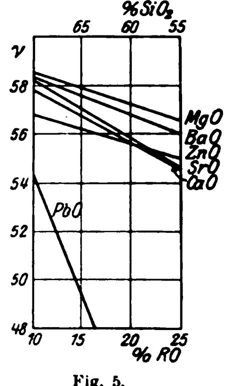


Fig. 5.

in diesem Falle sind die Brechungswerte kleiner als für Kalziumgläser. Die totale Dispersion $n_F - n_C$ derselben Gläser nimmt zu mit der zugefügten Menge Oxyd, wobei die besonders starke

Wirkung von PbO hervorzuheben ist. ZnO gibt praktisch gleiche Werte wie SrO. Das Verhalten der ν-Werte zeigt Fig. 3—5.

Bei Darstellung der optischen Eigenschaften in Abhängigkeit von den Gewichtsprozenten der Komponenten zeigt sich, daß die Änderung des Brechungsindex nicht entsprechend dem Molekulargewicht erfolgt. Gleiche Gewichtsprozente CaO und SrO ändern den Brechungsindex stärker als PbO, wenn sie an Stelle von Na_2O eingesetzt werden. Diese Tatsache zusammen mit dem oben erwähnten Verhalten der Dichte zeigt, daß größere Dichte nicht immer einem größeren n_D entspricht. Die totale Dispersion folgt ebenfalls nicht dem Molekulargewicht. Ca, Ba und SrO zeigen anormales Verhalten, und für Sr, Ba und MgO nimmt die totale Dispersion mit wachsender Menge der Oxyde ab. Diese Gesetzmäßigkeiten, welche in den Fig. 6 bis 8 ihren Ausdruck finden, gelten in gleicher Weise für Kaliumgläser. Bei Einführung von Kalium an Stelle des Natriums nimmt aber der Brechungsindex und die totale Dispersion ab.

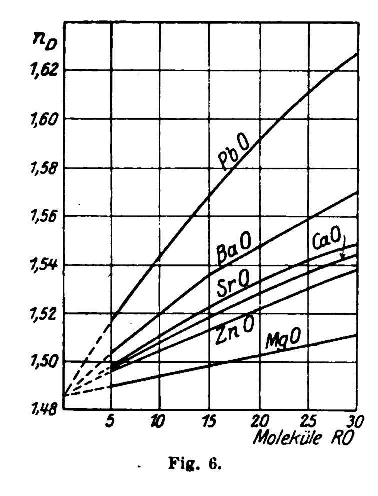


Fig. 6.

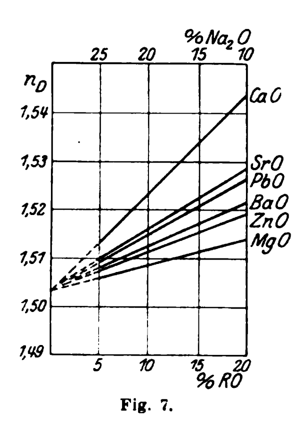


Fig. 7.

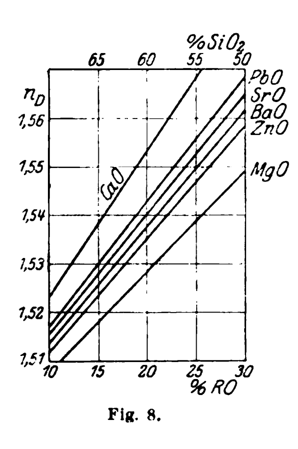


Fig. 8.

Die Verwitterung des Glases, welche sich in Fleckenbildung, Mattwerden, Entstehen irisierender Schichten oder auch vollständiger Zersetzung äußern kann, wird nach Angabe des Verfassers mit Sicherheit allein durch die Beobachtung des Verhaltens unter den normalen Benutzungsbedingungen festgestellt, jedoch geben Verfahren, die eine geringere Beobachtungszeit erfordern, im allgemeinen die gleiche Reihenfolge hinsichtlich der Haltbarkeit der Gläser. Als beste dieser abkürzenden Methoden wird die Bestimmung der Löslichkeit der Gläser angegeben, wobei trockenes Glaspulver, das durch ein Sieb mit 160 Maschen auf 1 qcm gesiebt worden ist, in einem Platingefäß eine Stunde lang bei 80° C erhitzt wird. Bei Benutzung von 5 g Pulver mit 100 ccm Wasser ist ein Glas nicht mehr als brauchbar für optische Zwecke zu bezeichnen, für welches mehr als 1000 mg Schwefelsäure zur Neutralisierung des Filtrates notwendig ist. Für die besten Gläser sind weniger als 200 mg erforderlich. Der Zusatz von Oxyden zu den Kernen 100 SiO_2, 20 Na_2O ergibt in allen Fällen eine Abnahme der Löslichkeit, die anfangs sehr groß ist. Die Größe des Molekulargewichtes ist hierbei nicht gesetzmäßig mit der Löslichkeit verknüpft, doch ist die Wirkung von ZnO besonders bemerkenswert (Fig. 9). Wählt man für die Angabe der Zusammensetzung Gewichtsprozente, so zeigt sich, daß die Haltbarkeit sowohl bei Ersatz der Kieselsäure als auch des Alkali durch eines der Oxyde RO verbessert wird, wobei Zink die günstigste Wirkung aufweist. Für die übrigen Oxyde steigt die Haltbarkeit mit sinkendem Molekulargewicht, ferner ist die Haltbarkeit von Gläsern mit beiden Alkalioxyden größer als die der reinen Na- bzw. Kaligläser. Zum Schluß wird kurz auf die Entglasung eingegangen. In den meisten Fällen erfolgt Ausscheidung von Kieselsäure, jedoch wird diese beeinflußt teils durch die Kühlgeschwindigkeit, teils durch die im Glase vorhandene Alkalimenge, wobei

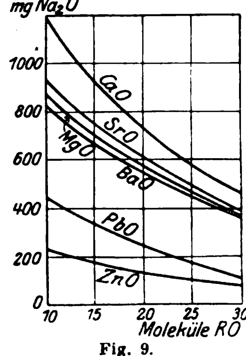


Fig. 9.

die Viskosität der Schmelze besonders zu beachten ist. Aber auch die Art des hinzugefügten Oxydes ist von Bedeutung. Die Ausscheidung von Kieselsäure erfolgt bei Bleigläsern leichter als bei solchen mit gleichen Gewichtsprozenten Kalziumoxyd. Die Herstellung von Flinten mit mehr als 65% SiO_2 ist kaum möglich, während Krongläser bis zu 75% enthalten können. In den meisten Fällen kristallisiert die Kieselsäure in Form von Tridymit, seltener sind Cristobalitkristalle beobachtet worden. Es kann aber auch eine Ausscheidung von Silikaten erfolgen, so z. B., wenn mehr als 15% CaO im Glase enthalten sind, von Wollastonit (Sphärolite), oder wenn mehr als 25% BaO vorhanden sind. Bleigläser zeichnen sich dadurch aus, daß erheblich mehr als 50% PbO eingeführt werden können, ohne daß bei normaler Abkühlung Entglasung auftritt.

H. Schulz.

Ein Differentialthermometer und seine Anwendung.

Von A. W. C. Menzies *und* S. L. Wright.

Proc. of the National Acad. of Science U. S. A. **7.** *S. 77—83. 1921.*

Es wird ein Thermometer beschrieben, das die Temperaturdifferenz zweier benachbarter Stellen eines Raumes anzugeben geeignet ist und dessen Anwendung bei der Bestimmung von Molekulargewichten nach der Siedemethode empfohlen wird. Hierbei kommt es auf die Temperaturdifferenz zwischen der siedenden Flüssigkeit und dem gesättigten Dampf des reinen Lösungsmittels an. — Das Thermometer besteht aus einem etwa 12 cm langem Glasrohr von einigen mm lichter Weite, das eine mm-Skala besitzt und an jedem Ende eine kugelförmige Erweiterung trägt (vgl. Fig. 1). Es ist nach Entfernung aller Luftreste etwa zu einem Drittel mit flüssigem Wasser gefüllt. Das übrige Volumen, insbesondere die Kugeln, enthält Wasserdampf, dessen Spannung verschieden ist, wenn beide Kugeln nicht gleiche Temperatur besitzen. Bei vertikaler Anordnung des Instrumentes wird der Spannungsunterschied durch die Höhe der Wassersäule gemessen. Ist die Temperatur annähernd gegeben, so kann man aus den wohlbekannten Daten über die Dichte des Wassers und den Temperaturkoeffizienten seines Sättigungsdruckes die Temperaturdifferenz zwischen beiden Kugeln lediglich aus der Länge der Wassersäule ermitteln. Bei $t = 57°$ bez. 80 bez. 100° entspricht einer Wassersäule von 1 mm Höhe eine Temperaturdifferenz von 0,01180 bez. 0,004969° bez. 0,002599°.

Es wird darauf hingewiesen, daß das Differentialthermometer vor dem sonst bei Siedepunktsbestimmungen verwendeten Beckmann-Thermometer wegen seiner Einfachheit gewisse Vorteile besitzt, und daß im Gegensatz zu jenem seine Angaben unabhängig sind von jeder Änderung der Siedetemperatur, die durch Schwankungen des Luftdrucks verursacht werden. Dieser Umstand hat in der bisherigen Praxis dazu geführt, entweder zwei Beckmann-Thermometer gleichzeitig zu verwenden oder die Molekulargewichtsbestimmung nach der Gefrierpunktsmethode vorzunehmen.

Fig. 1.

Fig. 2.

Wesentlich für eine einwandfreie Messung der Siedepunktserhöhung ist allerdings noch ein Kunstgriff, dessen sich Cottrell (*Journ. Amer. Chem. Soc.* **41.** *S. 721. 1919*) bediente und der darin besteht, daß man das Thermometer nicht in die Flüssigkeit direkt eintaucht, sondern daß zur Vermeidung von Siedeverzügen die Flüssigkeit durch eine kleine automatische Pumpe gehoben wird und ständig die Thermometerkugel umspült. Diese Pumpe besteht aus einem gebogenen Glasrohr, dessen unteres Ende erweitert ist und in die Flüssigkeit eintaucht. Von jeder in das Rohr eintretenden Dampfblase wird ein Teil der Flüssigkeit in die Höhe gehoben und am oberen Ende des Rohres herausgetrieben.

Die Figur 2 stellt den vollständigen Siedeapparat nebst Rückflußkühler dar. *Henning.*

Über ein Mikromanometer.

Von O. E. Frivold. *Physikal. Zeitschr.* **22.** *S. 605. 1922.*

Im Anschluß an eine zuerst von A. Piccard und E. Cherbutier (*Arch. des Sciences Phys. et Nat.* **42,** *S. 324. 1916*) ausgeführte Konstruktion hat sich der Autor einer sehr empfindlichen Methode zur Beobachtung kleiner Dichteunterschiede in Gasen bedient. Das Instrument, welches durch den Namen „Manometer" nicht ganz treffend gekennzeichnet wird, besteht im wesentlichen aus einem engen Messingrohr (Fig. 1), in dem durch drei aufgekittete schmale Fenster A, B, C die geringste Strömung des Gases an seitlich scharf beleuchteten suspendierten Staubteilchen messend verfolgt werden kann. Aus dem Durchmesser des Messingrohres und der längs seiner Achse erfolgten Verschiebung eines Staubteilchens läßt sich die Gasmenge berechnen, welche den Querschnitt des Rohres durchschritten hat. Ist das Rohr auf jeder Seite mit einem sonst abgeschlossenen Gasvolumen verbunden, so kann man geringe Dichteänderungen (die im vorliegenden Falle durch Anlegen eines elektrischen Feldes verursacht wurden) der Gasmengen genauer bestimmen, als es durch direkte manometrische Messungen möglich ist. In der beistehenden Fig. 2 bedeutet M das Messingrohr. Zunächst sind die beiden Gasvolumina durch die geöffneten Hähne H_1, H_2 und H_3 in Verbindung zu denken, während die Hähne H_4 und H_5 geschlossen sind. Dann werden die Hähne H_1, H_2 und H_3 geschlossen und nach Öffnung von H_4 und H_5 wird in das Messingrohr Tabakrauch eingeführt, dessen Staubpartikelchen sich unter Ausführung der Brownschen Molekularbewegung lange schwebend halten. Schließlich sind die Hähne H_1 und H_3 wieder zu öffnen und H_4 und H_5 zu sperren, so daß jede Dichteänderung der Gasvolumina auf die Staubteilchen eine Verschiebung ausübt. Die suspendierten Teilchen werden durch ein Mikroskop mit Okularmikrometer betrachtet. Da sie senkrecht zur Blickrichtung beleuchtet werden müssen, wurde das Messingröhrchen in seinem mittleren Teil, wo der Querschnitt nur 0,4 mm² betrug, von drei Seiten bis zum Lumenplan abgeschliffen und durch aufgekittete Deckgläschen wieder verschlossen. Mit diesem Instrument sind Volumenänderungen bis herab zu $5 \cdot 10^{-5}$ cm³ sicher beobachtet worden. *Henning.*

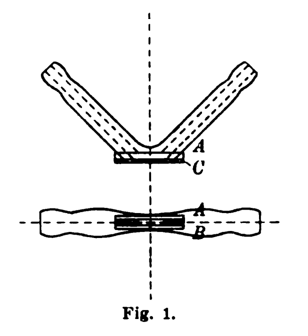


Fig. 1.

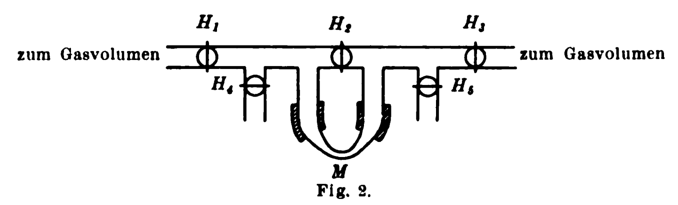


Fig. 2.

Messungen der Abweichung vom Ohmschen Gesetz in Metallen bei hohen Stromdichten.

Von P. W. Bridgman.

Proc. of the Nat. Acad. of Sciences of the U. S. A. **7.** *S. 299. 1921.*

Nach der Elektronentheorie der elektrischen Leitung in Metallen sind bei hohen Stromdichten Abweichungen vom Ohmschen Gesetz zu erwarten. So hat J. J. Thomson theoretisch abgeleitet, daß bei Strömen von der Größenordnung 10^9 A/cm² die Stromstärke mit dem Quadrat der Spannung ansteigen und der Widerstand schließlich unendlich groß werden müsse.

Die Schwierigkeiten der experimentellen Prüfung dieser theoretischen Folgerungen bestehen darin, daß infolge der Wärmewirkung bei hohen Stromdichten Widerstandsänderungen eintreten, welche die elektronentheoretisch zu erwartenden Änderungen überdecken. Diese Schwierigkeiten hat Bridgman durch die folgende neue Methode überwunden. Der zu untersuchende Leiter, in einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke eingeschaltet, wird gleichzeitig von einem starken Gleichstrom und darüber gelagerten schwachen Wechselstrom akustischer Frequenz durchflossen; der Widerstand des Leiters für Gleichstrom wird mit einem gewöhnlichen Galvanometer, sein Widerstand für den Wechselstrom gleichzeitig mit einem Telephon gemessen. Treten bei hohen Strom-

stärken Abweichungen vom Ohmschen Gesetz auf, so müssen beide Widerstandsmessungen verschiedene Resultate ergeben. Aus der Differenz kann die Abweichung vom Ohmschen Gesetz ausgerechnet werden.

Messungen wurden an Gold und Silber ausgeführt. Die Metalle hatten die Form dünner Blätter, die auf Glas aufgekittet und durch fließendes Wasser gekühlt wurden.

Die Goldblätter waren $8 \cdot 10^{-6}$ und $1,67 \cdot 10^{-5}$ cm, die Silberblätter $2 \cdot 10^{-5}$ cm dick. Ihre Breite variierte von 0,06 bis 0,22 mm. Zur Herstellung der Leiter wurde bei einigen Goldproben auch Kathodenzerstäubung angewandt. Es wurden Stromdichten bis zu $5 \cdot 10^6$ Amp/cm² erreicht.

Die Meßresultate ergaben, daß der Widerstand bei hohen Stromdichten größer wird, daß also die Abweichung vom Ohmschen Gesetz positiv ist. Diese Abweichung beträgt für die dünneren Goldproben und für Silber etwa 1% bei einer Stromdichte von $5 \cdot 10^6$ Amp/cm², für die dickeren Goldproben war sie noch größer.

Bridgman schließt daraus, daß die Zahl der freien Elektronen im Metall weit kleiner, ihre reie Weglänge größer sein müsse, als man nach der klassischen Elektronentheorie bisher annahm. *Ge.*

Ein Auto-Stroboskop und ein glühender Farbenkreisel.

Von F. L. Hopwood. *Trans. Opt. Soc.* **23.** *Heft 2. 1921—22.*

An einer senkrechten rotierenden Stange sind zwei horizontale Arme befestigt und ihre beiden Enden durch Drähte verbunden, die ins Glühen versetzt werden können. Bei genügender Umdrehungs-Geschwindigkeit erscheint ein einheitlich leuchtender Schirm. Wird aber in der Nähe der erleuchtenden Drähte und parallel zu ihnen je ein kalter schwarzer Draht gespannt, so erscheint in jeder Hälfte des leuchtenden Schirmes eine schwarze Linie.

Diese Erscheinung wird durch die Luftströmungen, welche bei der Rotation die Drähte in Bewegung setzen, gestört. Der Verfasser bewirkte deshalb ähnliche Erscheinungen im luftleeren Raume, indem er eine einfache Glühlampe rotieren ließ. Dabei waren die den Glühfaden haltenden kalten Drahtenden leicht sichtbar und scheinbar feststehend im Raume. Auch ließen sich eine ganze Anzahl feststehender schwarzer Linien parallel den Glühfäden der rotierenden Metallfadenlampe erkennen, deren Entstehung er der Bedeckung eines Glühfadens durch einen andern Glühfäden zuschreibt. Er glaubt, daß es sich dabei um die Dauer des Lichteindruckes handelt. Auch die Bezeichnungen auf der Glashülle der Glühlampe und diejenigen auf der Fassung waren stationär sichtbar bei allen Umdrehungsgeschwindigkeiten von 5 bis 20 Umdrehungen in der Sekunde. Die schwarzen Inschriften erscheinen schwarz, die weiß geätzten weiß, es handelt sich also um positive Nachbilder. Solche Anordnung, welche einen stroboskopischen Effekt ergibt, nennt der Verf. ein Auto-Stroboskop.

Der Verf. bemerkte auch, daß eine so rotierende Glühlampe Farbenerscheinungen hervorrief. Die Farbe war abhängig von der Umdrehungsgeschwindigkeit. Hat die glühende Lampe einen gelblichen Farbenton, so sieht man bei geringer Drehungszahl blaue und gelbgrüne Farben, bei schnellerer Drehung erscheinen rote Farbentöne. Die physiologischen und psychologischen Vorgänge, welche diesen Erscheinungen zugrunde liegen, werden vom Verf. nicht näher erörtert.

H. Krüss.

Zuschriften an die Schriftleitung betr. die Besprechung des Hugershoff-Heydeschen Autokartographen.

(*Diese Zeitschr.* **42.** *S. 280. 1922.*)

I.

Im 9. Heft des laufenden Jahrganges dieser Zeitschrift hat Herr Privatdozent Dr. v. Gruber über eine Abhandlung von H. Krebs: „Der Hugershoff-Heydesche Autokartograph“ ausführlich berichtet. In den Schlußabsätzen dieses Referates gibt nun der Herr Referent, gänzlich abweichend

von der Krebsschen Arbeit, eine selbständige, aber unrichtige Darstellung des Arbeitsbereiches des Autokartographen. Zu dieser Darstellung ist der Herr Referent, wie er mir mitteilt, durch eine (offenbar mißverstandene) mündliche Äußerung von mir und durch Nachmessungen an einer (heute veralteten) Photographie des Instrumentes gekommen. Ich hätte es begrüßt, wenn der Herr Referent, der das Instrument selbst nicht gesehen hat, sein persönliches, auf so unsicherer Grundlage beruhendes abschließendes Werturteil entweder unterdrückt oder zumindest mit dem Worte „anscheinend" eingeleitet hätte. Ich stelle also fest, daß der Autokartograph, wie es übrigens auch aus der v. Gruberschen Darstellung der Wirkungsweise des Apparates selbst klar hervorgeht, das Problem der automatischen Kartenherstellung aus zwei im Raum beliebig orientierten Meßbildern vollständig löst.

Die in Frage kommende Photographie läßt höchstens erkennen, daß Einschränkungen hinsichtlich der Neigung der Aufnahmen an dem abgebildeten Modell aus mechanischen Gründen bestehen. Theoretische Gründe für eine Einschränkung bestehen nicht. — Wie der Herr Referent als gründlicher Kenner der Modelle 1911 und 1914 des Zeissischen Stereoautographen behaupten kann, daß diese Apparate dasselbe leisten wie der Autokartograph, ist mir unverständlich. Diese Modelle lassen, bei starker Einschränkung hinsichtlich der Neigung der Aufnahmen, nur eine automatische Schichtlegung, nicht aber eine automatische Zeichnung der Situationslinien zu. Hinzu kommt, daß für meinen Autokartographen eine innerhalb weiter Grenzen beliebige Neigung der Aufnahmebasis keinerlei Erschwerung des Arbeitsvorganges mit sich bringt: Abgesehen davon, daß das Konstruktionsprinzip das Auftreten einer Vertikalparallaxe ausschließt, ist der stereoskopische Eindruck über das gesamte relativ große Bildfeld des binokularen Fernrohres infolge einer besonderen, der Basisneigung entsprechend einstellbaren Prismenanordnung (DRP. 358255) dauernd gewahrt.

Neben der im Autokartographen gegebenen vollständigen Lösung des Problems der automatischen Kartenherstellung aus beliebig orientierten Meßbildern gibt es eine zweite prinzipiell gleichwertige Lösung in dem seiner Vollendung entgegengehenden Bauersfeld-Zeissschen Stereoplanigraphen. Die inzwischen für den Vertrieb beider Instrumente geschlossene Interessengemeinschaft ist so geartet, daß durch sie die technische Weiterentwicklung der beiden verschiedenen Typen nicht gehemmt, sondern in bester Weise gefördert wird.

Hugershoff.

II.

Erfreulicherweise nimmt der Erfinder persönlich zu meinem Referat Stellung. Meine Angabe: „praktisch scheint die Grenze für die Ausarbeitungsmöglichkeit .... zu liegen" stützt sich auf die Abbildung 3. Meine bestimmteren Äußerungen am Schluß des Referates waren durch Mitteilungen des Erfinders selbst veranlaßt, die ich infolge der Form, in der sie mir gemacht waren, leider mißverstanden habe. Wenn ich zum Schluß in bezug auf die zulässige Neigung der optischen Achsen sagte, es sei nicht verwunderlich, daß der alte Stereoautograph auch nicht mehr leiste als der Autokartograph, so darf diese Äusserung natürlich nicht auf die Gesamtleistung bezogen werden. *Dr. O. v. Gruber.*

III.

Im 9. Heft dieser Zeitschrift hat Herr Dr. v. Gruber einen ausführlichen Bericht über meinen in der *Zeitschrift für Feinmechanik* erschienenen Aufsatz „Der Hugershoff-Heydesche Autokartograph" gegeben.

Die Art und Weise, in welcher die Berichterstattung an manchen Stellen der Schlußabsätze erfolgt ist, zwingt mich, hierzu Stellung zu nehmen.

1. Herr Dr. v. Gruber hält es zunächst für nötig, meine Ausführungen über die Leistung Hugershoffs „auf ein angemessenes Maß zu bringen" und versucht dies mit dem Hinweis darauf, daß sich der am Autokartograph verwendete Auftrageapparat auch am v. Orel-Zeissischen Stereoautograph findet. Aber auch wenn man sich auf den v. Gruberschen Standpunkt stellt und den Autokartograph nur als eine Weiterentwicklung des Zeissischen Stereoautographen betrachtet, bleibt diese Weiterentwicklung immer noch eine nicht hoch genug zu veranschlagende

Tat, die von anderer Seite höchstens erreicht, aber nicht übertroffen werden kann. Hugershoff erkannte nämlich klar, daß der bisher eingeschlagene Weg, den Stereoautographen für die Zwecke der Luftvermessung weiter auszubauen zu unüberwindlichen Schwierigkeiten führen muß, und so schuf er keine „neue Lösung" zu den bisher bekannt gewordenen „11 Lösungen", sondern erfand ein weit leistungsfähigeres Betrachtungssystem, welches in Verbindung mit einem Kreuzschlitten das Problem der automatischen Kartenherstellung aus zwei im Raume beliebig orientierten Meßbildern mit einem Schlage vollständig löste.

2) Obwohl ich an verschiedenen Stellen meines Aufsatzes und zwar auf Grund eingehender Arbeiten am Autokartographen gesagt habe, daß der Hugershoff-Heydesche Autokartograph das Problem der automatischen Kartenherstellung aus zwei im Raume beliebig orientierten Meßbildern vollständig löst, wagt Herr Dr. v. Gruber zu behaupten, und zwar ohne jemals das Instrument gesehen zu haben, daß Aufnahmen, deren Richtungen gegen den Horizont, zwischen 30° und 60° geneigt sind, mit dem Autokartographen nicht ausgewertet werden können. Er stellt aus diesem Grunde die Leistungsfähigkeit des Autokartographen mit derjenigen der alten Stereoautographen von Zeiss aus 1911 bezw. 1914 auf gleiche Stufe, bezweifelt also auch meine Angaben bezüglich der kontinuierlichen Auswertung. Oder ist Herrn Dr. v. Gruber nicht bekannt, daß die oben erwähnten Modelle nur bei gewissen Neigungen der Aufnahme eine kontinuierliche Zeichnung der Schichtlinien, nicht aber eine solche der Situationen zulassen? Fast möchte es so scheinen, denn sonst könnte Herr Dr. v. Gruber nicht schreiben, daß die von mir gemachten Ausführungen über den Zeissischen Stereoautographen „noch weit weniger richtig sind" als die Angabe über die vollständige Lösung des Problems der automatischen Kartenherstellung mit Hilfe des Autokartographen.

Ich stelle also fest, daß der Autokartograph das Problem der automatischen Kartenherstellung aus zwei im Raume beliebig orientierten Meßbildern vollständig löst, daß meine über den Zeissischen Stereoautograph gemachten Ausführungen richtig sind und jederzeit in der von mir angeführten Literatur nachgelesen werden können, und fordere Herrn Dr. v. Gruber auf an dieser Stelle das Gegenteil zu beweisen. *H. Krebs.*

IV.

Zu den Ausführungen Nr. 1 und 2 von Herrn Krebs genügt der Hinweis auf meine Stellungnahme zur Einsendung von Prof. Hugershoff.

Zum Schlußabsatz folgende Feststellungen:

1. Das Modell 1914 des Stereoautograph gestattet nicht, wie Herr Krebs schreibt, „nur die Auswertung von Schrägaufnahmen mit im Mittel 5° geneigten Achsen", sondern die zulässige Neigung ist 25°.

2. Zur Ablesung der Höhenskala dienen nicht „Schraubenmikroskope mit über der Trommel angebrachter Lupe", sondern einfache Lupen.

3. Die Ausarbeitung mit dem Stereoautograph ist nicht punktweise, sondern es werden a) die Schichtlinien rein automatisch fortlaufend gezogen, b) fortlaufend wird alle Situation gezeichnet, die derselben Höhe angehört. Eine Umstellung der Maschine erfolgt nur von Schichtlinie zu Schichtlinie. Die hierfür erforderliche Einstellung ist keineswegs „äußerst zeitraubend", sondern benötigt noch nicht 1 Minute, d. i. im Verhältnis zu der übrigen Arbeit kaum 5%. Der Hauptmangel der Umstellung von Schicht zu Schicht liegt nur darin, daß Geländelinien, die sich durch verschiedene Höhenlagen erstrecken, nicht durchlaufend gezogen werden können, sondern nur jeweils in solcher Ausdehnung, als sie der gerade eingestellten Schicht angehören.

Ich bedaure den etwas ungewöhnlichen Ton der Krebsschen Einsendung und betrachte damit die Diskussion von meiner Seite für geschlossen. *Dr. O. v. Gruber.*

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT
FÜR
INSTRUMENTENKUNDE.

Organ
für
Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Herausgegeben
unter Mitwirkung der
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt
von

Zweiundvierzigster Jahrgang.

1922.

12. Heft: Dezember.

Inhalt:

Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1922.

Die Zeitschrift für Instrumentenkunde

erscheint in monatlichen Heften und kann durch den Buchhandel, die Post oder auch von der Verlagshandlung zum Preise von M. 240,— für das vierte Vierteljahr bezogen werden.

Wissenschaftliche Original-Beiträge werden honoriert.

Autoren von Arbeiten, die in anderen Zeitschriften des In- und Auslandes erschienen und für die Leser der Zeitschrift für Instrumentenkunde von Interesse sind, werden um Einsendung eines Sonderabzuges gebeten, um darüber im Referate-Teil berichten zu können.

Redaktionelle Anfragen und Mitteilungen wolle man an den Schriftleiter, Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel, Charlottenburg 2, Knesebeck-Straße 22, richten.

Die Zeitschrift nimmt Anzeigen gewerblichen und literarischen Inhalts, Stellengesuche und -angebote usw. auf und sichert denselben die weiteste und zweckmäßigste Verbreitung. Preis für Inland-Anzeigen M. 90,— für die einspaltige Petitzeile.

Bei jährlich	3	6	12 mal. Aufnahme
	10	20	30% Nachlaß.

Ausland-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Anzeigen werden von der Verlagshandlung sowie von den Anzeigengeschäften angenommen.

Beilagen werden nach einer mit der Verlagshandlung zu treffenden Vereinbarung zugefügt.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53. Drahtanschrift: Springerbuch Reichsbank-Giro-Konto — Deutsche Bank, Berlin, Depositenkasse C. Postscheck-Konto für Bezug von Zeitschriften und einzelnen Heften: Berlin Nr. 20120. Julius Springer Bezugsabteilung für Zeitschriften. — Postscheck-Konto für Anzeigen, Beilagen und Bücherbezug: Berlin Nr. 118935 Julius Springer.

Zeitschrift für Instrumentenkunde.

Kuratorium:

Prof. Dr. D. h. c. **H. Krüss**, Vorsitzender, Prof. Dr. **R. Straubel**,
Dr. **F. Weidert**, geschäftsführendes Mitglied.

Schriftleitung: Oberregierungsrat Prof. Dr. F. Göpel in Charlottenburg-Berlin.

XLII. Jahrgang. **Dezember 1922.** Zwölftes Heft.

Die chemische oder aktinische Flächenhelle einiger Lichtquellen und deren Änderung durch eingeschaltete Mattscheiben.

Von
A. Köhler in Jena.

1. Einige allgemeine photometrische Gleichungen.

Wird ein mikroskopisches Präparat durch einen Kondensor beleuchtet, dessen wirksame Apertur auf den Betrag a_k abgeblendet ist, so ist die Beleuchtungsstärke E auf der Unterseite des Präparats, oder an solchen Stellen, die planparallel und vollkommen durchsichtig sind,

$$E = \pi H a_k^2. \qquad 1)$$

Hier ist H die Flächenhelle oder spezifische Intensität der Lichtquelle. Wir beschränken uns auf die Untersuchung einer vollkommen durchsichtigen Stelle und nehmen an, das Präparat werde N-fach vergrößert auf die Einstellscheibe einer Kamera oder auf die photographische Platte abgebildet, und zwar durch ein System — ein einfaches oder zusammengesetztes Mikroskop — dessen Apertur a_s größer ist als a_k. Dann ist die Beleuchtungsstärke E^* am Orte dieses reellen Bildes

$$E^* = \pi H \left(\frac{a_k}{N}\right)^2. \qquad 2)$$

Der in Klammern stehende Ausdruck ist die Apertur der abbildenden Büschel im Bildraum, wenn das System aplanatisch ist.

Die Flächenhelle H der Lichtquelle, die in den beiden Formeln denjenigen Faktor vorstellt, welcher nur von den physikalischen Eigenschaften der Lichtquelle herrührt, wird durch die Intensität gemessen, die der Flächeneinheit der Lichtquelle zukommt. Es ist also

$$H = \frac{J}{S}, \qquad 3)$$

wenn J die Intensität der ganzen Lichtquelle in der Richtung nach dem Kondensor bedeutet und S die Projektion der leuchtenden Fläche aus eben dieser Richtung, vom Kondensor aus. Mißt man J in Hefnerkerzen (HK) und S in Quadratmetern, so erhält man H in HK/qm. Diese allerdings nicht übliche Einheit von H hat den Vorteil, daß die beiden obenstehenden Gleichungen 1 und 2 die Beleuchtungen E und E^* direkt in der üblichen photometrischen Einheit, der Meterkerze oder dem Lux liefern, was nicht der Fall ist, wenn die Flächenhelle durch die in der Photometrie gebräuchliche Einheit, durch Hefnerkerzen für den qcm, gemessen wird.

Diese Definition der Flächenhelle ist ganz eindeutig, wenn die Lichtquelle eine vollkommen gleichmäßig leuchtende Fläche aufweist, ein Fall, der allerdings leider nur selten annähernd verwirklicht ist. Beispiele dafür sind die Krater der Bogenlampe — falls keine Dochtkohle vorhanden ist — oder die kugelförmigen Elektroden der Wolframbogenlampen. Auch das Nernstlicht und das Drummondsche Kalklicht und seine Verwandten können hier angeführt werden.

Bei den meisten anderen Lichtquellen ist die leuchtende Fläche ungleichmäßig, d. h. gleiche Flächenelemente an verschiedenen Stellen der leuchtenden Fläche S — im Sinne der oben gegebenen Definition — haben für sich allein verschiedene Intensität, oder sie ist unstetig, d. h. die leuchtende Fläche S zerfällt in verschiedene, durch dunkle Zwischenräume ganz oder teilweise getrennte Stücke. Beispiele für den ersten Fall sind die leuchtenden Flammen, Beispiele für den zweiten die elektrischen Glühlampen, deren Leuchtfaden in verschiedener Weise aufgespannt sein kann.

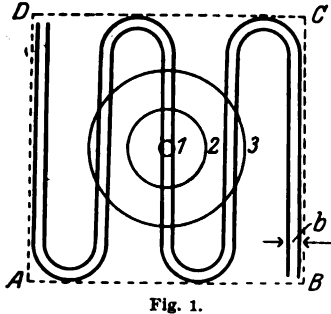


Fig. 1.

Die Flächenhelle H dieser Art von Lichtquellen läßt sich für unsere Zwecke nicht mehr eindeutig bestimmen. Ein Beispiel mag dies erläutern. Eine schmale, fadenförmige Lichtquelle, deren scheinbare Breite b ist, sei, wie Fig. 1 zeigt, so aufgewunden, daß sie die quadratische Fläche $ABCD$ möglichst gleichmäßig überspannt. Man kann dann, in der Richtung senkrecht zu $ABCD$, die Intensität J messen, die Fläche des Rechteckes $ABCD$ als die Projektion S ansehen und H berechnen als

$$H = \frac{J}{\square ABCD}. \qquad 4)$$

Dieser Wert von H stellt offenbar eine gewisse mittlere spezifische Helligkeit dar; er bedeutet die Flächenhelle einer gleichmäßig leuchtenden Fläche von dem Inhalt $S = ABCD$, die ebenfalls dieselbe Intensität J in der Richtung senkrecht zu S aufweist.

Beleuchtet man aber im Mikroskop ein Präparat mit einer solchen Lichtquelle, so ist keineswegs dieser mittlere Wert von H immer maßgebend. Es wird dann stets außer dem Präparat auch die Lichtquelle abgebildet. Die entstehenden Bilder der Lichtquelle dürfen nun, wenn das Bild des Präparats gleichmäßig hell sein soll, nicht in der Nähe des Objekts oder der Bildebene liegen; am besten ist es, wenn — unter den oben gemachten Voraussetzungen — ein Bild der Lichtquelle (oder diese selbst) möglichst nahe an der Kondensorblende liegt. Das erreicht man zumeist durch eine besondere Linse, den Kollektor, der die Lichtquelle auf die Kondensorblende abbildet. Da nun die Öffnung der Kondensorblende veränderlich ist, so schneidet sie je nach der jeweils eingestellten Größe aus dem Bild der Lichtquelle verschieden große Stücke heraus. Durch Strahlen, die in umgekehrter Richtung verlaufen, also von dem Bilde der Lichtquelle durch den Kollektor nach der Lichtquelle zurück, können wir uns die Kondensorblende durch den Kollektor auf die Lichtquelle rückwärts abgebildet denken, und diese Art der Betrachtung ist unter Umständen von Vorteil. Im vorliegenden Falle schneiden diese rückwärts entworfenen Blendenbilder aus der Lichtquelle selbst verschieden große Stücke aus, wie sie etwa durch die drei Kreise 1 bis 3 in Abb. 1 dargestellt werden. Natürlich müssen diese Kreise stets kleiner bleiben als die Lichtquelle, wenn anders die wirksame Apertur a_k des Kondensors durch dessen Blende und nicht durch die Ränder der Lichtquelle begrenzt werden soll. Weiter ist aber

klar, daß von der ganzen Lichtquelle immer nur derjenige Teil wirksam ist, der innerhalb eines solchen Bildes der jeweils eingestellten Blende, also innerhalb eines der eingezeichneten Kreise, liegt.

Nehmen wir nun den kleinsten Kreis als wirksame Blende an. Er greift nicht über den leuchtenden Faden hinaus, sein Radius r^* sei höchstens gleich $b/2$. Die Lichtquelle ist also für diesen Fall gar nicht unstetig. Um den hier wirksamen Wert der Flächenhelle H_1 zu berechnen, haben wir als Projektion S der leuchtenden Fläche offenbar die Fläche des Fadens allein anzusehen. Ist dessen Gesamtlänge — die sich aus den fünf geraden Teilen und den vier Halbkreisen zusammensetzt — gleich l, so ist die Projektion $S = b \cdot l$, und der geltende Wert von H ist

$$H_1 = \frac{J}{b \cdot l}. \qquad 5)$$

Dieser Wert ist erheblich größer als der zuerst berechnete, etwa im Verhältnis $\frac{AB}{5b}$. Er kann aber auch bis auf Null sinken, wenn wir annehmen, daß die kleine Blende gerade in einen dunklen Zwischenraum fällt.

Die nächst größere Blende, deren Halbmesser r_2^* ist, umfaßt nur einen Streifen der Lichtquelle, dessen Länge $2r_2^*$ beträgt. Wir wollen annehmen, $2r_2^*$ sei groß gegenüber der Breite b. Hat nun die ganze Lichtquelle, also der Faden von der Länge l, die Intensität J, so ist die Intensität J_2 dieses Stückes von der Länge $2r_2^*$ offenbar

$$J_2 = \frac{J \cdot 2r_2^*}{l}. \qquad 6)$$

Die Fläche S aber, die die Blende ausschneidet, ist $r_2^{*2}\pi$. Daher berechnet sich die für diese Blende wirksame Flächenhelle e_2 zu

$$H_2 = \frac{J_2}{S} = \frac{2J}{l r_2^* \pi}. \qquad 7)$$

Bilden wir, um beide Werte H_1 und H_2 zu vergleichen, deren Verhältnis, so erhalten wir

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{b}{r_2^*} \qquad 8)$$

Die Flächenhelle im zweiten Fall wird also im Verhältnis zu H_1 um so kleiner, je kleiner b und je größer r_2^* wird: sie sinkt also mit wachsender Blendenöffnung stetig so lange, bis endlich außer dem mittleren Stück des Fadens auch Teile der beiden Nachbarstücke wirksam werden, wie es der größte Blendenkreis 3 mit dem Halbmesser r_3^* zeigt. Auf die Berechnung einzugehen, würde hier zu weit führen: das Gesagte mag genügen, um zu zeigen, wie stark sich der jeweils wirksame Wert der Flächenhelle bei unstetigen Lichtquellen ändern kann.

Es läßt sich leicht übersehen, daß diese Schwankungen um so größer sind, je spärlicher und zerstreuter die wirklich leuchtenden Elemente sind, und daß sie verschwindend klein werden, wenn die leuchtenden Elemente so zahlreich und gleichmäßig dicht gedrängt sind, daß auch in ein kleines Bild der Kondensorblende, wie 1, viele Elemente fallen. Die Halbwattlampen liefern ein Beispiel für den ersten Fall, die Gasglühlampen mit ihrem leuchtenden Strumpfgewebe eines für den zweiten. Solche große Schwankungen der Flächenhelle sind in der Praxis sehr unangenehm, wenn man aus der Größe der Blendenöffnung Schlüsse auf die Helligkeit oder genauer

auf die Beleuchtungsstärke E^* des Bildes ziehen will. Das ist nur möglich, wenn H für alle Blendenöffnungen konstant ist. Denn da annähernd

$$a_k = \frac{r_k}{f_k}, \qquad 9)$$

wo r_k der Blendenhalbmesser und f_k die Kondensorbrennweite ist, so kann man einfach das Verhältnis der Blendenhalbmesser für das Verhältnis der Aperturen setzen und daraus die Veränderung von E^* berechnen. Das ist jedoch nicht mehr möglich, wenn sich gleichzeitig H in so wenig übersichtlicher Weise ändert.

Um diesem Übelstand abzuhelfen, habe ich s. Zt. bei der Verwendung der sog. Halbwattlampen für Mikrophotographie stets eine passende Mattscheibe vorgesehen. Mattscheiben sind schon vielfach für ähnliche Zwecke benutzt worden, es scheint mir aber, daß man meistens ihre Wirkungsweise nicht ganz richtig aufgefaßt hat. Die Mattscheibe tritt nicht etwa, wie eine Milchglasscheibe, oder eine vollkommen diffus reflektierende weiße Fläche an die Stelle der Lichtquelle, indem sie ihrerseits mit einer erborgten Flächenhelle H strahlt; das ist um so weniger der Fall, je vollkommener sie die Aufgabe erfüllt, der sie hier dienen soll: die unstetige Lichtquelle in eine stetige zu verwandeln, ohne dabei die mittlere Flächenhelle im ganzen zu sehr herabzusetzen und ohne den Ort der Lichtquelle zu verändern. Ich werde später auf die Wirkung der Mattscheibe noch näher eingehen.

Die Kenntnis der Beleuchtungsstärke E^* am Ort des Bildes oder E am Ort des Objekts hat ihre Bedeutung, wenn man z. B. wissen will, wie hell das Bild auf der Einstellscheibe gesehen wird — sofern nicht eine blanke Spiegelglasscheibe mit Lupe als Einstellscheibe dient. Ebenso ist sie wichtig für das Projektionsmikroskop. Dagegen besagt sie aus bekannten Gründen nichts über die Wirkung, die das Bild auf der photographischen Platte ausübt.

2. Entsprechende Gleichungen für die aktinische Wirkung.

Nun hat man bekanntlich auch Maße für die chemische oder aktinische Helligkeit der Lichtquellen. Nach Eders Vorgang wählt man als Einheit, wie in der Photometrie im engeren Sinne, die Hefnersche Amylazetatlampe. Ihre Strahlung stellt die Einheit der chemischen Intensität, die wir mit $\mathfrak{J}$ bezeichnen wollen, dar, genau wie sie die Einheit der optischen Lichtstärke J ist. Einen besonderen, allgemein anerkannten Namen hat meines Wissens diese Einheit nicht erhalten, denn als Hefnerkerze (HK) schlechthin darf man sie wohl nicht bezeichnen, wenn man Verwechslungen mit der Einheit der Lichtstärke vermeiden will. Ich will sie im folgenden „aktinische Hefnereinheit" nennen und mit HE bezeichnen.

Die Lichtstärke J in Hefnerkerzen bemißt nun die Leistung einer Lichtquelle nur, wenn diese als ganzes, ohne Abblendung, strahlt, und wenn ihre Flächenausdehnung klein ist im Vergleich zum Abstand der bestrahlten Fläche. Man kann auch sagen: wenn die Lichtquelle als Punkt angesehen werden kann. Ist das nicht erlaubt, wie in dem Falle des Mikroskops, den wir hier betrachten, so geht, wie die am Anfang dieses Aufsatzes mitgeteilten Gleichungen zeigen, in die Gleichungen, die die Wirkung der Lichtquelle, d. h. die erzeugte Beleuchtung, kennzeichnen, an Stelle der Lichtstärke J die Flächenhelle H ein. Eine entsprechende Größe müssen wir also auch unbedingt für die chemische Wirkung der Lichtquellen einführen, wenn wir ihre Leistung in Verbindung mit dem mikrophotographischen Apparat feststellen wollen. Wir können sie die „aktinische" oder „chemische Flächenhelle" nennen, sie mag mit $\mathfrak{H}$

bezeichnet werden. Für eine gleichmäßig strahlende Fläche, deren Projektion S und deren aktinische Lichtstärke $\mathfrak{J}$ ist, berechnet sich die aktinische Flächenhelle $\mathfrak{H}$, ganz ähnlich wie die „optische" Flächenhelle H nach Gleichung 3), zu

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{J}}{S}, \tag{10}$$

und es können überhaupt alle Betrachtungen, die wir auf den vorhergehenden Seiten angestellt haben, sinngemäß auch auf diese Größe angewandt werden.

Die eine gewisse Zeit t dauernde Einwirkung einer aktinisch wirksamen Lichtquelle auf eine empfindliche Schicht nennt man allgemein „Belichtung". Das Ergebnis der Belichtung, z. B. die chemische Einwirkung auf die Schicht, ist abhängig von der Dauer der Einwirkung, also der Belichtungszeit t, und dann von einer Größe, die genau der Beleuchtungsstärke E der Photometrie entspricht. Für eine Lichtquelle, die als punktförmig gelten kann und die chemische Intensität $\mathfrak{J}$ besitzt, ist diese Größe, die man etwa als „Belichtungsstärke" $\mathfrak{E}$ bezeichnen könnte, im einfachsten Falle, bei senkrechtem Lichteinfall

$$\mathfrak{E} = \frac{\mathfrak{J}}{R_2}, \tag{11}$$

wenn R den Abstand der Schicht von der Lichtquelle bedeutet.

Unter den Bedingungen, die bei dem mikrophotographischen Apparat obwalten, ist dagegen die Belichtungsstärke $\mathfrak{E}^*$ auf der Platte, am Ort, wo das Bild des Präparats entworfen wird,

$$\mathfrak{E}^* = \pi\,\mathfrak{H}\left(\frac{a_k}{N}\right)^2, \tag{12}$$

ganz entsprechend der Beleuchtungsstärke E^*, und unter den Voraussetzungen, unter denen die entsprechende Gleichung 2) für E^* gilt[1]).

Die Belichtung selbst aber, die wir mit $\mathfrak{B}$ bezeichnen wollen, wäre allgemein

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{E}\,t \tag{13}$$

oder, wenn wir sie für die Platte des mikrophotographischen Apparates berechnen und in diesem Falle mit $\mathfrak{B}^*$ bezeichnen, weil es sich um den Bildraum handelt,

$$\mathfrak{B}^* = \pi\,\mathfrak{H}\left(\frac{a_k}{N}\right)^2 t. \tag{14}$$

Daraus folgt, daß für eine gegebene Vergrößerung N und eine vorgeschriebene wirksame Apertur a_k die Belichtung nur abhängig ist von dem Produkt $\mathfrak{H}\cdot t$, d. h. von der aktinischen Flächenhelle und von der Belichtungszeit.

---

[1]) Das trifft wenigstens zu für den ausdrücklich vorausgesetzten Fall, daß eine lichtempfindliche Schicht, d. h. eine Fläche oder ein Flächenelement bestrahlt wird. Wird dagegen ein Volumelement dq bestrahlt, so ist der Lichtstrom $d\Psi$, der von dem Element aufgenommen wird,

$$d\Psi = 4\pi\,dq\,\mathfrak{H}\sin^2\frac{u}{2} = \pi\,dq\,\mathfrak{H}\sin^2 u\cdot\frac{2}{1+\cos u},$$

der Aperturwert $\sin^2 u$ tritt also in der Gleichung nicht mehr oder wenigstens nicht mehr als einzige Funktion des Öffnungswinkels u auf. Die Belichtungsstärke am Ort dieses Volumelements, die „Raumbelichtungsstärke", wie man sagen könnte, wäre dann

$$H_0 = \pi\,\mathfrak{H}\sin^2 u\cdot\frac{2}{1+\cos u}$$

also nur für kleine Winkel u der „Flächenbelichtungsstärke" gleich.

Die Schwärzung $\mathfrak{S}$ der Platte aber, an Stellen des Sehfeldes, die vollkommen durchsichtig sind, ist eine Funktion dieses Produktes:

$$\mathfrak{S} = \mathrm{f}(\mathfrak{B}^*) = \mathrm{f}(\mathfrak{H}\, t). \qquad 15)$$

Berücksichtigen wir aber die Ergebnisse der Schwarzschildschen Untersuchungen über die Abweichungen vom Reziprozitätsgesetz, die bei entwickelten Schichten auftreten, so ist

$$\mathfrak{S} = \mathrm{f}(\mathfrak{H}\, t^p), \qquad 16)$$

wo der Exponent p verschiedene Werte annehmen kann, je nach der Plattensorte. Plotnikow hat z. B. (*Photograph. Korresp.*, **56.** *Nr. 703. S. 127, Wien, 1919*) für p Werte von 0,96 bis 0,63 feststellen können.

Angesichts dieses Zusammenhangs, der zwischen der Belichtungszeit und der aktinischen Flächenhelle besteht, ist es offenbar wichtig, diese Größe für die verschiedenen, in der Mikrophotographie benutzten Lichtquellen kennenzulernen. Diese Wichtigkeit wird auch nicht wesentlich durch die Tatsache beeinträchtigt, daß, ebenso wie die aktinische Helligkeit $\mathfrak{J}$, so auch die aktinische Flächenhelle $\mathfrak{H}$ abhängig ist von der Natur der lichtempfindlichen Schicht, worüber Näheres z. B. bei J. M. Eder, Ausführliches Handbuch der Photographie, Bd. I, Teil III, S. 616ff., 3. Aufl. Halle 1912. zu finden ist. Trotzdem sind mir Angaben darüber nicht bekannt geworden. Ich will daher im folgenden die Ergebnisse einiger, mit einfachsten, improvisierten Hilfsmitteln durchgeführter Versuche mitteilen, die ich schon in den Jahren 1917 und 1918 zur Orientierung auf diesem Gebiet unternommen habe. Ich betone besonders. daß sie auf hohe Genauigkeit keinen Anspruch machen, sondern nur zur ersten Übersicht dienen sollen. Mit vollkommeneren Einrichtungen, über deren Aufbau ich ebenfalls einige Mitteilungen machen werde, und besonders auch mit sorgfältig hergestellten und geprüftem Normalpapier, das mir nicht zur Verfügung stand, lassen sich wesentlich genauere und vor allem auch vergleichbare Messungen erzielen. Dazu mag die vorliegende Mitteilung vielleicht die Anregung geben.

Das Prinzip, nach dem ich die Messungen ausgeführt habe, war in großen Zügen folgendes: Das lichtempfindliche Papier eines der bekannten Aktinometer wurde durch einen Strahlenkegel beleuchtet, den ein Kondensor lieferte. Dessen wirksame Apertur konnte bestimmt werden. Auf die Blendenöffnung dieses Kondensors entwarf, genau wie bei einem mikrophotographischen Apparat, ein Kollektor ein Bild der zu messenden Lichtquelle. Die Öffnung des Kollektors war durch eine von ihm getrennte nach Ort und Größe stets gleichbleibende Kollektorblende begrenzt, die durch den Kondensor auf das Aktinometer abgebildet wurde und dort das gleichmäßig bestrahlte Leuchtfeld begrenzte. Es wurde nun für die untersuchte Lichtquelle jedesmal die Belichtungszeit t bestimmt, die erforderlich war, damit das lichtempfindliche Papier den Normalton des Vergleichsfeldes erreichte.

Bis auf einen Punkt stimmte also die Anordnung genau mit den Verhältnissen überein, wie sie bei der mikrophotographischen Aufnahme vorliegen: dieser einzige Unterschied war der, daß der Ort, an dem das Aktinometer angebracht war, nicht der Bildebene des mikrophotographischen Apparats entspricht, sondern der Objektebene. Es wurde also nicht die Belichtung $\mathfrak{B}^*$ im Bildraum gemessen, sondern diejenige im Objektraum oder in der Einstellebene. Für sie gilt nach dem auf S. 353 näher Ausgeführten die Gleichung

$$\mathfrak{B} = \pi\, \mathfrak{H}\, a_K^2\, t. \qquad 17)$$

Findet man für eine Lichtquelle I, deren aktinische Flächenhelle $\mathfrak{H}_I$ sei, daß bei der

Apertur a_{kI} der Normalton nach der Belichtungszeit t_I erreicht wird, so ist die Belichtung

$$\mathfrak{B}_I = \pi\, a_{kI}^2 \cdot \mathfrak{H}_I \cdot t_I \qquad 18)$$

und liefert der entsprechende Versuch mit einer Lichtquelle *II*, deren aktinische Flächenhelle $\mathfrak{H}_{II}$ ist, bei der Apertur a_{kII} den gleichen Normalton nach der Zeit t_{II}, so ist die Belichtung

$$\mathfrak{B}_{II} = \pi\, a_{kII}^2 \cdot \mathfrak{H}_{II} \cdot t_{II}. \qquad 19)$$

Sofern für die benutzten Papiere das Reziprozitätsgesetz gilt, sind die Belichtungen $\mathfrak{B}_I$ und $\mathfrak{B}_{II}$ gleich, und es folgt aus den beiden vorhergehenden Gleichungen

$$a_{kI}^2 \cdot \mathfrak{H}_I \cdot t_I = a_{kII}^2\, \mathfrak{H}_{II}\, t_{II}, \qquad 20)$$

und das Verhältnis der aktinischen Flächenhelligkeiten ist

$$\frac{\mathfrak{H}_I}{\mathfrak{H}_{II}} = \frac{t_{II}}{t_I} \left(\frac{a_{kII}}{a_{kI}}\right)^2. \qquad 21)$$

Dieser Versuch liefert also nur das Verhältnis der aktinischen Flächenhellen der beiden Lichtquellen.

Man kann aber auch die aktinischen Flächenhelligkeiten aller Lichtquellen durch ein gemeinschaftliches Maß ausdrücken, also sozusagen absolute Werte von $\mathfrak{H}$ bestimmen, und nicht nur deren Verhältnis. Das kann z. B. auf folgende Weise geschehen. Wir nehmen an, es sei die aktinische Leuchtkraft $\mathfrak{J}$ einer Lichtquelle in HE bekannt, und diese Lichtquelle erzeuge nach einer Belichtungszeit von t Sekunden auf dem empfindlichen Papier bei direkter Bestrahlung, also ohne Kondensor oder Kollektor, den Normalton, vorausgesetzt, daß der Abstand der Lichtquelle R Meter sei und die Strahlen senkrecht auffallen. Es ist dann die Belichtung in Sekunden-Meter-Hefnereinheiten (s m HE, vgl. J. M. Eder, Ausführliches Handbuch der Photographie, Bd. I. Teil III. 3. Aufl. S. 616ff., Halle 1912) nach Gleichung 11) und 13) auf S. 353 allgemein

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{E}\, t = \frac{\mathfrak{J}}{R^2} \cdot t \,\mathrm{sm\,HE}. \qquad 22)$$

Ist $\mathfrak{J}$ gleich 1 HE, wird also z. B. die Hefnerlampe als Lichtquelle benutzt, ist R_0 der Abstand von der Schicht in Metern und die Zeit, nach der der Normalton erreicht wird, t_0, so ist die dazu erforderliche Belichtung $\mathfrak{B}_0$

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{t_0}{R_0^2} \,\mathrm{s\,m\,HE}. \qquad 23)$$

Dieser Belichtung $\mathfrak{B}_0$ müssen aber auch die Belichtungen $\mathfrak{B}_I$ und $\mathfrak{B}_{II}$ gleich sein, die bei den Messungen der Lichtquellen *I* und *II* gleichfalls den Normalton geliefert haben; wir erhalten daher nach Gleichung 18) und 19) für die Lichtquellen *I* und *II* die Gleichungen:

$$\mathfrak{B}_0 = \pi\, a_{kI}^2 \cdot \mathfrak{H}_I\, t_I \qquad 24)$$

und

$$\mathfrak{B}_0 = \pi\, a_{kII}^2 \cdot \mathfrak{H}_{II} \cdot t_{II}, \qquad 25)$$

und daraus für die aktinischen Flächenhelligkeiten $\mathfrak{H}_I$ der Lichtquelle *I* und $\mathfrak{H}_{II}$ der Lichtquelle *II* die Werte:

$$\mathfrak{H}_I = \frac{\mathfrak{B}_0}{\pi\, a_{kI}^2 \cdot t_I} \,\mathrm{HE/qm} \qquad 26)$$

und

$$\mathfrak{H}_{II} = \frac{\mathfrak{B}_0}{\pi\, a_{kII}^2\, t_{II}} \,\mathrm{HE/qm}. \qquad 27)$$

Beide Werte sind ausgedrückt in aktinischen Hefnereinheiten für den Quadratmeter, genau so, wie die Flächenhelle H in den entsprechenden photometrischen Gleichungen in Hefnerkerzen für den Quadratmeter erscheint.

Die Umrechnung auf Quadratzentimeter oder Quadratmillimeter ergibt sich von selbst.

Der Apparat, den ich benutzt habe, war im einzelnen folgendermaßen zusammengesetzt. Er bestand zunächst aus einer optischen Bank von 1 m Länge. An dem einen Ende stand die oben erwähnte Kollektorblende, eine $3^1/_2$ cm weit geöffnete Irisblende auf einem Reiter. Sie trug zwei Klemmen, mit denen die weiter unten besprochene Spiegelglasscheibe festgeklemmt werden konnte. Am anderen Ende der optischen Bank stand ein zweiter Reiter, auf dem in geeigneter Weise das Aktinometer sicher aufgehängt war. Vor allem war Sorge getragen, daß das Fenster immer wieder an dieselbe Stelle kam, wenn das Instrument abgenommen und wieder angehängt wurde. Das war aber nötig, um nach jedem Versuch eine frische Stelle des Papiers in das Fenster zu bringen. Zwischen beiden stand eine Plankonvexlinse auf Reiter, die Planseite dem Aktinometer zugewandt. Diese war von dem lichtempfindlichen Papier genau 210 mm entfernt: bei diesem Abstand wurde gerade die Irisblende auf das Fenster und das Papier abgebildet. Auf die Planfläche der Linse konnten Blenden von genau gemessenem Durchmesser d dicht aufgelegt werden: aus dem obengenannten Abstand und dem Blendendurchmesser ließ sich der Aperturwert a_k leicht aus der Gleichung

$$a_k = \sin u = \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{2 \cdot 210}{d}\right)^2}} \qquad 28)$$

mit der nötigen Genauigkeit berechnen.

Auf einem kurzen Stück optischer Bank oder auf einem anderen geeigneten Fuß konnten dann Kollektor und Lichtquelle vor der Irisblende — „vor" im Sinne des Lichtstromes gerechnet — aufgestellt werden. Als Aktinometer benutzte ich den bekannten Expositionsmesser Infallibel. Bei den ersten Messungen habe ich das ihm beigegebene Papier benutzt, später das „Expometerpapier" von *Wiesenhaven*. Das Aktinometer wurde bei späteren Versuchen nicht direkt mit bloßem Auge beobachtet, um den Zeitpunkt zu bestimmen, an dem der Normalton erreicht war, sondern es spiegelte sich in einem Planspiegel, und dieses Spiegelbild wurde durch ein kleines Fernröhrchen beobachtet, das fest auf dem Träger des Aktinometers angebracht war. An dem Fernröhrchen war ein schwaches Rotfilter angebracht, um die geringen Unterschiede zwischen der Färbung des angelaufenen Papiers und dem Normalton unschädlich zu machen. Als Spiegel wurde je nach der Beleuchtungsstärke, die auf dem Aktinometer herrschte, ein gewöhnlicher Silberspiegel oder ein geschwärzter Spiegel benutzt, um stets für den Vergleich der beiden Felder die günstigsten Versuchsbedingungen annähernd herbeizuführen. Die Stellung der Spiegel und die Richtung des Fernröhrchens wurden so gewählt, daß die Trennungslinie zwischen der Normalfarbe und dem Papier möglichst wenig sichtbar war.

Vor der Belichtung, die im Dunkelzimmer stattfand, war das Aktinometer mit einem schwarzen Schirm bedeckt. Er wurde plötzlich weggenommen, um die Belichtung zu beginnen, und zugleich wurde eine Stoppuhr in Gang gesetzt. War die Normalfarbe erreicht, so wurde die Stoppuhr angehalten und die Zeit t abgelesen. Durch passende Wahl der Kondensoröffnung wurde dafür gesorgt, daß die Zeit t weder

zu kurz noch zu lang ausfiel. Denn in beiden Fällen wird die Zeitbestimmung ungenau. Im ersten Fall darum, weil die Uhr nur $^1/_5$ Sekunden abzulesen gestattet, vor allem aber weil der Beginn der Belichtung bei der einfachen Einrichtung, die ich benutzte, nicht so sicher bestimmt war wie bei vollkommeneren Aktinometern, bei denen durch einen Handgriff automatisch ein Verschluß vor dem Aktinometer geöffnet und die Uhr in Gang gesetzt wird. Im zweiten Falle aber leidet die Genauigkeit, weil sich der Ton des lichtempfindlichen Papiers so langsam ändert, daß der Beobachter den Moment, wo beide Töne gleich sind, nicht sicher zu beurteilen vermag.

Diese Unsicherheit habe ich in einzelnen Fällen auch durch folgendes einfache Verfahren zu mildern versucht. Die obere Hälfte der oben erwähnten Irisblende bedeckte ich mit einer etwa 1 bis 1,5 mm dicken durchsichtigen Spiegelglasplatte, z. B. einem Tragglas von passenden Format. Dieses wurde dann, wie Fig. 2 durch die gestrichelten Linien andeutet, auf das Fenster des Aktinometers abgebildet. Es wurde dann der Zeitpunkt bestimmt, an dem das Feld b des Papiers ebenso dunkel war, wie der Normalton bei d. Wegen des geringen Reflexionsverlustes durch das Spiegelglas war das Feld a des Papiers dann noch etwas heller als der Normalton bei c, und dieser Unterschied erleichterte die Bestimmung des Augenblicks, in dem b und d gleich dunkel waren; ich war wenigstens, wenn ich dieses Vergleichsfeld neben dem eigentlichen Messungsfeld hatte, stets sicherer im Urteil. Selbstverständlich wurde jedesmal die Zeit t mehrmals — 10 mal — hintereinander bestimmt und das Mittel genommen. Das ist schon darum erforderlich, weil manche Lichtquellen nicht völlig konstant sind.

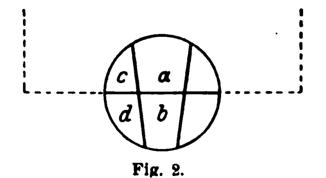


Fig. 2.

Auf diese Weise lassen sich Messungen ausführen, die jedenfalls für den hier beabsichtigten Zweck völlig ausreichende Genauigkeit besitzen.

Einige Messungsergebnisse sind auf folgender Tabelle zusammengestellt. Um vergleichbare Zahlen zu erhalten, sind aus den durch den Versuch ermittelten Belichtungszeiten t für die benutzten, verschiedenen Aperturen a_k die Belichtungszeiten t für eine Apertur $a_k = 0{,}1$ berechnet worden. Sie verhalten sich nach Gl. 21 S. 355 umgekehrt wie die Flächenhelligkeiten. Die stärkeren Lichtquellen sind mit einigen der in der Regel angewandten Lichtfiltern, in Spiegelglasküvetten von 3 cm Schichtdicke, gemessen. Bei den Halbwattlampen sind Messungen sowohl für die einzelne Spirale, wie für die ganze Fläche, sowie solche mit Mattscheibe, dicht an der Kugel, angeführt. Um die einzelne Spirale zu messen, wurde der Kondensor mit einer Spaltblende von passender Form und Größe abgeblendet, die gerade von dem Bild einer Spirale bedeckt wurde. Eine zweite Messungsreihe, mit anderem Papier, läßt den Einfluß verschiedener Mattscheiben sowie den Einfluß verschiedener Stromstärken, gleichfalls für diese Halbwattlampe, erkennen.

Bei den von mir benutzten empfindlichen Papieren ist leider die für den Normalton erforderliche Belichtung $\mathfrak{B}_0$ nicht gemessen worden, es können daher aus den oben zusammengestellten relativen Werten die absoluten Werte — in dem oben S. 355 erörterten Sinne — nicht berechnet werden. Ich mußte mich also vorläufig darauf beschränken, nur den Weg anzugeben, der zu diesen Werten führt. Bei Lichtquellen, die viel Ultraviolett enthalten, spielt bei dem vorgeschlagenen Verfahren die Absorption in den Gläsern eine Rolle. Doch schadet das im vorliegenden Falle nicht viel, weil ja bei dem praktischen Gebrauch der Lichtquellen für mikrophotographische Aufnahmen etwa dieselbe Absorption stattfindet. Bei den Bogenlampen habe ich sogar,

Tabelle.

Messungsreihe	Lichtquelle	Mattscheibe	Kollektor	Lichtfilter	Belichtungszeit für die Apertur $a_k = 0,1$ berechnet
I, mit dem Papier des Infallibel	Bogenl. 5 Amp. Gleichstr.	—	I C von Zeiss	Wasser, 3 cm	0,11″
	"	—	"	Chinin-Kupfer[1]	0,22″
	Bogenl. 10 Amp. Wechselstrom	—	"	Wasser, 3 cm	0,23″
	"	—	"	Chinin-Kupfer[1]	0,29″
	Quarzlampe v. Heraeus	—	"	—	2,24″
	"	—	"	Wasser, 3 cm	2,7″
	"	—	"	Chinin-Kupfer[1]	5,6″
	Osramazolampe 1250 HK eine Spirale	—	"	—	4,8″
	" ganze Fläche	—	$f = 25$ ϕ 8 cm	—	10,2″
	" "	Mattscheibe 1	"	—	19,3″
	Nernstlampe	—	spl. Kollektor von Zeiss	—	15,5″
	Hagehlampe von Schott. u. Gen.	—	$f = 20$ ϕ 8 cm	—	428″
	Grätzinlampe, Normalbr.	—	$f = 25$ ϕ 8 cm	—	544″
II, mit Expometerpapier	Osramazolampe 1250 HK	—	$f = 20$ ϕ 6 cm	—	3,4″
	"	Mattscheibe 1	"	—	6,4″
	"	Mattscheibe 2	"	—	9″
	" 4,5 Amp.	Mattscheibe 1	"	—	4,6″
	" 4,25 Amp.	"	"	—	8,9″
	" 4,0 Amp.	"	"	—	17,8″

gerade mit Rücksicht auf den praktischen Gebrauch, ein besonderes Filter zur Absorption des Ultraviolett eingeschaltet, wie es auch bei der photographischen Aufnahme gewöhnlich geschieht, um Störungen durch das Ultraviolett zu vermeiden.

Selbstverständlich kann man aber die Absorption des Ultraviolett auch ausschalten, wenn man sich für das Aktinometer eine Deckplatte aus Bergkristall anfertigen läßt und Kondensor und Kollektor aus dem gleichen Material verwendet. Handelt es sich dabei um Messungen im Ultraviolett allein, wenn z. B. ein Ultraviolettfilter nach H. Lehmann eingeschaltet oder das Licht durch ein Prisma zerlegt ist, so beleuchtet man das Fenster des Aktinometers während der Bestrahlung mit unaktinischem, rotem Licht, damit man das Anlaufen des Papieres erkennen kann. Das Rotfilter in dem Ablesefernröhrchen kann dann wegbleiben. Man kann auf diese Art z. B. verschiedene Ultraviolettfilter oder verschiedene Lichtquellen mit dem gleichen Ultraviolettfilter bequem vergleichen. Ich habe auch derartige Messungen versuchsweise ausgeführt, sehe aber hier davon ab, Ergebnisse mitzuteilen.

---

[1]) Dieses Filter, das sowohl Ultrarot als auch Ultraviolett und die äußersten Enden des sichtbaren Spektrums abschneidet, wurde ebenfalls in 3 cm dicker Schicht benutzt. Seine Zusammensetzung ist folgende:

Wasser	300 ccm
Kupfervitriol	6 g
Chininsulfat	1 g
Schwefelsäure	1 ccm

3. Das Verhalten der Mattscheiben.

Ich habe oben auf die Wirkung der Mattscheibe hingewiesen, und die mitgeteilten Messungen geben auch Beispiele für deren Wirkung, soweit sie den Betrag der Flächenhelle beeinflussen. In welcher Weise aber die Mattscheibe eine stark unstetige Lichtquelle in eine stetige zu verwandeln vermag, lassen die Figuren 3 bis 5 deutlich erkennen. Fig. 3 zeigt den Leuchtkörper einer Osramazolampe älterer Bauart, etwa 3 mal vergrößert. Die beiden anderen Figuren sind unter genau denselben Umständen aufgenommen, nur wurde dicht an die Glaskugel, parallel zur Ebene des Leuchtköpers, eine feine Mattscheibe gebracht. Fig. 5 ist länger belichtet als Fig. 4: infolge davon zeigt 4 nur die hellsten Teile in der Mitte, während 5 auch noch die schwächer leuchtenden Randteile bei der längeren Belichtung wiedergeben konnte. Dieser auf den Photogrammen wiedergegebene helle Fleck liegt aber nicht auf der Mattscheibe: blickt man aus verschiedenen Richtungen auf die Mattscheibe, so erscheint er je nach der Blickrichtung stets an einer anderen Stelle der Mattscheibe und immer auf der Verbindungslinie von Lichtquelle und Auge. Daraus ist zu schließen, daß der Ort des hellen Flecks eben die Lichtquelle sein muß. Er verhält sich in dieser Hinsicht genau so, wie das Fraunhofersche Beugungsspektrum, das ein Gitter entwirft: auch dieses Beugungsspektrum, insbesondere das farblose mittlere Maximum 0



Fig. 3.

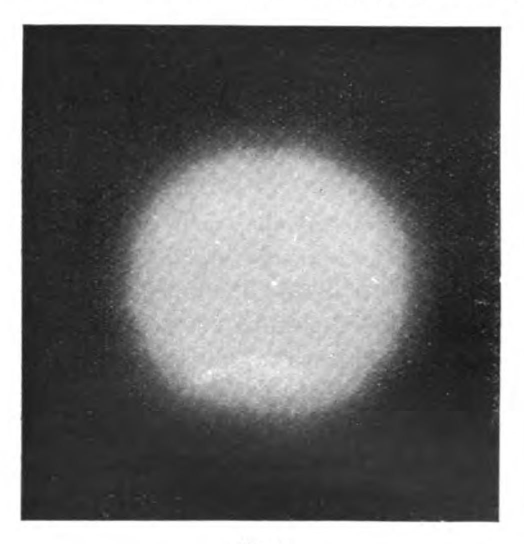


Fig. 4.

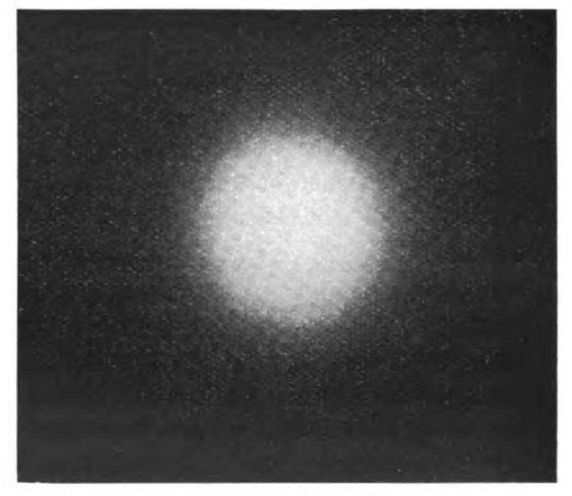


Fig. 5.

liegt am Ort der Lichtquelle und ist ein virtuelles Bild dieser. Alle übrigen Maxima sind, wie das mittlere, farblose, ebenfalls Einzelbilder der Lichtquelle, die voneinander scharf getrennt sind. Die Mattscheibe ist auch eine beugende Struktur, wie ein Gitter, nur liefert sie nicht wie jenes eine Reihe von scharfen, getrennten Einzelbildern, sondern nur eine stetige Lichtausbreitung, die man als übereinander gelagerte, sehr verwaschene Bilder der Lichtquelle auffassen kann. Dieser Unterschied ist aber lediglich durch die Struktur der beugenden Schicht bedingt, die bei der Mattscheibe vollkommen unregelmäßig ist, während sie bei dem Gitter regelmäßig, periodisch ist; eine grundsätzliche Bedeutung hat der Unterschied aber nicht. Aus diesem Grund wird

es wohl erlaubt sein, das übersichtlichere Verhalten des Gitters, das die wohl getrennten Bilder liefert, im folgenden bei der Erklärung des Verhaltens der Mattscheiben zu benutzen.

Ist die Lichtquelle schmal und das Gitter weit von ihr entfernt, so sind die einzelnen Maxima voneinander durch breite dunkle Zwischenräume getrennt, und das am Ort der Lichtquelle liegende mittlere Maximum 0 hat nur die ihm gemäß den Eigenschaften des Gitters zukommende Flächenhelle. Wird der Abstand zwischen Lichtquelle und Gitter kleiner, so rücken die Maxima näher aneinander. Wird die Lichtquelle breiter, so verbreitern sich auch die Maxima, d. h. die Einzelbilder, und lagern sich schließlich mehr oder weniger übereinander. Das wird um so eher geschehen, je näher die Maxima schon aneinander liegen, also je näher die Lichtquelle an dem Gitter steht. In der Mitte, am Ort des Maximums 0, wird also nun eine erhöhte Flächenhelle auftreten, weil ja, bei genügender Breite und genügend kleinem Abstand, die seitlichen Maxima, das erste, zweite, dritte usw. immer mehr das mittlere und zugleich einander gegenseitig überlagern. Es kommt schließlich auf diese Art ebenfalls zu einer annähernd gleichmäßigen Lichtausbreitung, die mehr und mehr das charakteristische Aussehen des ursprünglichen Beugungsspektrums verliert: Spuren davon können allerdings bei geeigneter Form oder Abblendung der Lichtquelle, z. B. dieser <>, noch lange an den beiden seitlichen Spitzen nachweisbar bleiben. Es zeigt also diese Betrachtung, daß das vom Gitter entworfene Bild der Lichtquelle um so mehr die ursprüngliche Flächenhelle der Lichtquelle zeigen wird, je ausgedehnter die Lichtquelle ist und je näher sie dem Gitter liegt. Voraussetzung ist natürlich, daß alles einfallende Licht vom Gitter durchgelassen und nur abgebeugt wird, und zwar höchstens in einen Raum von 180° Öffnungswinkel.

Übertragen wir das auf die Mattscheibe, so müssen wir auch hier erwarten, daß sie die Flächenhelle der Lichtquelle um so weniger herabsetzt, je näher sie dieser steht und je größer diese ist.

Ich habe nun bei der Messung der aktinischen Flächenhelle auch deren Abhängigkeit von der Mattscheibe und von deren Abstand untersucht und habe innerhalb der Grenzen, die bei der hier in Rede stehenden Verwendung der Lichtquellen für mikrophotographische Zwecke in Frage kommen eine bemerkenswerte Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen dieser Versuche und denjenigen einer theoretischen Ableitung gefunden, die sich auf sehr einfache Voraussetzungen gründet. Da über diese Wirkungsweise der Mattscheiben nur sehr wenig bekannt zu sein scheint, so möge darüber im folgenden kurz berichtet werden.

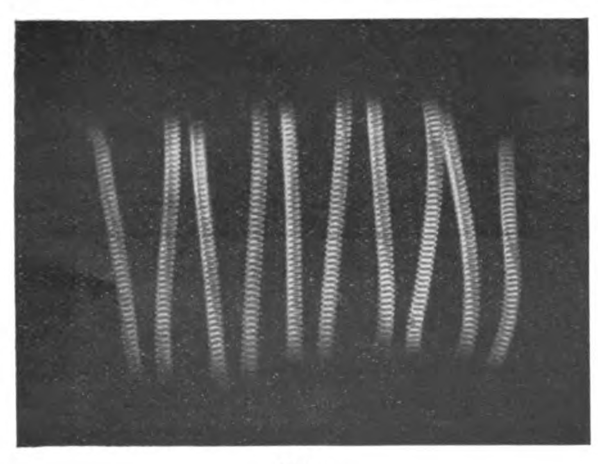


Fig. 6.

Bei den Messungen an einer Osramazolampe von 1450 HK, deren Leuchtkörper bei etwa 3 maliger Vergrößerung Fig. 6 zeigt, wurde eine Mattscheibe in verschiedener Entfernung von dem Leuchtkörper eingeschaltet. Der Abstand war natürlich nach beiden Seiten hin begrenzt, nach der einen durch die Glaskugel, die den Leuchtkörper umschließt, nach der

anderen durch den Kollektor. Immerhin konnten, wie die untenstehende Darstellung (Fig. 7) zeigt, die Abstände a der Mattscheibe vom Leuchtkörper zwischen 4,5 und 19,5 cm geändert werden. Es wurden auf diese Art zwei Mattscheiben Nr. 1 und Nr. 2 verschiedener Art untersucht, indem die Belichtungszeiten t_I bis t_n, die den Mattscheibenabständen a_I bis a_n entsprechen, gemessen wurden. Ebenso wurde auch t_0, die Belichtungszeit, die ohne Mattscheibe erforderlich war, bestimmt.

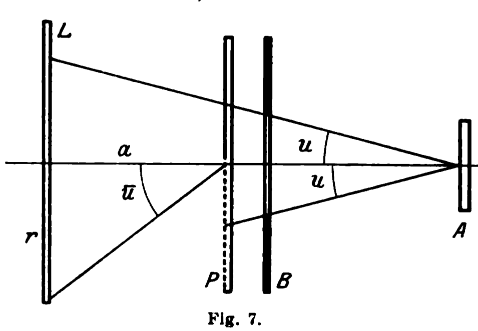


Fig. 7.

Ich habe nun versucht, die Beziehungen zwischen den Abständen und den Belichtungszeiten durch eine Formel auszudrücken, und bin, um diese aufzusuchen, von folgender Überlegung ausgegangen. Um die für die Hauptsache unwesentliche Wirkung der Beleuchtungslinsen auszuschalten, habe ich angenommen, das Aktinometer A werde, wie Fig. 7 schematisch darstellt, unmittelbar von der Lichtquelle L beleuchtet und die Apertur der Beleuchtungskegel, $\sin u$, sei durch eine Blende B bestimmt und unveränderlich gehalten. Die „Mattscheibe" P könne zwischen der Lichtquelle und der Blende verschoben werden, der Abstand von der Lichtquelle sei a. Die Apertur der Strahlenkegel, die auf die lichtempfindliche Schicht von A fallen, ist unverändert $\sin u$; sie hängt von der Blendenöffnung B und deren Abstand von A ab. Die Apertur der Strahlenkegel, die die „Mattscheibe" P treffen — auf der Achse — ist $\sin \bar{u}$; sie ist bestimmt durch den Halbmesser r der als Kreis vorausgesetzten Fläche der Lichtquelle und durch den veränderlichen Abstand a. Die zunächst als gleichmäßig über die ganze Fläche vorausgesetzte aktinische Flächenhelle der Lichtquelle sei $\mathfrak{H}$.

Dann ist die chemische Belichtungsstärke $\mathfrak{E}$ auf der Schicht A des Aktinometers vor dem Einschalten der Mattscheibe

$$\mathfrak{E} = \pi\, \mathfrak{H} \sin^2 u. \qquad 29)$$

Durch das Einschalten der Mattscheibe wird die Flächenhelle $\mathfrak{H}$ vermindert auf den Wert $\bar{\mathfrak{H}}$. Ähnlich, wie es die Figuren 4 und 5 zeigen, fällt dabei die Flächenhelle — gleichgültig ob $\mathfrak{H}$ ungleichmäßig oder unstetig oder gleichmäßig verteilt ist, wie wir zunächst annehmen, im allgemeinen nach dem Rande allmählich ab. Daher ist $\bar{\mathfrak{H}}$ aufzufassen als ein Mittelwert der chemischen Flächenhelle, den eine gleichmäßig leuchtende Fläche haben müßte, die bei derselben Apertur $\sin u$ die gleiche Belichtungsstärke $\bar{\mathfrak{E}}$ auf der Aktinometerschicht erzeugt, welche die Lichtquelle durch die Mattscheibe hindurch tatsächlich liefert. Es ist also

$$\bar{\mathfrak{E}} = \pi\, \bar{\mathfrak{H}} \sin^2 u. \qquad 30)$$

Auf ihrer, der Lichtquelle zugewandten Seite empfängt nun die als unendlich dünne Schicht gedachte Mattscheibe einen „aktinischen Lichtstrom" $d\,\Psi$, der sich, genau analog dem optischen Lichtstrom Φ der Photometrie für ein Flächenelement $d\,f$ auf der Achse berechnet zu

$$d\,\Psi = d\,f \cdot \pi\, \mathfrak{H} \sin^2 \bar{u}. \qquad 31)$$

Nach der Seite des Aktinometers hin strahlt aber dasselbe Flächenelement $d\,f$ einen aktinischen Lichtstrom $d\,\Psi_1$, der sich für den Grenzfall, daß die Mattscheibe das Licht vollkommen gleichmäßig innerhalb eines Winkelraumes von 180^0 nach der Blende und

dem Aktinometer hin strahlte, oder, mit anderen Worten, ein vollkommener, sogenannter orthotroper Diffusor wäre, berechnet zu

$$d\,\Psi_1 = d f \pi \bar{\mathfrak{H}}, \qquad 32)$$

denn die Apertur des ausgestrahlten Kegels wäre ja in diesem Falle $= 1$.

Ist der Durchmesser der Lichtquelle und deren Abstand groß gegenüber dem Durchmesser der wirksamen Fläche f der Mattscheibe, so ist der auf die ganze Fläche f fallende Lichtstrom

$$\Psi = f \pi \mathfrak{H} \sin^2 \bar{u} \qquad 33)$$

und der von der ganzen Fläche f in der Richtung nach dem Aktinometer hin ausgestrahlte Lichtstrom

$$\Psi_1 = f \pi \bar{\mathfrak{H}}, \qquad 34)$$

weil sich in diesem Falle alle Elemente df der Fläche f genau gleich verhalten.

Selbst wenn wir annehmen, daß in der unendlich dünnen Platte P gar kein Licht durch Reflexion oder Absorption verloren geht, wird dieser Lichtstrom Ψ_1 doch nur ein Bruchteil des Lichtstroms Ψ sein, weil ja der orthotrope Diffusor auch einen Teil des einfallenden Lichtes gegen die Lichtquelle zurückstrahlen müßte. Als einfachsten Fall wollen wir annehmen, das Licht werde nach vorn und hinten genau gleichmäßig verteilt, es sei also

$$\Psi_1 = \tfrac{1}{2} \Psi \qquad 35)$$

oder, nach den obenstehenden Gleichungen

$$f \pi \cdot \bar{\mathfrak{H}} = \tfrac{1}{2} f \pi \mathfrak{H} \sin^2 \bar{u}. \qquad 36)$$

Daraus folgt dann

$$\bar{\mathfrak{H}} = \tfrac{1}{2} \mathfrak{H} \sin^2 \bar{u}. \qquad 37)$$

Nun ist aber nach einem bekannten Satz der Trigonometrie

$$\sin^2 u = \frac{1}{1 + \frac{a^2}{r^2}}, \qquad 38)$$

daher auch

$$\bar{\mathfrak{H}} = \frac{1}{2} \mathfrak{H} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a^2}{r^2}}. \qquad 39)$$

Diese Gleichung gestattet also, die mittlere Flächenhelle mit Mattscheibe aus der Flächenhelle der Lichtquelle selbst, ihrem Durchmesser und ihrem Abstande zu berechnen für den einen Grenzfall, für die vollkommen diffus vorwärts und rückwärts, ohne Verlust strahlende Mattscheibe, unter der Annahme allerdings, daß Abstand und Durchmesser der Lichtquelle groß sind gegenüber der wirksamen Fläche der Mattscheibe. Der andere Grenzfall ist natürlich die gar nicht streuende, durchsichtige Planplatte. Tritt in ihr ein gewisser Verlust $\mathfrak{k}$ durch Reflexion und Absorption ein, so ist die Flächenhelle $\bar{\mathfrak{H}}$ durch die einfache Gleichung bestimmt

$$\bar{\mathfrak{H}} = \mathfrak{k}\,\mathfrak{H}. \qquad 40)$$

Die beiden letzten Gleichungen 39) und 40) lassen sich nun auf eine gemeinsame Form bringen, wenn wir schreiben

$$\bar{\mathfrak{H}} = \mathfrak{k}\,\mathfrak{H} \cdot \frac{1}{1 + \frac{a^2}{r^2} \cdot z}. \qquad 41)$$

Im ersten Grenzfall hat die Größe $\mathfrak{k}$ den Wert $\frac{1}{2}$; sie kann beliebige Werte annehmen, die kleiner sind als 1. Die Größe z ist im ersten Grenzfalle, bei der vollkommenen Mattscheibe, gleich 1, im zweiten Falle, bei der vollkommen durchsichtigen Scheibe, gleich 0. Je nach dem Betrag der Streuung schwankt diese Größe, die man den „Streuungsfaktor" nennen könnte, zwischen diesen Grenzen 0 und 1.

Die physikalische Bedeutung des Faktors z ergibt sich aus folgender Überlegung. Während Gleichung 41) die Flächenhelle einer gegebenen Lichtquelle darstellt, die durch eine beliebige Mattscheibe im Abstand a hindurch strahlt, so würde, wenn als Mattscheibe ein orthotroper Diffusor mit einem Streuungsfaktor $z = 1$ benützt würde, dessen Abstand a_I wäre, also von a verschieden ist, in diesem angenommenen Fall die Flächenhelle $\overline{\mathfrak{H}}_I$ durch die folgende Gleichung dargestellt

$$\overline{\mathfrak{H}}_I = \mathfrak{k}\,\mathfrak{H}\,\frac{1}{1+\frac{a_I^2}{r^2}}. \qquad 42)$$

Dabei ist angenommen, daß dieselbe Lichtquelle also mit dem gleichen Halbmesser r und der gleichen Flächenhelle $\mathfrak{H}$ benutzt wird, und daß der Verlustfaktor $\mathfrak{k}$ ebenfalls unverändert bleibt. Es können nun die Abstände a und a_I in beiden Fällen so gewählt werden, daß die Flächenhellen $\overline{\mathfrak{H}}$ und $\overline{\mathfrak{H}}_I$ durch die beiden verschiedenen streuenden Platten, die Mattscheibe und den orthotropen Diffusor, gleich werden. Dann ist, da ja auch die rechten Seiten der Gleichungen 41) und 42) gleich werden

$$a_I^2 = a^2 z$$

$$z = \left(\frac{a_I}{a}\right)^2, \qquad 43)$$

das heißt: der Zerstreuungsfaktor z ist das Quadrat der Verhältniszahl, welche angibt, wievielmal der Abstand einer angenommenen Mattscheibe vom Streuungsfaktor $z = 1$ kleiner sein muß als der Abstand der wirklich vorhandenen Mattscheibe, wenn unter sonst gleichen Umständen sich dieselbe Flächenhelle durch die beiden Mattscheiben ergeben soll.

Die Belichtungszeiten, die erforderlich sind, um die Normalfarbe zu erreichen, t ohne Mattscheibe und t_I mit Mattscheibe im Abstand a_I, müssen nun nach dem sogenannten Reziprozitätsgesetz der Forderung genügen

$$t \cdot \mathfrak{H} = t_I \cdot \overline{\mathfrak{H}}_I. \qquad 44)$$

Für das Verhältnis der Belichtungszeiten t_I und t besteht daher die Gleichung

$$\frac{t_I}{t} = \frac{\mathfrak{H}}{\overline{\mathfrak{H}}_I} = \frac{1 + a_I^2 \cdot \left(\frac{z}{r^2}\right)}{\mathfrak{k}}. \qquad 45)$$

Hat man nun noch für einen zweiten Abstand a_{II} die Belichtungszeit t_{II} gemessen, so hat man noch die Gleichung

$$\frac{t_{II}}{t} = \frac{1 + a_{II}^2 \left(\frac{z}{r^2}\right)}{\mathfrak{k}}, \qquad 46)$$

und aus beiden kann man die unbekannten Größen $\mathfrak{k}$ und $\left(\frac{z}{r^2}\right)$ ermitteln. Zunächst erhält man durch Eliminieren von $\mathfrak{k}$ für die letzte Größe die Gleichung

$$\left(\frac{z}{r^2}\right) = \frac{t_{II} - t_I}{a_{II}^2 t_I - a_I^2 t_{II}}. \qquad 47)$$

und dann aus einer der beiden Gleichungen 45) und 46), z. B. aus 45)

$$\mathfrak{k} = 1 + a_{\mathfrak{f}}^2 \left(\frac{z}{r^2}\right) \cdot \frac{t}{t_J}. \qquad 48)$$

Ich habe nun die Werte von t und a, die ich bei den oben erwähnten beiden Versuchsreihen gewonnen habe, benutzt, um die Mittelwerte für $\mathfrak{k}$ und $\left(\frac{z}{r^2}\right)$ auszurechnen. Für die Mattscheibe Nr. 1 ergab sich $\mathfrak{k}$ zu 0,74 und $\frac{z}{r^2}$ zu 0,02, für die Mattscheibe Nr. 2 war $\mathfrak{k} = 0{,}64$ und $\frac{z}{r^2} = 0{,}033$. Ich habe dann mit Hilfe dieser Mittelwerte für die in Fig. 8 auf der Abszissenachse angegebenen Abstände a die Belichtungszeiten t berechnet. Diese berechneten Werte sind als Ordinaten aufgetragen und durch eine Kurve verbunden. Die gestrichelte Kurve stellt das Ergebnis der Versuche mit der einen Mattscheibe Nr. 1, die ausgezogene das Ergebnis der Versuche mit der anderen Nr. 2 dar. Die Sternchen in der Nachbarschaft der gestrichelten Kurve und die Kreuzchen in der Nachbarschaft der ausgezogenen sind diejenigen unmittelbar beobachteten Werte, welche von den berechneten um soviel abwichen, daß der Unterschied in der Zeichnung noch deutlich dargestellt werden konnte: die anderen beobachteten Werte fallen bis auf Unterschiede, die in demMaßstab der Figur nicht mehr deutlich darstellbar waren, mit den berechneten zusammen.

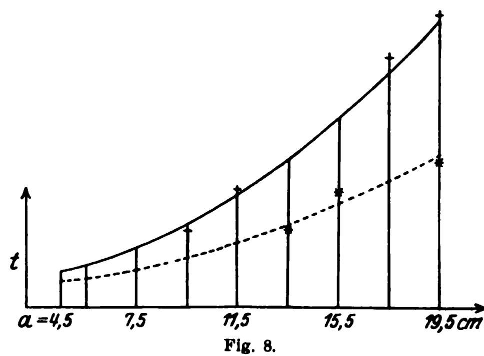


Fig. 8.

Die Übereinstimmung ist, angesichts der einfachen Hilfsmittel, die für die Messung benutzt worden sind, und der stark vereinfachten Voraussetzungen, unter denen die Formeln abgeleitet sind, ganz befriedigend, so daß man annehmen darf, daß der entwickelte Ausdruck, innerhalb gewisser Grenzen, die Abhängigkeit der mittleren Flächenhelle $\bar{\mathfrak{H}}$ von dem Abstand der Mattscheibe im großen ganzen richtig wiedergibt.

Ob der Ausdruck auch innerhalb weiterer Grenzen, insbesondere auch bei kleineren Abständen a gilt, mag dahin gestellt sein. Denn die Voraussetzungen, von denen die Entwickelung der Gleichung ausgeht, sind ja bei der untersuchten Lichtquelle keineswegs alle erfüllt.

Zunächst ist der Abstand der Lichtquelle und ihr Durchmesser nicht groß gegenüber dem wirksamen Durchmesser der Mattscheibe: das kann auch nicht der Fall sein, weil dann die Apertur des Strahlenkegels, der auf das Aktinometer fällt, immer nur sehr klein sein dürfte. Daher läßt sich der Lichtstrom, den die Mattscheibe bei den Versuchen tatsächlich empfängt, und der Lichtstrom, den sie weitersendet, nicht durch die einfachen auf S. 355 benutzten Gleichungen angeben, sondern es müßte eigentlich eine von Lambert entwickelte Formel angewandt werden, die den Lichtstrom zwischen zwei kreisrunden, zentrierten, achsensenkrechten Flächen von endlicher Größe bei endlichem Abstand zu berechnen gestattet. Weiter ist aber die eine Fläche, die der Lichtquelle, weder kreisförmig noch strahlt sie gleichmäßig: sie strahlt noch nicht einmal stetig. Daher ist der Aperturwert $\sin \bar{u}$ zunächst auf die Strahlung dieser Lichtquelle nicht, wie bei kreisrunden Lichtquellen, ohne weiteres anwendbar. Er hat

jedoch, wie im folgenden gezeigt werden soll, dennoch eine gewisse physikalische Bedeutung.

Es sei in Fig. 9*a* mit *M* ein Flächenelement *df* bezeichnet, daß von einer Lichtquelle *L* bestrahlt wird, die in einer *df* parallelen Ebene liegt. Die Lichtquelle sei, wie Fig. 9*b* zeigt, die den zu dem Aufriß *a* gehörigen Grundriß darstellt, ein schmales Band, das in der Ebene parallel *df* zickzackartig ausgespannt ist. Um die Wirkung dieser Lichtquelle auf *df* festzustellen, kann man folgendes graphische Verfahren benutzen. Man denkt sich um *M* eine Kugel mit dem Halbmesser 1 konstruiert, und auf diese Kugel von *M* aus die Lichtquelle Punkt für Punkt projiziert. Die Projektion eines Punktes *L* z. B. wäre dann L^*. Diese Punkte auf der Kugelfläche, wie L^*, sind dann durch Normalen auf die Grundfläche zu projizieren, die durch das Flächenelement *df* gelegt ist. Im Grundriß *b* fallen diese Projektionen L^{**} auf die Grundfläche natürlich mit der Darstellung der Punkte L^* auf der Kugelfläche zusammen und sind darum nicht besonders angegeben. Führt man für alle Punkte der Lichtquelle diese Projektion, erst die Zentralprojektion auf die Kugel und dann die Parallelprojektion auf die Grundfläche, aus, so erhält man auf der Grundfläche schließlich eine Fläche, die den Inhalt F^{**} hat, während die Fläche der Lichtquelle selbst den Inhalt *F* hatte.

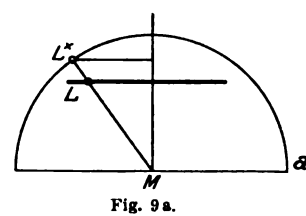


Fig. 9a.

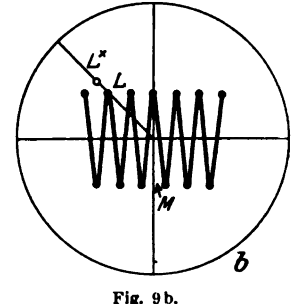


Fig. 9b.

Es ist nun der aktinische Lichtstrom $d\Psi$, der von der Lichtquelle auf *df* fällt

$$d\Psi = df\pi\mathfrak{H}F^{**}, \qquad 49)$$

falls für die Messung des Flächeninhaltes der Projektion F^{**} der Halbmesser 1 der Kugel als Längeneinheit benutzt wird. $\mathfrak{H}$ ist die aktinische Flächenhelle der Lichtquelle selbst. Ganz ebenso verhält sich natürlich der Lichtstrom $d\Phi$ der Photometrie im engeren Sinne, an die Stelle von $\mathfrak{H}$ tritt nur die Flächenhelle *H*, sonst gilt die gleiche Beziehung.

Sind die Flächenhelligkeiten an verschiedenen Stellen der Lichtquelle verschieden, so ist jedem Punkt oder Element L^{**} der Projektion dieselbe Flächenhelle zuzuschreiben, die das projizierte Element *L* der Lichtquelle hat; und $\mathfrak{H}$ oder *H* sind dann die Mittelwerte, die über die ganze Fläche F^{**} der Projektion zu nehmen sind. Man berechne nun den Inhalt eines Kreises, der der Fläche der Projektion F^{**} inhaltsgleich ist. Man setze also:

$$F^{**} = r^{**2}\pi. \qquad 50)$$

Daraus berechnet sich der Halbmesser dieses Kreises zu

$$r^{**} = \sqrt{\frac{F^{**}}{\pi}}. \qquad 51)$$

Da der Inhalt der Projektion F^{**} mit dem Radius 1 der Kugel als Längeneinheit gemessen ist, so erhält man auch *r* in der gleichen Einheit, und es ist weiter, nach einem bekannten Satz der Trigonometrie

$$r^{**} = \sin\bar{u}. \qquad 52)$$

Mit anderen Worten: der Halbmesser des Kreises, der der Projektion der Lichtquelle F^{**} inhaltsgleich ist, stellt — mit dem Halbmesser 1 der Kugel gemessen — die Apertur

desjenigen Strahlenkegels dar, welcher bei gleicher Flächenhelle auf dem Flächenelement df dieselbe Beleuchtungs- oder Belichtungsstärke hervorrufen oder ihm denselben Lichtstrom zusenden würde, wie die Lichtquelle selbst.

Denkt man sich diesen Kreis mit dem Halbmesser r^{**} um den Punkt M auf die Grundfläche gezeichnet, dann durch Senkrechte zur Grundfläche auf die Kugelfläche mit dem Halbmesser 1 projiziert, und dann von dem Umfang dieser Projektion Radien nach M gezogen, so schneiden diese aus der Ebene, in der sich die Lichtquelle befindet, wieder einen Kreis aus, der den Radius r besitzt. Wenn dieser mit der Flächenhelle $\mathfrak{H}$ (oder H) gleichmäßig über seine ganze Fläche strahlt, so könnte er die tatsächlich vorhandene unstetige Lichtquelle mit der Fläche F in ihrer Wirkung auf das Flächenelement bei M völlig ersetzen, und für diese angenommene kreisförmige Lichtquelle hätte also die Apertur $\sin \bar{u}$ einen bestimmten Sinn. Wir können uns also, hinsichtlich ihrer Wirkung auf das Flächenelement df, eine Lichtquelle, die die unstetige und irgendwie geformte leuchtende Fläche F von der mittleren Flächenhelle $\mathfrak{H}$ besitzt, durch eine am gleichen Ort befindliche, kreisförmige, df parallele, gleichmäßig helle leuchtende Fläche ersetzt denken, deren Halbmesser r und deren Flächenhelle $\mathfrak{H}$ ist, und die dem Flächenelement df einen Strahlenkegel von der Apertur $\sin \bar{u}$ zusendet. Die Apertur $\sin \bar{u}$ können wir als die „äquivalente“ Apertur, den Halbmesser r als den „äquivalenten“ Halbmesser und die Flächenhelle $\mathfrak{H}$ als die „äquivalente“ Flächenhelle der unregelmäßigen und unstetigen, tatsächlich vorhandenen Lichtquelle ansehen, und somit auch bei derartigen Lichtquellen den Größen $\sin \bar{u}$, r und h eine bestimmte physikalische Bedeutung beilegen.

Bei den erwähnten Versuchen hatte die Fläche der benutzten Lichtquelle Fig. 6 die Größe von 1,9 : 1,3 cm, also einen Inhalt von 2,47 qcm. Wir müßten die Projektion F^{**} bestimmen, daraus r^{**} berechnen, und dann r^{**} wieder rückwärts über die Kugel in die Ebene der Lichtquelle projizieren, um den äquivalenten Halbmesser r zu finden. Wenn wir, der Einfachheit halber, uns diese Projektionen, die eine ziemlich mühsame Konstruktion und Berechnung erfordern, ersparen und einen gewissen Fehler in Kauf nehmen, so können wir auch den äquivalenten Halbmesser r annähernd berechnen aus

$$r = \sqrt{\frac{F}{\pi}}\,. \qquad 53)$$

Der Fehler, den wir dabei begehen, wird um so kleiner, je größer der Abstand der Mattscheibe im Verhältnis zur Fläche der Lichtqelle wird. Wir finden dann für unsere Lampe

$$r = 0{,}89 \text{ cm},$$

und daraus und aus dem S. 364 angegebenen Werten von $\frac{z}{r^2}$ berechnet sich der Zerstreuungsfaktor z der Mattscheibe für die eine, die ausgezogene Kurve der Fig. 8 zu 0,0258, für die andere, gestrichelte Kurve, zu 0,0157. Auf diese Art wäre ein, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen zutreffendes Maß für das Streuungsvermögen einer Mattscheibe gefunden. Bei der Bedeutung, die solche streuende Mittel für die Leuchttechnik haben, wären vielleicht genauere Untersuchungen in dieser Richtung nicht ohne Wert. Es wäre z. B. denkbar, daß man bei der Auswahl oder Herstellung der Mattscheiben diese Werte, oder die Kurven nach Fig. 8, bestimmte, um sicherer, als nach dem Augenschein, ein gleichmäßiges Erzeugnis herzustellen oder auszusuchen.

Man würde natürlich bei solchen Messungen kreisrunde, möglichst gleichmäßig helle Lichtquellen verwenden, bei denen $\sin u$, r und $\mathfrak{H}$ oder H ohne weiteres eine bestimmte Bedeutung haben.

Zusammenfassung.

Der Begriff der „aktinischen oder chemischen Flächenhelle" einer Lichtquelle wird festgelegt.

Das Verhältnis dieser chemischen Flächenhellen ist für eine Anzahl von Lichtquellen, die für mikrophotographische Arbeiten gebraucht werden, auf Grund vorläufiger Messungen angegeben.

Für diese Messungen ist ein geeigneter Apparat und ein Verfahren beschrieben. Weiter ist ein Verfahren angegeben, nach dem auch absolute Messungen der chemischen Flächenhelle, bezogen auf die Hefnereinheit, ausgeführt werden können. Der Einfluß, den eine eingeschaltete Mattscheibe je nach ihrer Art und ihrem Abstand von der Lichtquelle auf die chemische Flächenhelle ausübt, ist durch die graphische Darstellung von zwei Beispielen erläutert.

Eine Formel, die innerhalb der Versuchsgrenzen die Abhängigkeit der Flächenhelle von Art und Abstand der Mattscheibe genügend wiedergibt, ist auf Grund einer, von vereinfachten Annahmen ausgehenden theoretischen Betrachtung entwickelt.

Dabei ist der Versuch gemacht, die optischen Eigenschaften der Mattscheiben durch zwei Größen zu kennzeichnen.

Für unregelmäßig begrenzte oder unstetige Lichtquellen werden die Begriffe des äquivalenten Durchmessers und der äquivalenten Apertur benutzt, die deren Wirkung auf ein Flächenelement kennzeichnen.

Aufhängung mit variabler Richtkraft in feinsten Quarzfäden.

Von
Carl Benedicks in Stockholm.

1. Einleitendes.

Bei modernen hochempfindlichen Nadelgalvanometern ist es gebräuchlich, das Nadelsystem in einem so feinen Quarzfaden aufzuhängen, daß die betreffende Richtkraft gänzlich vernachlässigt werden kann[1]), und die nötige Richtkraft durch ein magnetisches Feld zu erzielen, dessen Stärke ja leicht zu verändern ist, so daß die resultierende Richtkraft eine der Galvanometer-Empfindlichkeit entsprechende wird. Bei der Konstruktion eines hochempfindlichen Galvanometers ist es mir nun aufgefallen, daß diese Vorgangsweise eine durchaus unrationelle ist. Da die bei empfindlichen Galvanometern zu überwindende Hauptschwierigkeit in einer veränderlichen Nullage besteht, ist es klar, daß die an die Spitze zu stellende Forderung dahin geht, die Richtkraft des beweglichen Systems möglichst konstant, von äußeren Umständen unbeeinflußt zu machen. In dieser Hinsicht nun ist die magnetische Richtkraft eine recht unzufriedenstellende. Tatsächlich ergeben — bei der Geringfügigkeit der zulässigen Richtkraft, die etwa von derselben Größenordnung ist wie die magnetische Störungen — diese magnetischen Störungen auch bei Panzerschutz erhebliche Schwankungen insbesondere der Richtung des Feldes, was sich ja in einer veränderlichen Nullage äußern muß.

[1]) Vgl. z. B. O. D. Chwolson, Lehrbuch der Physik 4 (2), Braunschweig 1913, S. 127.

Es leuchtet demgemäß ein, daß jede magnetische Richtkraft so weit möglich zu vermeiden ist, und daß die erforderliche Richtkraft, wenn irgendwie möglich, eine mechanische sein soll — für deren Richtung die magnetischen Schwankungen belanglos sind. Es soll m. a. W. die elastische Richtkraft des Quarzfadens usw. eine so hohe sein, wie es jedesmal mit der erforderlichen Empfindlichkeit, bei gegebener, bester Ablesevorrichtung, verträglich ist; die Unabhängigkeit der Nullage bzw. der Ausschläge des Galvanometers von magnetischen Störungen wird dadurch die größtmögliche.

Von vornherein ein Quarzfaden von der gerade nötigen Richtkraft herauszufinden, ist im allgemeinen nicht möglich; das Problem reduziert sich demnach auf die konstruktive Durchführung einer Aufhängung mit nach Belieben leicht zu variierender Richtkraft.

Es soll im folgenden eine variable Bifilaraufhängung beschrieben werden, bei welcher auch ein außerordentlich feiner Quarzfaden zur Anwendung kommen kann. Diese Aufhängung hat sich für Nadelgalvanometer gut bewährt und dürfte auch für andere Zwecke eine nützliche Bereicherung der physikalischen Technik darstellen können.

2. Herstellung von feinstem Quarzfaden; Vorbehandlung.

Seit der Einführung des Quarzfadens (Boys 1887) stellt man ja allerlei Aufhängungen in Quarzfäden her, 1. wegen Freiheit von Nachwirkung und 2. wegen der hohen Tragfestigkeit, welche erlaubt, auch ganz kurze (einige mm lange) Aufhängefäden mit sehr geringer Richtkraft zu verwerten. Das bei weitem bequemste Verfahren, dünnste Quarzfäden herzustellen, ist das wohl zuerst von Nichols[1]) eingeführte: Berührenlassen zweier Quarzstäbchen in der Knallgasflamme; Auseinanderziehen senkrecht zur Flammenrichtung um einige Millimeter; Aufsammeln der von der Flamme hinweggeblasenen Fäden in einem vorgestellten Tubus aus schwarzem Samt.

Dazu ist zu bemerken, daß die Qualität der erhaltenen Fäden in hohem Grade von der Größe des Knallgasbrenners abhängig ist. Nach meiner Erfahrung eignet sich am besten ein Brennerkopf mit einer lichten Weite von 1,0 mm (mit einer Reibahle beiderseitig schwach erweitert; Länge des verjüngten Teiles etwa 5 mm). Bei feinerer Öffnung ist die für das automatische Ausziehen nötige Gebläsewirkung nicht kräftig genug (kurze, dicke Faden nicht selten erhalten), bei gröberer Öffnung wird leicht zu viel von den Quarzstäben (Dicke etwa 1 mm) geheizt (zu dicke Fäden!); die turbulente Ausströmung ergibt gewellte Quarzfäden, die für Aufhängungen weniger angenehm sind.

Zur bequemen Handhabung bei der nachherigen Befestigung wird der Quarzfaden auf folgende Weise vorbehandelt. Aus 0,1 mm Aluminiumdraht werden etwa 6 mm lange Stücke abgeschnitten. Das eine Ende dieser Drahtstücke wird mit ein wenig geeignetem Klebemittel versehen, indem man das Drahtende mit einem mit Klebemittel überzogenen, erhitzten Kupferdraht in Berührung bringt. Das Klebemittel soll folgende Eigenschaften besitzen: 1. in der Kälte hart, nicht klebrig sein, 2. beim Erhitzen keine Dämpfe abgeben, 3. leicht zu beobachtendes Schmelzen (durch Klarwerden) ergeben. Das in der Zahnarzttechnik verwendete Befestigungswachs, z. B. „*Ash's Model Cement*“, Schmelzpunkt etwa 56°, „*Caulk's sticky war*“, Schmelzpunkt etwa 66°, hat sich gut bewährt.

---

[1]) Vgl. F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 13. Aufl., Leipzig-Berlin 1921, S. 40.

Ein so vorbereitetes Endstückchen wird in einer, am besten zu verriegelnden Pinzette festgehalten und mit dem angeklebten Ende mit einem Quarzfaden in Berührung gebracht, oder mit einem Bündel von Fäden, was im allgemeinen wegen der Feinheit des Fadens gut angängig ist und größere Zugfestigkeit gewährt. Um dabei den Faden gut zu sehen, empfiehlt sich gegen das Auge etwa streifend einfallendes, aber abgeschirmtes Licht[1]). Mit einer feinen Mikroflamme[2]) wird das in Lage gehaltene Endstückchen schwach erhitzt und angeschmolzen; etwa verbleibende freie Enden des Quarzfadens sind zu entfernen. Nachdem die das somit befestigte Endstück haltende Pinzette auf der Samtunterlage gelegt worden ist, wird ein zweites Endstückchen angeschmolzen, so daß ein etwa 1 cm langes, freies Fadenstück entsteht; der Überschuß ist mit einer feinen Scheere oder Pinzette zu entfernen. So vorbereitete Stücke werden als Vorrat auf einem mit schwarzem Samt bedeckten, gegen Staub geschützten Brettchen aufbewahrt. Um das Adhärieren der Aluminiumdrähte an den Pinzettenspitzen zu verhindern, kann man diese vorerst in Talk eintauchen; noch besser ist sorgfältiges Reinigen der Spitzen. Um das fertige Fadenstück, einschließlich etwa noch vorhandener, überschüssiger Enden, leicht sichtbar zu machen, empfiehlt es sich, gegen den freihängenden Faden, während ein Endstückchen in einer Pinzette festgehalten wird, eine in Talk eingetauchte Spitze zu führen; das am Faden anhaftende Talk führt dann leichte Sichtbarkeit herbei.

Diese Vorbereitung des Fadens — die auch bei gewöhnlicher Einfaden-Aufhängung zu empfehlen ist — stellt die eigentliche, manuelle Hauptschwierigkeit des Bifilarverfahrens dar.

3. Die Bifilaraufhängung; Anbringung des Quarzfadens.

Die Konstruktion des Aufhängekopfes geht aus Figur 1 hervor. ABC ist ein ausgebohrter Messingstab, dessen zylindrischen Teil AB von 3 mm Durchmesser unter sanfter Reibung in einem nicht gezeichneten Halter verschiebbar ist. Bei A ist eine geteilte Scheibe D aufgesetzt; bei E ist ein Muttergewinde vorgesehen. In A ist drehbar gelagert ein Dorn FG, welcher bei F einen auf der Teilung spielenden Index trägt und bei G zu einer (etwa parabolisch) geformten Spitze verjüngt ist. Dieselbe preßt gegen die Ansätze HH', wodurch beim Einschrauben von FG der pinzettenartige, nach der Figur geformte Teil BC allmählich geöffnet wird. In der Mitte der äußersten, aufgeschnittenen Spitze, bei J, ist gut zentrisch eine schwache Auswölbung vorgesehen (Zahnarztfraise!); KK' sind zwei sanft abgerundete Löcher von etwas kleinerem Durchmesser als 1 mm.

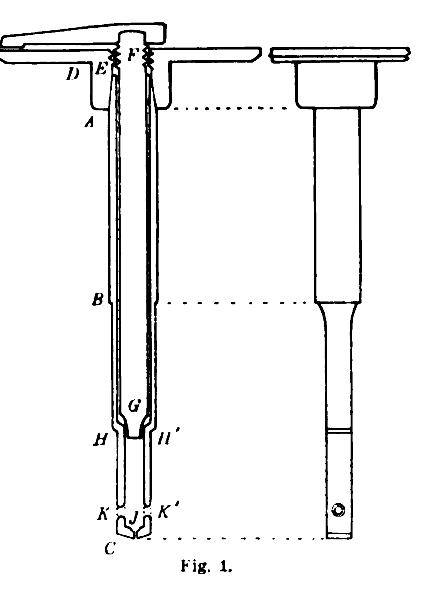


Fig. 1.

Zur Vorbereitung gehört, daß in den beiden inneren Winkeln bei J durch Annähern eines damit befeuchteten, erhitzten Kupferdrahtes etwas Be-

[1]) Ein feiner Quarzfaden wird sonst am deutlichsten, wenn er auf einer Glasplatte mit tiefschwarzer Unterlage liegt (Hohlkörper).

[2]) Vgl. C. Benedicks, Ausströmöffnung aus feiner Quarzkapillare; Feinregulierhahn, *Ann. d. Physik* **55.** *1* (*64*). *1917*.

festigungswachs angebracht wird; die Spitze wird schließlich in Talk eingetaucht und leise abgeschüttelt.

Anbringen des Quarzfadens. Der Aufhängekopf wird zuerst in wagerechter Stellung gehalten, so daß die Löcher *KK'* in dieselbe Vertikallinie kommen (Fig. 2a). Ein Quarzfaden wird von oben eingeführt, wie es die Figur zeigt; nach einer Drehung von 90° um die Achse wird die benutzte Pinzette vorsichtig entfernt, wonach das Ganze eine vertikale Stellung bekommt (Fig. 2b). Darauf ist ein Aufhängehaken von der Form Fig. 2c oben anzubringen; dies kann ruhig mit einer Pinzette geschehen, da eine etwa zu heftige Berührung des Quarzfadens durch die beiden als Sicherheitsgewichte wirkende Endstückchen unschädlich gemacht wird. — Die Häkchen sind aus 0,1 mm Aluminiumdraht angefertigt; wichtig ist, daß ihre untere Umbiegung —, an der später das bewegliche System angehängt wird — eine recht scharfe ist; der betreffende Krümmungshalbmesser muß, um sicheres Anliegen zu gewähren, etwas geringer sein als der Halbmesser des benutzten Aluminiumdrahtes. Dargestellt werden die Häkchen am leichtesten durch Umwickeln des Aluminiumdrahtes um einen entsprechend geformten Messingkern; nach Zudrücken des umgewickelten Drahtes wird er mit einem Messer aufgeschnitten, wodurch eine Anzahl gleicher Häkchen gleichzeitig entstehen. Vor dem Anbringen wird das Häkchen mit Talk bestäubt.

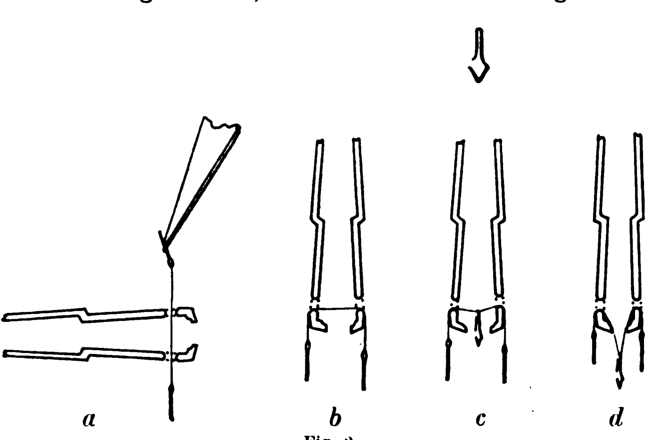


Fig. 2.

Schließlich wird das Häkchen vertikal nach unten gezogen, die letzte Strecke mit wenig geöffnetem Halter (Fig. 2d); die freie Fadenschlinge braucht kaum mehr als 2×2 mm sein. Zur Erzielung der geringsten möglichen Direktionskraft müssen oben die Enden der Fadenschlinge einander genau gegenüber liegen; dies erreicht man einfach dadurch, daß sie gleichzeitig mit einem abgestumpften Blechstreifen in seitlicher Richtung ein wenig verschoben werden (Kontrollieren durch seitliches Visieren!). Es bleibt dann nur übrig, zur Befestigung des Fadens die beiden Schenkel des Halters durch die Mikroflamme nacheinander schwach zu erhitzen, wobei eintretendes Schmelzen wegen des Talkes besonders leicht zu beobachten ist, und schließlich die beiden nunmehr überflüssigen Endstückchen zu entfernen. Selbstverständlich muß nunmehr die größte Sorgfalt bei der Handhabung geübt werden; das im Häkchen aufzuhängende leichte System darf z. B. nicht mit der Pinzette angehängt werden, sondern muß beim Einhaken von unten durch eine saubere Unterlage frei unterstützt sein.

4. Einige Beispiele.

Als Beispiele, mit welcher Leichtigkeit die Einstellung auf verschiedene Direktionskraft geschieht, sind nachfolgend einige Messungen angeführt, die mit zwei kleinen angehängten, aus Al gedrehten Körpern I und II, mit berechneten Trägheitsmomenten, gewonnen wurden. Ihre Hauptkonstanten waren die folgenden:

	Durchmesser		Masse		Trägheitsmom.
	äußerer mm	innerer mm	gefunden g	berechnet g	g cm²
I	2,0	0,0	0,0170	0,0184	$0{,}82 \cdot 10^{-4}$
II	2,9	2,3	0,0310	0,0314	$3{,}6 \cdot 10^{-4}$

Zur Kontrolle der berechneten Trägheitsmomente wurden die Massen auch aus den Dimensionen berechnet (vorletzte Spalte).

Die Bestimmung der (ganzen) Schwingungsdauer t, welche einer Einstellung a des oberen Fadenabstandes entsprach, geschah einfach mittels einer Chronographenuhr durch Abzählung von etwa 10 ganzen Schwingungen. Die Zahlen sind Mittel von 3 Einzelwerten.

Der Teilkreis, an dem a abgelesen wurde, war in 10 Skalenteile eingeteilt; bei größerer Drehung aus der Anfangslage als 360^0 ist demgemäß der Ablesung 10,0 hinzugefügt. Eine Zunahme von a entspricht der Verminderung des oberen Fadenabstandes.

Tabelle 1.
Trägheitsmoment $I = 0{,}82 \cdot 10^{-4}$ g cm².

a Skalenteile (36°)	t sec
1,7	0,42
3,0	0,46
5,0	0,49
7,0	0,61
9,0	1,05
10,0	1,61
10,5	1,92
11,0	2,26
$\gtrless$ 11,5	2,62

Von der Einstellung $a = 11{,}5$ ab verminderte sich der Fadenabstand nicht weiter.

Wie ersichtlich, nahm die Schwingungszeit von $t_1 = 0{,}42$ bis auf $t_2 = 2{,}62$ zu, also im Verhältnis 1 : 6,24. Die betreffenden Direktionskräfte D_1 und D_2, berechnet nach der Gleichung

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2},$$

stehen demgemäß im Verhältnis

$$\mathfrak{S}_2 : \mathfrak{S}_1 \qquad 1 : 39.$$

Der erhaltene Mindestwert der Direktionskraft war nur unerheblich größer als bei einer ausgeführten monofilaren Aufhängung (strikter Vergleich unmöglich!), der Höchstwert demnach etwa 40 mal größer.

Weiter wurden folgende Reihe gewonnen.

Tabelle 2.
Trägheitsmoment $II = 3{,}6 \cdot 10^{-4}$ g cm².

a Skalenteile	t sec
1,7	0,66
3,0	0,70
5,0	0,86
7,0	1,04
9,0	1,66
10,0	2,35
10,5	2,59
11,0	3,08
$\gtrless$ 11,5	3,38

Die Grenzwerte der Direktionskraft verhalten sich in diesem Falle wie

1 : 26,

ergeben also ebenfalls eine recht beträchtliche Veränderlichkeit.

Diese beiden Reihen sind in Fig. 3 graphisch dargestellt. Es geht daraus hervor, daß der Zusammenhang zwischen Einstellung a und Schwingungszeit t ein recht regelmäßiger ist. Dabei hatte die Spitze des Dornes *FG* (Fig. 1) nicht, wie in der Figur angegeben, eine konkave Begrenzungskurve, sondern war einfach halbkugelig geformt; bei der später benutzten Form (Fig. 1) verlaufen die Kurven bedeutend gleichmäßiger (linearer) als in Fig. 3.

Weiter wurden noch einige Beobachtungen mit einem bifilar aufgehängten Magnetnadelsystem ausgeführt.

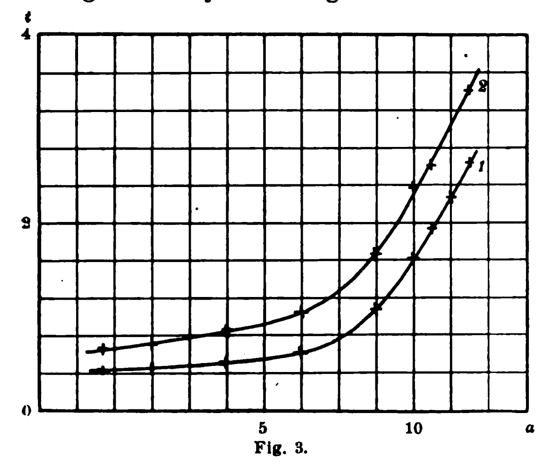


Fig. 3.

Tabelle 3.
Gewicht des Nadelsystemes = 0,0146 g.

a Skalenteile	t sec
9,0	1,37
11,0	1,51
13,5	1,83
16,0	2,60
17,5	3,98
18,0	4,76
18,5	6,4
$\gtrless$ 18,7	6,5

Die beobachtete Veränderung der Direktionskraft war in diesem Falle $(1{,}37/6{,}5)^2 = 1:22{,}5$.

Es ergab sich, daß einige gepanzerte Galvanometer, die — wegen neu eingetretener, elektrischer Kabelstörungen in der Straße — wegen Nullpunkt-Schwankungen unanwendbar geworden waren, nach Anbringen der Bifilaraufhängung und Entfernen der kleinen Richtmagneten verhältnismäßig recht störungsfrei wurden.

Es ist leicht einzusehen, daß diese Aufhängung mit variabler Richtkraft in feinstem Quarzfaden auch für mehrere andere Zwecke der physikalischen Technik zur nützlichen Anwendung kommen kann.

Zusammenfassung.

1. Es ist bei hochempfindlichen Nadelgalvanometern nicht zweckmäßig, Quarzfadenaufhängung mit zu vernachlässigender Direktionskraft zu benutzen und statt dessen magnetische Richtkraft einzuführen. Im Gegenteil verlangt die größtmögliche magnetische Störungsfreiheit des Galvanometers, daß man soweit wie möglich jede magnetische Richtkraft ausschaltet und statt dessen eine vergrößerte, elastisch-mechanische Richtkraft einführt. Dabei ist es für die Erhaltung hoher Empfindlichkeit unerläßlich, die Richtkraft der Fadenaufhängung sicher und genau nach Belieben abändern zu können.

2. Es wird eine Anordnung beschrieben, welche es erlaubt, Bifilaraufhängungen in feinsten Quarzfäden zu erzielen, wodurch die Richtkraft z. B. zwischen den Grenzen 1 und 40 in bequemster Weise veränderlich wird.

Der feine Quarzfaden läßt sich nach der beschriebenen Methode etwa ebenso leicht anbringen wie bei den bisherigen monofilaren Aufhängungen.

3. Auch für andere Zwecke stellt die Vorgangsweise eine nützliche Bereicherung der physikalischen Technik dar.

Stockholm, Metallografiska institutet, Sommer 1922.

Referate.

Photographische Photometrie und der Purkinje-Effekt.

Von Frank E. Ross. *Astrophys. Journ. 52. S. 86. 1920.*

Eine der wichtigsten Anwendungen der Photographie in der Astronomie ist die Messung der Intensität der Lichtstrahlung. In der optischen Lichtmessung werden zwei Lichtstärken als gleich angenommen, wenn sie einen gleich starken Gesichtseindruck hervorrufen. Photographisch werden sie als gleich erachtet, wenn sie die gleiche Schwärzung der photographischen Platte erzeugen oder bei Sternaufnahmen gleiche Größe der Sternbilder.

In der photographischen Photometrie ist aber Voraussetzung die gleiche Expositionszeit, die gleiche Zeitdauer für die Schwärzung der Silberschicht. Es müssen auch beide photographischen Wirkungen unverändert gleich bleiben, wenn beide Lichtquellen in ihrer Stärke in gleichem Maße verändert werden. Es sind hierbei aber noch einige andere Punkte zu beachten. Es müssen die Aberrationen der abbildenden Linsen berücksichtigt werden, ferner die Winkel, unter denen die Strahlen auf die photographische Platte fallen, und wenn etwa das Objektiv abgeblendet wird, die dadurch hervorgerufene Änderung in den Beugungserscheinungen. Ebenso muß die Geeignetheit der photographischen Platten untersucht und festgestellt werden, welchen Einfluß die Art der Entwicklung der Platten auf die auf den Platten zutage tretenden Stärke der Wirkung hat. Bei Nichtbeachtung aller dieser Umstände kann die photographische Photometrie zu falschen Ergebnissen führen.

Der Verf. behandelt nun eine weitere Ursache der Schwärzung der photographischen Platte, nämlich ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge des auffallenden Lichtes. Er wendet sich vor allem der Frage des Kontrastes zu, welche von großer Wichtigkeit in der photographischen Photometrie sei. Unter Kontrast wird bei Beurteilung der Schwärzung verstanden das Verhältnis des Zuwachses der Schwärzungstiefe zum Logarithmus des Zuwachses an Expositionszeit; er wird mit Gamma (γ) bezeichnet. Bei Sternaufnahmen handelt es sich dagegen um die Zunahme des Durchmessens der Sternbilder im Verhältnis zur Zunahme der Expositionszeit (Astrogamma). Gamma ist abhängig von der Art des Entwicklers und der Stärke der Entwicklung, „Astrogamma“ hängt sehr wenig davon ab. Beide werden aber beeinflußt durch die Art der Emulsion und durch die Wellenlänge des einfallenden Lichtes. In Kurven stellt der Verf. auf Grund seiner Versuche mit vier verschiedenen photographischen Platten diese Abhängigkeit von der Wellenlänge für Wellenlängen von 410 bis 650 $\mu\mu$ dar. Er zieht daraus folgende Folgerung. Werden ein blauer und ein roter Stern mit gleicher Expositionszeit auf einer panchromatischen Platte aufgenommen, wobei die photographische Wirkung für den blauen Stern größer sein mag als für den roten, so wird bei Vergrößerung der Expositionszeit die Wirkung des roten Sternes stärker wachsen als die des blauen; bei einer bestimmten Belichtungszeit werden beide Wirkungen gleich sein (Purkinjescher Effekt). Also ist im allgemeinen die photographische Platte nicht geeignet zur heterochromatischen Photometrie. Die Größe dieses Effektes ist natürlich verschieden für verschiedene Plattensorten. Die Einschaltung eines Gelbfilters würde den Übelstand allerdings vermindern, aber die Wirkung der roten, zur Gesamtintensität beitragenden Strahlen würde dadurch ausgeschaltet werden.

Um die großen Unterschiede in der photographischen Wirkung verschiedenfarbigen Lichtes zu untersuchen, photographierte Ross einen künstlichen Stern mit abwechselnd eingesetztem blauem und gelbem Filter auf einer orthochromatischen Platte. Das Bild des blauen Sternes war außerordentlich schwach und grau, was zeigt, daß es in einer dünnen Schicht an der Oberfläche lag, während das Bild des gelben Sternes von dem gleichen, 0,05 mm großen Durchmesser sehr schwarz war. Er machte Schnitte durch die Schicht und gibt Abbildungen davon in vergrößertem Maßstabe. Nimmt man als Einheit der Dichtigkeit des photographischen Bildes diejenige an, welche ein Zehntel des auffallenden Lichtes hindurchläßt, so ist das Gewicht des reduzierten Silbers in einem Quadratzentimeter nach den Versuchen des Verfassers 0,1 mg. Die Masse des reduzierten Silbers erweist sich als proportional der Dichtigkeit. Wird bei Veränderung der Wellenlänge des auffallenden Lichtes bei sonst gleichen Verhältnissen das Eindringen in die photographische Schicht

verdoppelt, so wird auch die Dichtigkeit und damit der Kontrast verdoppelt. Die Absorption und Streuung in einer Silberbromid-Emulsion ist im Ultraviolett außerordentlich stark, so daß das Licht nur gering in die Schicht eindringt und der Kontrast schwach ist. *H. Krüss.*

Das Gesetz der photoelektrischen Photometrie.

Von Jakob Kunz. *Astrophys. Journ.* **45**. *S. 69. 1917.*

Im Bereiche der photoelektrischen Untersuchungen können verschiedene Gruppen unterschieden werden. Man beschäftigt sich mit dem Grundproblem der Schnelligkeit der ausgesandten Elektronen im Verhältnis zur Schwingungszahl des auffallenden Lichtes. Ein anderes Problem ist dasjenige des Verhältnisses zwischen der Anzahl der Elektronen und der Intensität des einfallenden Lichtes. Für die Benutzung photoelektrischer Zellen zur praktischen Photometrie wie z. B. zur Messung der Helligkeit der Sterne ist erforderlich, daß diese Beziehung geradlinig ist. Der Verf. beschäftigt sich vornehmlich mit Untersuchungen hierüber und prüft die Wirkung verschieden konstruierter Photozellen in dieser Hinsicht.

Er kommt zu dem Ergebnis, daß bei der sonst üblichen sphärischen Form der Zellen der photoelektrische Strom nicht proportional der Lichtstärke ist. Wenn man aber die Zelle fast ganz mit einem metallischen Überzug versieht und der Anode die Form eines runden Drahtnetzes gibt, sind die Abweichungen von der geraden Linie derartig klein, daß eine solche für manche photometrische Zwecke benutzt werden kann, z. B. in der Sternphotometrie, in der Pflanzenphysiologie, zur Messung des Reflexions- und des Absorptionsvermögens. Bei der endgültig von ihm gefundenen Ausführung der photoelektrischen Zelle waren zwei Elektroden einander parallel, das Feld gleichmäßig und der Stern in sehr weitem Maße der Beleuchtungsstärke proportional, wenn die Zelle Argon enthielt, in etwas geringerem Maße, wenn sie luftleer war. Der Verf. fand auch bei seinen Versuchen, daß das Talbotsche Gesetz für das photoelektrische Phänomen gilt.

H. Krüss.

Die Farbenempfindlichkeit der photoelektrischen Zellen.

Von T. Shinomiya. *Astrophys. Journ.* **49**. *S. 303. 1919.*

Verschiedene Messungen haben ergeben, daß die photoelektrische Zelle sich als ein einfaches und genaues Instrument für photometrische Arbeiten ergibt, und die Untersuchungen von J. Kunz haben gezeigt, daß man die Zellen so konstruieren kann, daß für eine konstante Potentialdifferenz der photoelektrische Strom über einen weiten Bereich der Beleuchtungsstärke proportional der Lichtintensität ist. Die vorhandenen Untersuchungen über die Farbenempfindlichkeit solcher Zellen über das ganze Spektrum bedürfen aber noch der Ergänzung, die der Verf. zu geben bemüht ist.

Er benutzt nach den Vorschriften von Kunz Zellen, in denen der Anodenring ein aus dünnem Platindraht gebildetes Gitter trug, um das elektrostatische Feld zwischen der empfindlichen Alkalioberfläche und der Anode so gleichmäßig wie möglich zu machen. Der Lichtstrahl traf auf die Zelle durch eine sehr kleine Öffnung, während die ganze übrige Fläche der Kugel mit dem Alkalimetall bedeckt war. Der Verf. benutzte Zellen in verschiedenen Durchmessern von 3,1 bis 4,2 cm mit Anodenringen von 1,3 bis 3,3 cm Durchmesser.

Als Lichtquelle diente eine mit Stickstoff gefüllte Glühlampe. Durch ein Kondensorsystem wurde das Licht auf einen Eintrittsspalt von 0,7 mm Breite geworfen. Das benutzte Prisma war in das Minimum der Ablenkung für Grünblau gestellt. Aus dem Spektralfächer wurde durch einen feinen Spalt fast monochromatisches Licht ausgeblendet und dieses auf die photoelektrische Zelle und auf eine Thermosäule, welche als Vergleich diente, geworfen. Dieser Spalt konnte durch eine Mikrometerschraube an einer Teilung bewegt werden, die mittels eines Hilgerschen Spektrometers in Wellenlängen kalibriert war. Der thermoelektrische Strom der Thermosäule wurde durch ein empfindliches Galvanometer gemessen. Es war Sorge getragen, daß reflektiertes und Streulicht durch an passenden Stellen angebrachte Blenden unschädlich gemacht werden, und ferner, daß Erwärmungen und Luftströmungen keinen störenden Einfluß auf die Messungen verursachten.

Die Versuche begannen mit einer Eichung der Thermosäule mittels einer Hefner-Lampe, die in der Entfernung von 50,1 cm aufgestellt war. Die dadurch hervorgerufene Ablenkung betrug 154,6 mm.

Mit dieser Apparatur untersuchte der Verf. acht photoelektrische Zellen, die mit verschiedenen Alkalimetallen, die mit Rubidium, Kalium und Natrium bedeckt waren, und zwar in den Wellenlängen von 6800 bis 4254. Das Maximum der Empfindlichkeit dieser verschiedenen Zellen lag zwischen 430 und 478 $\mu\mu$. *H. Krüss.*

Die Farbenempfindlichkeit photoelektrischer Zellen.

Von Eleanor Frances Seiler. *Astrophys. Journ.* **52**. *S. 129. 1920.*

Der Verf. will die Untersuchungen, welche T. Shinomiya (*Astrophys. Journ.* **49**. *S. 303. 1919*, Referat in *dieser Zeitschr.* **42**. *S. 374. 1922*) über den gleichen Gegenstand anstellte, fortführen. Dieser hatte nur acht verschiedene Alkali- und andere Metalle in den Kreis seiner Untersuchungen gezogen und gefunden, daß das Maximum der Empfindlichkeit an verschiedenen Stellen des Spektrums lag. Seiler erweiterte das Studium über diese Verschiebung des Maximums, indem er 30 verschiedene Photozellen der Untersuchung unterwarf. Er fand, daß das Maximum sich nach längeren Wellenlängen verschob, wenn die Alkalimetalle durch Wasserstoff empfindlich gemacht wurden.

Die Anordnung des zu den Versuchen benutzten Apparates unterschied sich von denjenigen Shinomiyas wesentlich nur darin, daß statt eines zerstreuenden Prismas deren zwei benutzt wurden, so daß ein längeres Spektrum entstand. Die Thermosäule, durch welche die Energie gemessen wurde, war auch mit der Hefner-Lampe geeicht worden.

Infolge der sorgfältigen festen Montierung des Apparates und der genauen Kalibrierung der Thermosäule und der Wellenlängenskala, sowie durch Konstanthaltung der Lichtquelle konnte das Maximum der Empfindlichkeit der photographischen Zellen bis auf ungefähr 1 $\mu\mu$ genau festgestellt werden. Es wurde gefunden, daß bei wachsendem Atomgewicht des Alkalimetalles das Maximum der Empfindlichkeit in die Richtung kleinerer Wellenlängen rückt. Durch Benutzung von Neon zur Füllung der Zelle anstatt Argon wurde die Wellenlänge des Maximums 20 $\mu\mu$ kürzer. Quarzzellen zeigten längere Wellenlängen für das Maximum als Glaszellen, was auf den Unterschied in der Lichtabsorption zurückgeführt wird. *H. Krüss.*

Bücherbesprechungen.

Astrophysik. J. Scheiners Populäre Astrophysik. Dritte völlig umgearbeitete Auflage v. Prof. Dr. K. Graff. VIII, 450 Seiten u. 17 Tafeln u. 254 Textill. Leipzig, B. G. Teubner.

Die von Prof. Graff dem gegenwärtigen Stande der astrophysikalischen Himmelsforschung entsprechend bearbeitete 3. Auflage des vorzüglichen Werkes gibt trotz erheblich verringertem Umfanges — 450 statt 718 Seiten — doch in einer dem ausgedehnten Leserkreise des Buches angepaßten Form alles Wesentliche, was das letzte Dezennium unserem Wissen von der Beschaffenheit der Himmelskörper und dem Aufbau des Weltsystems hinzugewonnen hat. Neben der Vermehrung und der Verbesserung der instrumentellen Hilfsmittel hat der Ausbau der physikalischen Wissenschaft einen reichlichen Teil zur Förderung beigetragen. Wenn auch an dieser Stelle hauptsächlich der erste Abschnitt des Buches, der sich mit den der Astrophysik dienenden Instrumenten beschäftigt, in Frage kommt, so werden doch auch die mit diesen Instrumenten gewonnenen Resultate von erheblichem Interesse sein.

Im allgemeinen sind die astrophysikalischen Instrumente ihrer Art nach dieselben geblieben bis auf diejenigen, welche gegenwärtig der lichtelektrischen Messungsmethode dienen. Die allen diesen Instrumenten zugrunde liegenden physikalischen Prinzipien werden zunächst ohne Voraussetzung erheblicher mathematischer Kenntnisse an der Hand vieler geeigneter Figuren erläutert. Dabei ist zu begrüßen, daß auch der physiologische Vorgang der Wahrnehmung der Lichteindrücke

im Auge zur Darstellung gelangt ist, soweit wir darüber unterrichtet sind, was zur Erklärung mancher Erscheinungen, z. B. der der Irradiation erheblich beiträgt. Die Vorgänge bei dem Durchtritt der Lichtstrahlen durch brechende Medien und Gitter und die Reflexion an denselben werden, soweit sie für Photometrie und Spektralanalyse Bedeutung haben, eingehend behandelt. Die Beschreibung älterer Spalteinrichtungen ist weggelassen, dafür ist aber größeres Gewicht auf die Meßmethoden und die dazu dienenden Einrichtungen gelegt worden, vom einfachen Mikroskop bis zu den komplizierten neueren Meßapparaten, wie sie besonders für die Auswertung photographischer Aufnahmen Verwendung finden. Die Konstruktion der verschiedenen Spektralapparate ist kürzer, aber darum nicht weniger verständlich erläutert als in der vorigen Auflage. An Stelle einer Anzahl älterer Darstellungen sind gute, die Anschauung fördernde Gesamtansichten von Sternspektroskopen und ihrer Verbindung mit großen Fernrohren getreten, z. B. die Fig. 51 u. 54. Hieran schließt sich die Beschreibung der Photometer, bei welcher insofern erhebliche Kürzungen stattgefunden haben, als nur noch die Auslösch- und Polarisationsinstrumente besprochen und durch eine Reihe von Darstellungen vorgeführt werden. Insbesondere ist die erstere Art der Photometer in Verbindung mit Vergleichssternen, erzeugt von künstlichen Lichtquellen, erwähnt, wie sie neuerdings auch vom Herausgeber konstruiert worden sind. Dazu kommt aber in der vorliegenden Auflage noch die neueste Einrichtung zur Ermittelung der Intensität der Sternstrahlung in der Form der Selen- und Alkalizellen, wie sie von Elster und Geitel angegeben und gegenwärtig mit großem Erfolge von Guthnik und anderen verwendet werden. Die mit diesem Hilfsmittel erlangte Genauigkeit der Größe der Strahlungsenergie ist gegenüber den älteren Methoden so bedeutend, daß das ein 0,05—0,01 der „Größen"-Klasse vielfach noch gesichert erscheint. Daß das in der Photometrie der Gestirne von großer Bedeutung gewesene Pickeringsche Meridian-Photometer nicht mehr besprochen ist, möchte Referent bedauern. — Sowohl Spektroskopie als auch Photometrie habe durch die Einführung der photographischen Technik in die Sternkunde einen so wesentlichen Fortschritt und solche Erweiterung erfahren, daß ein besonderer Abschnitt diesem Verfahren in seiner Anwendung auf die astronomische Forschung gewidmet werden mußte, wenn die Himmelsphotographie auch nicht als ein selbständiges Gebiet derselben angesehen werden kann. Den neuen Fortschritten in der photographischen Technik ist der Verfasser gerecht geworden, und die photographischen Einrichtungen an Fernrohren und der Aufbau der spez. solchen Aufnahmen dienenden Instrumente ist durch Wort und Bild anschaulich gemacht. Der neue parallaktische Meßapparat, den Repsold für die Hamburger Sternwarte gebaut hat, hätte vielleicht noch beschrieben werden können, um die Kapteynschen Vorschläge zur Ausmessung photographischer Platten näher zu erläutern, als dieses schon in der zweiten Auflage geschehen ist. — Die neueren photogrammetrischen Meßmethoden und die Einrichtungen zur genauen Beurteilung der Schwärzung der photographischen Sternbildchen auf den Platten sind mit aufgenommen worden.

An diese, ein gutes Drittel des Buches in Anspruch nehmenden, aber für das Verständnis der später beigebrachten Forschungsergebnisse unentbehrlichen Darlegungen, schließen sich zunächst die Daten an, welche uns über die physischen Eigenschaften der Körper unseres Sonnensystems bekannt geworden sind. Es kann hier natürlich nicht im einzelnen auf dieselben eingegangen werden, nur möchte Referent es mit Freude begrüßen, daß überall in den vielen numerischen Tabellen und in den Koeffizienten der Formeln die neuesten und zuverlässigsten Zahlenwerte eingeführt sind, was leider vielfach bei Neuauflagen ähnlicher Werke versäumt wird. Auch von der Einführung unverbürgter Hypothesen hat der Verfasser sich fern gehalten, was besonders bei der Besprechung der Konstitution der Sonne und der Vorgänge auf dem Mars zu begrüßen ist. Dieser zweite Abschnitt sowie der dritte, über die Fixsterne, ist so behandelt, daß auch trotz der „populären" Form des Textes der Fachmann das Buch gern zum Nachschlagen und schnellen Information benutzen wird, und da können natürlich veraltete Zahlenangaben nicht gebraucht werden.

In dem Kapitel über die Physik der Fixsterne und über den Aufbau unseres Sternensystems ist es sicherlich als systematische Verbesserung anzusehen, daß diesesmal der historischen Entwickelung entsprechend der Verfasser die Resultate, welche uns die visuelle und später die photographische Photometrie geliefert haben, vor denjenigen bespricht, welche mit Hilfe der Spektroskopie gewonnen worden sind. Eine kurze und übersichtliche Aufzählung und Charakte-

risierung der auf Grundlage der Secchischen und der Vogelschen Spektraltypen von den Amerikanerinnen Miß Maury und Miß Cannon aufgestellten spektralen Gliederung trägt besonders zum Verständnis der daran geknüpften Folgerungen über den physischen Verlauf des Werdegangs der Gestirne bei. Die photometrischen und die spektralen Forschungen haben in ihrer Verbindung miteinander neuerdings, allerdings in letzter Linie fußend auf den klassischen trigonometrischen Resultaten, über die Entfernungen der Gestirne zu ganz hervorragender Erweiterung bezüglich unserer Kenntnis der Gesamtgestaltung des Weltalls geführt. Die Andeutungen, die Verfasser über die Ideen gibt, welche Michelson und seine Mitarbeiter sich über die wahre Größe der Fixsterne gebildet hatten, sind ja bekanntlich in allerneuester Zeit durch wirkliche, nach der Interferenzmethode ausgeführte und geglückte Messungen bestätigt worden. — Nach dem hier nur in kurzen Zügen angeführten Inhalte des Werkes — dessen äußeres Kleid leider aus dem des schönen Frakturdruckes in das der nivellierenden Antiqua umgeschmolzen worden ist — kann es, auch was die gute Ausführung der beigegebenen Tafeln anbelangt, nicht nur dem gebildeten Laien und Liebhaber der Astronomie empfohlen werden, sondern auch der Fachastronom, der vielleicht in seinem Forschungsgebiet der Astrophysik ferner steht, obgleich diese sich heute bei ihrem großen Umfang kaum von der älteren Schwester trennen läßt, wird wie schon erwähnt, sich gern aus ihm Rat holen. *L. Ambronn.*

Förster, G. Untersuchung einer automatischen Kreisteilmaschine für sexagesimale Teilung der Firma Otto Fennel Söhne, Cassel. *Veröffentlichung des Preuß. Geod. Instituts, Neue Folge Nr. 85. 4⁰. 37 S.* Berlin, Stankiewicz' Buchdruckerei, 1922.

Dieses Heft enthält, z. T. in gedrängter Kürze, die Ergebnisse umfangreicher Untersuchungen des Verfassers an einer nach neuen Methoden verbesserten selbsttätigen Kreisteilmaschine von Otto Fennel Söhne, Cassel, im März, Juni und November vorigen Jahres.

Der große Fortschritt in der Vervollkommnung der automatischen Kreisteilmaschinen, den man Herrn Adolf Fennel verdankt, beruht in dem Gedanken der möglichst vollkommenen Kompensation der Zahnfehler. Es ist nicht möglich, die Zähne und Zahnlücken des Zahnkranzes, in den die Tangential- (Hohl-) Schraube der automatischen Maschine eingreift, so genau zu formen, daß die auf der Maschine entstehenden Teilungen den höchsten Genauigkeitsanforderungen genügen könnten. Fennel verbesserte nun die Arbeit der Maschine sehr wesentlich dadurch, daß die Zahnfehler, nachdem sie einmal festgestellt sind, in vergrößertem Maßstabe auf eine besondere Korrektionsscheibe aufgetragen werden und diese danach ausgefeilt wird; ein Hebelwerk zwischen Scheibe und Tangentialschraube erteilt dieser Schraube eine kleine „Zusatzdrehung“, die gerade die Zahnfehler kompensiert.

Außer dieser Hauptvervollkommnung sind weitere Verbesserungen gefunden worden in der Fixierung der Tangentialschraubenstellungen durch Anschläge und in der Lagerung der Schraube, in der Führung der Umdrehungsachse, endlich für den Antrieb der Drehung.

Der Verfasser wurde vom Geodätischen Institut Potsdam im Interesse des wissenschaftlichen Ausbaus der Maschine, vor allem zur Feststellung der Zahnfehler an möglichst vielen Stellen des Zahnkranzes und mit der höchsten erreichbaren Genauigkeit, sodann zur Nachprüfung der weitern oben genannten Vervollkommnungen und Aufsuchung etwa noch vorhandener Störungen nach Cassel entsandt.

Die Absicht bei der Untersuchung des Zahnkranzes ging dahin, 180 Stellen in 2^0-Abständen mit der Genauigkeit von 0,1″ zu prüfen. Die mittelbare Lösung dieser Aufgabe, nämlich durch Untersuchung eines auf der Maschine geteilten großen Kreises durch einen Kreisteilungsprüfer nach Wanschaff oder nach Bruns, kam nicht in Betracht, weil diese Prüfer nicht für die hier erforderlichen Abmessungen eingerichtet sind, weil ferner die Arbeit bei dieser Untersuchungsmethode einen ganz außerordentlichen Umfang eingenommen hätte, endlich besonders weil (und hierauf legt der Referent mit Recht großen Wert) die Fehlerquellen der Arbeit der Maschine nicht hätten getrennt werden können. Der Verfasser hat vorgeschlagen, die zu prüfende Teilmaschine selbst zu ihrer Untersuchung einzurichten und hat dann ein neues Untersuchungsverfahren angewandt (vgl. „Kreisteilungsuntersuchungen“ von G. Förster. *Veröffentl. d. Preuß. Geod. Instiutes No. 7. No. 74, 1917. S. 52; Ref. in dieser Zeitschr.* **39.** *S. 97. 1920*).

Ein starker Eisenring von etwa 1 m Durchmesser, am eisernen Gestell der Teilmaschine stark befestigt, wurde als Träger der Beobachtungsmikroskope (40fache Vergr., 1^p der Trommel 1″) über der Zahnscheibe angebracht. Der Antrieb für die Drehung mußte umgebaut werden, da um 2°-Intervalle zu drehen war, nicht um 5′-Intervalle wie bei Teilung von großen oder 10′ Intervalle bei kleineren zu teilenden Kreisen. Zu Anfang nahm die Drehung viel Zeit in Ausspruch, jede einzelne $^3/_4$ Minute, weil bei rascherer Drehung die Zahnscheibe in Schwingung kam; es zeigte sich aber bald, daß diese Schwingungen ihren Größtwert bei Drehungszeiten von 0,6 und 0,3 Minuten für die 2°-Drehung erreichten, bei andern zwischenliegenden Geschwindigkeiten aber fast vollständig verschwinden, und so konnte z. B. die Arbeit bei der letzten (dritten) Hauptuntersuchung derart beschleunigt werden, daß ihre etwa 4000 Schraubenmikrometerablesungen, die die Fehler von 180 Stellen des Eingriffes der Tangentialschraube in den Zahnkreis mit etwa ± 0,08″ m. F. lieferten, in 5 Tagen erledigt werden konnten.

Das Beobachtungs- und Rechnungsprogramm für die Feststellung der Zahnkreisfehler wird ausführlich mitgeteilt. Sobald diese Fehler einmal scharf bestimmt sind, ist die Untersuchung der Fehler eines Teilkreises so sehr vereinfacht, daß die Fehler aller seiner 1°-Striche auf wenige Zehntelsekunden in einem Beobachtungstag ermittelt werden können.

Nach der ersten Untersuchung der Fehler des Zahnkranzes der Fennelschen Maschine sind diese Fehler auf der Korrektionsscheibe in einem Maßstab aufgetragen worden, in dem der Korrektion 1″ eine Ausfeilung von $2^1/_2$ mm entsprach, und die Korrektionsscheibe ist dann der verbindenden Fehlerkurve gemäß gefeilt worden.

Die zweite Untersuchung zeigte danach die Einstellungsfehler des Zahnkranzes erheblich kleiner als zuvor, aber es war infolge von Mängeln in der Hebelübersetzung zwischen Korrektionsscheibe und Tangentialschraube eine Überkompensation von etwa 20% vorhanden, und auch einige weitere Fehlerquellen wurden erkannt.

Für die dritte Untersuchung, die zwei Mikroskope in 180° Abstand verwendete, war die Absicht besonders klare Trennung der Fehlerqullen. Da sich die Zahnfehler noch nicht genügend kompensiert zeigten, wurde die Korrektionsscheibe nochmals um kleine Beträge nachgefeilt. Immerhin konnten jetzt zur letzten Untersuchung des Zahnkranzes die oben angedeuteten Vereinfachungen der Beobachtungen zur Prüfung eines Teilkreises eintreten. Nach wiederholtem Nachfeilen der Korrektionsscheibe an einzelnen Stellen sind noch Zahnfehlerwerte geblieben, die von 2 zu 2° festgestellt sind und bis zu den Extremwerten von etwa + $^1/_2$″ und — $^1/_2$″ gehen.

Der vorletzte Abschnitt, „Genauigkeitsuntersuchungen“, ist besonders der Trennung der Fehlerquellen gewidmet. Die gefundenen Hauptwerte mögen hier wiederholt werden; es fand sich:
der reine mittl. Beobachtungsfehler einer Mikrometerlesung . . . . = ± 0,19″
m. F. der Teilkreiseinstellung durch die Tangentialschraube . . . . = ± 0,07″
mittl. zufäll. Veränderlichkeit der Untersuchungseinrichtung während einer Satzbeobachtung . . . . = ± 0,10″
mittl. zufäll. Exzentrizität der Umdrehungsachse (Schlottern des Achszapfens) . . . = ± 0,24μ;
bei dem vorhandenen Zahnkreisdurchmesser entspricht dies einem Winkelwert . . . = ± 0,11″.
Dieser Schlotterfehler wird beim Teilen von Kreisen unmittelbar übertragen, sein Winkelwert ist bei kleinen Kreisen also größer als bei großen, z. B. bei einem 24-cm-Kreis bereits über ± 0,3″. Dieser Fehler wird übrigens nicht als rein zufälliger Fehler von Strich zu Strich, sondern als kurzperiodischer Fehler zu betrachten sein, und ähnlich verhält es sich mit den ebenfalls ganz in die Striche einer Kreisteilung eingehenden Fehlern, die vom Reißerwerk herrühren. Dieses Reißerwerk der Fennelschen Teilmaschine ist nach der Försterschen Untersuchung umgebaut worden. Der Mittelwert der in der Maschine nach der letzten Verbesserung der Korrektionsscheibe verbliebenen Zahnfehler wird vom Verfasser zu ± 0,16″ berechnet. Zu fragen ist dabei, ob die Kompensation der Radzahnfehler auch für die nicht unmittelbar untersuchten Eingriffsstellen der Tangentialschraube in derselben Schärfe gelungen sein mag?

Auch der Einfluß der Temperaturänderungen angesichts der verschiedenen Materialien des ganzen Systems wurde noch untersucht mit dem Ergebnis, daß in dem oben erwähnten Eisenring (Mikroskopträger) und seiner Befestigung am Unterbau der Maschine der Hauptgrund der Ver-

änderlichkeit der Beobachtungsvorrichtung zu suchen ist. Die Veränderlichkeit der die Teilmaschine zusammensetzenden Stoffe an sich im Lauf der Zeit kann sich natürlich auch bemerklich machen, ist aber ebenso selbstverständlich nicht etwa als spezifischer Fehler der automatischen Maschinen aufzufassen, sondern die nach dem reinen Kopierverfahren erbauten oder halbautomatischen Maschinen ganz ebenso beeinflussend.

Mit Recht findet es aber der Verfasser, angesichts der eingehenden Untersuchungen über die Stoffe für andere Präzisionsmaße (z. B. Meterprototype) seltsam, daß der Frage nach den besten Stoffen für Herstellung der genauesten Kreisteilungen bis jetzt wenig Aufmerksamkeit geschenkt worden ist.

Die Bemerkungen des Verfassers über mögliche weitere Vervollkommnung selbsttätiger Kreisteilmaschinen und ihrer Arbeitsweise, die er in seinem letzten Abschnitt zusammenstellt, betreffen denn auch zunächst Materialfragen für den Zahnkranz. Es wird ferner empfohlen, diesen nur wenig größer zu bauen, als die Abmessungen der größten zu teilenden Kreise erfordern, weil ein kleinerer Zahnkreis größere Stabilität gibt, rascheres Arbeiten zuläßt und bei der hohen Genauigkeit der Einstellung durch die Tangentialschraube ganz ohne Bedenken ist. Die Zähne des Kranzes müssen schon alle möglichst richtig geschnitten und geschliffen sein, damit die für die Kompensation der noch übrig bleibenden Zahnfehler auf der Korrektionsscheibe herzustellende Kurve möglichst einfachen flachen Verlauf erhält, womit zugleich die Kompensation der zwischenliegenden, nicht unmittelbarer Beobachtung entsprechenden Stellen besser gesichert erscheint.

Eine wichtige Bemerkung über die Stellung des Reißerwerks, die aus der obigen Angabe über die unmittelbare Übertragung der Reißerfehler in die Teilstriche folgt, ist die, daß seine richtige Stelle, nicht, wie bisher fast stets üblich, um 90° gegen die Tangentialschraube versetzt, sondern in dem Halbmesser liegt, der die vertikale Drehungsachse mit der Tangentenschraube verbindet. Daß die Temperatur im Teilungsraum möglichst gleichartig zu halten ist, gilt für die automatischen Maschinen natürlich ganz ebenso wie für die früheren; danach ist die Aufstelluug der Maschine, die Anbringung der Lampen, Elektromagnete, Motoren zu regeln. Endlich werden wichtige Regeln über Ölen von Zahnkranz und Schraube und über das Neuanlegen der Schraube aufgestellt. Daß an der Zahnscheibe nicht etwa gehämmert oder gelötet werden darf (etwa zum Zweck der Einlegung eines besondern Streifens von Metall für eine herzustellende Teilung) ist wohl selbstverständlich. Die Striche einer Teilung sollen nach dem Verfasser bei demselben Halbmesser, d. h. am Umfang eines und desselben Kreises um die Achse beginnen, können dagegen, da sie bei den meisten Teilungen nicht dieselbe Länge erhalten sollen, bei verschiedenen Halbmessern endigen. Es sollen so systematische Strichkrümmungen und Strichschiefen unschädlich gemacht werden. (Damit die manchem Beobachter, so auch dem Referenten bequem erscheinende Einrichtung, die Teilstriche nicht als durchaus gleichstark verlaufende Striche anzubringen, sondern sie in Spitzen auslaufen zu lassen, um bei der Ablesung an Skalen- wie an Schrauben-Mikroskopen an jenen Spitzen abzulesen oder jenen Spitzenpunkt zwischen die Mikroskopfäden zu stellen, nicht aufgegeben werden muß, werden geeignete Neuerungen am Reißerwerk und im Teilungsvorgang gegenwärtig von Herrn Adolf Fennel ausprobiert).

Die hier angezeigte Arbeit des Verf. ist als sehr wichtiger Beitrag zur Vervollkommnung der Kreisteilungen zu bezeichnen. *Hammer.*

Georg Keinath, Die Technik der elektrischen Meßgeräte. 8°. 448 S. m. 372 Textabb. München und Berlin, R. Oldenbourg, 1921.

Es ist sehr zu begrüßen, daß Keinath seinen auf Veranlassung des Elektrotechnischen Vereins im Rheinisch-Westfälischen Industriegebiet im September 1919 im Rahmen der Hochschul-Fortbildungkurse gehaltenen Vortrag über elektrische Meßgeräte in erweiterter Form der Allgemeinheit durch das vorliegende umfangreiche Werk zugänglich gemacht hat. Die „Allgemeinheit" sind in der Tat in diesem Falle sehr weite Kreise, denen dieses Buch äußerst willkommen sein wird; dazu gehören insbesondere auch die Leser dieser Zeitschrift. Dies Buch aus der Feder eines praktisch tätigen Spezialisten gibt in leicht verständlicher Form ausführliche Auskunft über die Wirkungsweise, Konstruktion und Anwendungsmethoden der praktisch gebräuchlichen elektrischen

Meßgeräte; und zwar ist der Hauptwert auf die Beschreibung der Bauart der verschiedenen Instrumente gelegt. Theoretische Betrachtungen und mathematische Beweisführungen nehmen einen verhältnismäßig kleinen Raum ein. Zahlreiche Abbildungen, erfreulicherweise sehr viel schematische Schaltbilder, verhältnismäßig wenige, aber gut ausgewählte Photographien erläutern den Text. Mannigfache graphische Darstellungen, besonders aber auch viele zahlenmäßige Angaben und praktische Erfahrungen über Konstruktion und Eigenschaften der Meßgeräte machen das Buch äußerst wertvoll. Der Inhalt ist in folgende fünf Hauptabschnitte geteilt: I. Allgemeine Eigenschaften elektrischer Meßgeräte. II. Schreibende Meßgeräte. III. Beschreibung der Meßwerke. IV. Zubehör zu Meßinstrumenten. V. Meßmethoden.

Das Werk wird zweifellos eine schnelle und weite Verbreitung finden, namentlich bei den Konstrukteuren von elektrischen Meßgeräten, denen es von großem Nutzen sein wird.

Die folgenden Hinweise auf einzelne Irrtümer und Unklarheiten in der Ausdrucksweise sollen den Wert dieses vorzüglichen Buches keineswegs herabsetzen, können aber vielleicht der 2. Auflage zum Vorteil gereichen. 1) Auf S. 222 wird der Scheinwiderstand einer Kapazität C mit parallel liegendem Widerstand R fälschlich zu $R/(1+R\omega C)$ statt $R/\sqrt{1+R^2\omega^2C^2}$ angegeben; die daraus abgeleitete, elementare Formel, als deren Urheber nach Zitat in Fußnote Imhof genannt wird, ist demgemäß auch unrichtig, ebenso die hiernach gezeichneten Kurven Abb. 184. 2) Die Differenz zwischen Scheinwiderstand, $\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$, einer Spule und Ohmschen Widerstand R wird auf S. 63 (ebenso S. 116) mißverständlich als „Erhöhung (ΔR) des scheinbaren Widerstandes infolge der Selbstinduktion L" bezeichnet. Die unnötig umständliche Berechnung von ΔR auf S. 63 für den Fall kleiner Phasenverschiebung führt zu dem unrichtigen Resultat $\Delta R = {}^1/_2\,\omega^2L^2/R^2$ (anstatt ${}^1/_2\,\omega^2L^2/R$). Gemeint ist, ohne daß es gesagt wird, der Relativwert $\Delta R/R$, was man später (S. 261) aus Rechenbeispielen ersieht. 3) Schwer verständlich ist die S. 64 bei Beschreibung des „Frequenzausgleichs nach A. Roth" angeführte Rechnung, die mit einer in den Dimensionen unstimmigen Formel beginnt und deren Resultat, durch den folgenden Satz erläutert, kaum klar wird: „Während ohne Frequenzausgleich der Phasenfehler proportional mit der Frequenz zunimmt, wächst er bei der Rothschen Kompensation langsamer, mit der 5. Potenz der Frequenz." 4) Der kurze Abschnitt über Kondensatoren (S. 270—271) hat sprachlich und sachlich verschiedene Mängel. Dort wird z. B. die Dielektrizitätskonstante von Luft, 760 mm Hg zu 1, Luft, 1 mm Hg zu 0,94, ferner der Fehlwinkel guter Glimmerkondensatoren, der bekanntlich etwa 0,5′ bis 5′ beträgt, mit 10fach höherer Grenze als unter 1° liegend angegeben. Weiter heißt es: „Der Verlustwiderstand ist als ein Ohmscher Widerstand" (trifft nicht zu) „aufzufassen, der parallel zu der Kapazität gelegt ist. Ausgedrückt wird der Verlustwiderstand zweckmäßig durch die Abweichung der Phasenverschiebung des Stromes gegen die Spannung von 90 elektrischen Graden." (Elektrische Grade??, ebenso S. 356, aber S. 358 für dieselbe Größe Winkelgrade.) Für die Ladeenergie eines Kondensators wird S. 210 eine z. T. unrichtige Formel angegeben.

E. Giebe.

H. Hummel, Grundzüge der Mechanik einschl. Festigkeitslehre für technische Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. Kl. 8°. XI, 256 S. m. 116 Fig. München und Berlin, R. Oldenbourg, 1921. Geb. 18 M.

Das in bezug auf Papier, Druck und Zeichnungen gut ausgestattete Buch bietet auf engem Raum die wichtigsten Sätze der technischen Mechanik unter Beifügung zahlreicher, gut gewählter Aufgaben. Aus der Darstellung spricht eine reiche, im Unterricht junger Maschinenbauer und Elektrotechniker gewonnene Lehrerfahrung, aus der auch unsere jungen Mechaniker Nutzen ziehen können.

Ein besonderer Vorzug des kleinen Buches ist, daß der Mechanik flüssiger und gasförmiger Körper ein verhältnismäßig größerer Raum eingeräumt ist als sonst üblich. So haben auch die wichtigsten Lehrsätze aus der Wärmemechanik eine ihrer technischen Wichtigkeit entsprechende ausführliche Darstellung gefunden.

G.

Namen- und Sachregister.

Fehlerberichtigung.

Die Figur 1 auf S. 183 ist dahin zu ergänzen, daß oben die Bezeichnung Pol. und an der rechten Seite Anal. anzubringen ist.

Verzeichnis der Referenten des Jahrgangs 1922.

Name	Wohnort
Dr. Alberti	Charlottenburg
Prof. Dr. G. W. Berndt	Friedenau
Regierungsrat A. Blaschke	Charlottenburg
Dr. H. Erfle	Jena
Prof. Dr. H. Erggelett	Jena
Prof. Dr. Giebe (*Ge.*)	Charlottenburg
Prof. Dr. F. Göpel (*G.*)	Charlottenburg
Dr. O. v. Gruber	Jena
Dr. Friedel (*Fr.*)	Berlin
Prof. Dr. E. v. Hammer	Stuttgart
Prof. Dr. Henning	Charlottenburg
Prof. Dr. M. Jakob	Charlottenburg
Prof. Dr. O. Knopf	Jena
Prof. Dr. D. h. c. H. Krüss	Hamburg
Prof. Dr. E. Liebenthal (*E. Lb.*)	Charlottenburg
Prof. Dr. Orlich	Charlottenburg
Prof. Dr. O. Schönrock (*Schck.*)	Charlottenburg
Dr. H. Schulz	Gr.-Lichterfelde
Prof. Dr. W. Schweydar	Potsdam
Dr. Werner (*Wr.*)	Charlottenburg
Dr. Wetthauer	Charlottenburg
Dr. Zickner	Charlottenburg

Verlag von Julius Springer in Berlin W. — Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

ZEITSCHRIFT
FÜR
INSTRUMENTENKUNDE.

Organ

für

Mitteilungen aus dem gesamten Gebiete der wissenschaftlichen Technik.

Zweiundvierzigster Jahrgang 1922.



Berlin.
Verlag von Julius Springer.
1922.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Kleine Mitteilungen.

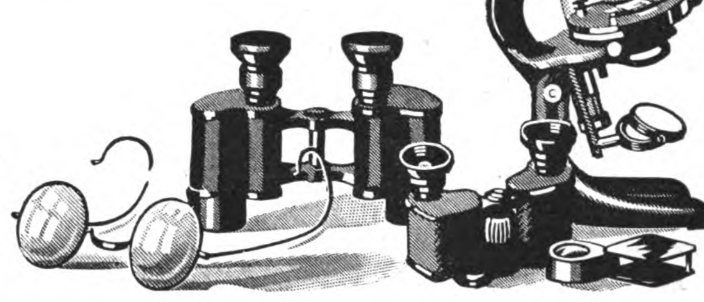
Referate.

Bücherbesprechungen.



Optische Instrumente

Feldstecher / Mikroskope / Optische Meßinstrumente / Medizinisch-optische Instrumente / Geodätische Instrumente / Punktal-Brillengläser / Photographische Objektive / Lupen / Auto- und Motorboot-Scheinwerfer / Astronomische Instrumente / Feinmeßwerkzeuge / usw.



Druckschriften der interessierenden Instrumente kostenfrei





Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig. — Verantwortlich für den Anzeigenteil: Albert Ulrich, Berlin-Steglitz.


UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 03551 5025



